

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Компьютерные методы в теории поверхностей Б1.В.ДВ.5

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Иваньшин П.Н.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Попов А. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Иваньшин П.Н. Кафедра геометрии отделение математики , Pyotr.Ivanshin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Студенту необходимо освоить современные математические методы обработки данных. Усвоить и уметь применять основные алгоритмы работы с поверхностями и кривыми. Студент должен строить примеры применения алгоритмов и использовать понятия на практике.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.5 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Связан с Компьютерной геометрией, программированием, дифференциальной геометрией, теорией приближений.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студенту необходимо освоить современные математические методы обработки данных. Усвоить и уметь применять основные алгоритмы работы с поверхностями и кривыми. Студент должен строить примеры применения алгоритмов и использовать понятия на практике.

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Аффинная геометрия.	8		2	2	0	
2.	Тема 2. Полиномиальные и сплайн кривые.	8		2	2	0	
3.	Тема 3. Мультиаффинные отображения и полярные формы.	8		2	2	0	
4.	Тема 4. Кривые Безье.	8		2	2	0	
5.	Тема 5. В-сплайн кривые.	8		2	2	0	
6.	Тема 6. Полиномиальные поверхности.	8		2	2	0	
7.	Тема 7. Алгоритмы разбиений для полиномиальных поверхностей.	8		2	2	0	
8.	Тема 8. Полиномиальные сплайн поверхности и поверхности разбиений. Тензорные произведения и симметризованные произведения.	8		2	2	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	Зачет
	Итого			16	16	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Аффинная геометрия.

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Аффинные пространства. Примеры. Тождество Чазлеса. Барцентры. Аффинные подпространства, реперы.

###### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Найти барицентр. Построить отображение из одного аффинного пространства в другое по образам точек. Найти образы точек при аффинном преобразовании.

##### Тема 2. Полиномиальные и сплайн кривые.

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Полиномиальные кривые степеней 1 и 2. Алгоритм де Кастельяу. Полиномиальные кривые степени 3. Классификация кубик. Примеры кубик, построенных по контрольным точкам.

###### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

По данным  $t = [0.1 \ 0.499 \ 0.5 \ 0.6 \ 1.0 \ 1.4 \ 1.5 \ 1.899 \ 1.9 \ 2.0]$   $y = [0.06 \ 0.17 \ 0.19 \ 0.21 \ 0.26 \ 0.29 \ 0.29 \ 0.30 \ 0.31 \ 0.31]$  (а) Построить полином (б) Построить сплайн. Найти норму разности полинома и сплайна.

### **Тема 3. Мультиаффинные отображения и полярные формы.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Мультиаффинные отображения. Аффинные полиномы и полярные формы. Полиномиальные кривые и контрольные точки. Единственность полярной формы аффинного полиномиального отображения.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Доказать, что полином Бернштейна принимает максимальное значение при  $t=k/m$ . Доказать, что полярная форма кубической кривой имеет вид  $f(u, v, w) = 1/24(27F(u + v + w)^3 - F(u + v - w) - F(u + w - v) - F(v + w - u))$

### **Тема 4. Кривые Безье.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Общий алгоритм де Кастельяу. Алгоритмы подразделения для полиномиальных кривых. Прогрессивная версия алгоритма де Кастельяу. Производные полиномиальных кривых.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Напишите компьютерную программу для реализации версии подраздела алгоритм де Кастельяу, на некотором интервале  $[r, s]$ . Рассмотрим (в плоскости) кривую  $F$ , определяемую следующими 5 контрольными точками:  $b_0 = (6, 0)$ ,  $b_1 = (3, -1)$ ,  $b_2 = (6, 6)$ ,  $b_3 = (0, 6)$ ,  $b_4 = (6, 5, -1)$ . Используйте алгоритм де Кастельяу, чтобы найти координаты точек  $F(1/4)$  и  $F(1/2)$ .

### **Тема 5. B-сплайн кривые.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Последовательности узлов. Контрольные точки де Боора. Бесконечные последовательности узлов, открытые B-сплайн кривые. Конечные последовательности узлов, конечные B-сплайн кривые.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Показать, что если кривая B-сплайна, состоящая из квадратичных отрезков кривой ( $m = 2$ ), имеет точку перегиба, то эта точка связана с узлом. Реализация алгоритма де Бура для конечных и замкнутых сплайнов. Разработайте подразделение версии алгоритма де Бора

### **Тема 6. Полиномиальные поверхности.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Поляризация полиномиальных поверхностей. Биполиномиальные поверхности в полярной форме. Алгоритм де Кастельяу. Поверхности полной степени в полярной форме. Производные по направлению для полиномиальных поверхностей.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычислить прямоугольную управляющую сетку для поверхности, определяемой уравнением  $z = xy$ , относительно аффинных кадров  $(0, 1)$  и  $(0, 1)$ . Построить поверхность над  $[0, 1] \times [0, 1]$ . Вычислить прямоугольную сеть для поверхности, определяемую уравнением  $z = x^3 - 3xy^2$  относительно аффинных кадров  $(-1, 1)$  и  $(-1, 1)$ . Вычислить треугольную сеть для той же поверхности относительно аффинного фрейма  $((1, 0), (0, 1), (0, 0))$ .

### **Тема 7. Алгоритмы разбиений для полиномиальных поверхностей.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Алгоритмы разбиений для треугольных патчей. Алгоритмы разбиений для четырехугольных патчей.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Дайте метод рекурсивного разбиения треугольного патча на четыре подпатча, используя только три вызова алгоритма де Кастельяу. Покажите результат выполнения трех уровней разбиения на исходный опорный треугольник  $(r, s, t)$ .

### **Тема 8. Полиномиальные сплайн поверхности и поверхности разбиений. Тензорные произведения и симметризованные произведения.**

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Джойны полиномиальных поверхностей. Сплайн поверхности с треугольными патчами. Сплайн поверхности с четырехугольными патчами. Поверхности разбиений.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Для некоторых линейных отображений  $f: E \rightarrow E'$ ,  $g: F \rightarrow F'$ ,  $f': E' \rightarrow E''$  и  $g': F' \rightarrow F''$ , докажите, что  $(f' \circ f) \otimes (g' \circ g) = (f' \otimes g') \circ (f \otimes g)$ .

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Аффинная геометрия.	8		решение задач	4	опрос
2.	Тема 2. Полиномиальные и сплайн кривые.	8		решение задач	4	опрос
3.	Тема 3. Мультиаффинные отображения и полярные формы.	8		решение задач	4	опрос
4.	Тема 4. Кривые Безье.	8		решение задач	4	опрос
5.	Тема 5. В-сплайн кривые.	8		решение задач	6	опрос
6.	Тема 6. Полиномиальные поверхности.	8		решение задач	6	опрос
7.	Тема 7. Алгоритмы разбиений для полиномиальных поверхностей.	8		решение задач	6	опрос
8.	Тема 8. Полиномиальные сплайн поверхности и поверхности разбиений. Тензорные произведения и симметризованные произведения.	8		решение задач	6	опрос
	Итого				40	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Проектор, Мультимедийная доска

**6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Аффинная геометрия.**

опрос, примерные вопросы:

Построение аффинного отображения. Если задачи решены полностью, студент получает полный балл.

## **Тема 2. Полиномиальные и сплайн кривые.**

опрос , примерные вопросы:

Построение полиномиального сплайна. Если задачи решены полностью, студент получает полный балл.

## **Тема 3. Мультиаффинные отображения и полярные формы.**

опрос , примерные вопросы:

Построение мультиаффинной кривой. Если задачи решены полностью, студент получает полный балл.

## **Тема 4. Кривые Безье.**

опрос , примерные вопросы:

Построение кривой Безье. Если задачи решены полностью, студент получает полный балл.

## **Тема 5. В-сплайн кривые.**

опрос , примерные вопросы:

Построение В-сплайн кривой. Если задачи решены полностью, студент получает полный балл.

## **Тема 6. Полиномиальные поверхности.**

опрос , примерные вопросы:

Построение полиномиальной поверхности. Если задачи решены полностью, студент получает полный балл.

## **Тема 7. Алгоритмы разбиений для полиномиальных поверхностей.**

опрос , примерные вопросы:

Построение разбиения данной поверхности по данному алгоритму. Если задачи решены полностью, студент получает полный балл.

## **Тема 8. Полиномиальные сплайн поверхности и поверхности разбиений. Тензорные произведения и симметризованные произведения.**

опрос , примерные вопросы:

Построение разбиения данной поверхности. Если задачи решены полностью, студент получает полный балл.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету:

1. 1) Тожество Чазлеса. Барицентры.

2) Функция :  $A \rightarrow A^3$ , заданная как  $t \rightarrow (t, t^2, t^3)$ , определяет скрученную кубику.

Для 4 попарно различных точек  $t_1, t_2, t_3, t_4$ ,

доказать, что  $f(t_1), f(t_2), f(t_3)$ , и  $f(t_4)$ , не компланарны.

2. 1) Мультиаффинные отображения. Аффинные полиномы и полярные формы.

2) Рассмотрим кубику

$$x(t) = 9p(3t^2 - 1),$$

$$y(t) = 9p t(3t^2 - 1),$$

$p$  --- скаляр.

(1) Найти полярные формы  $x(t)$  и  $y(t)$ . Найти контрольные точки для репера  $r = -1, s = 1$ .

(2) Найти углы наклона касательных в начале координат. Геометрически построить касательную к кубике для  $t = 0$ .

3. 1) Общий алгоритм де Кастельяу. Алгоритмы подразбиения для полиномиальных кривых.

2) Написать программу алгоритма де Кастельяу подразбиений для кубических кривых на отрезке  $[r, s]$ .

4. 1) Биполиномиальные поверхности в полярной форме. Алгоритм де Кастельяу.

2) Написать программу поиска контрольных точек для четырехугольной поверхности, заданной

параметрически.

5. 1) Алгоритмы разбиений для треугольных патчей.

2) Построить метод рекурсивного подразбиения треугольной поверхности на 4 подповерхности, использующий только три обращения к алгоритму де Кастельяу.

Продемонстрировать результат применения на стандартном треугольнике  $(r, s, t)$ .

6. 1) Сплайн поверхности с треугольными патчами. Сплайн поверхности с четырехугольными патчами.

2) Формулировать алгоритм де Боора для четырехугольных В-сплайн поверхностей

### 7.1. Основная литература:

1. Асанов, Асхат Замилович.

Введение в математическое моделирование динамических систем : учебное пособие / А. З. Асанов ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Казан. гос. ун-т . -Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2008 . - 218 с.

2. Булавин, Леонид Анатольевич.

Компьютерное моделирование физических систем : [учебное пособие : для студентов и аспирантов физических и физико-химических специальностей] / Л. А. Булавин, Н. В. Выгорницкий, Н. И. Лебовка - Долгопрудный : Интеллект, 2011 . - 349 с.

3. Тарасевич, Юрий Юрьевич.

Математическое и компьютерное моделирование : Ввод. курс : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 030100 'Информатика' / Ю.Ю. Тарасевич . 3-е изд., испр. М. - УРСС, 2003 . - 143 с.

4. Зарипов, Фархат Шаукатович.

Введение в математическое моделирование [Текст: электронный ресурс] : учебно-методический комплекс курса по направлению подготовки: 050100 Педагогическое образование, профиль: математическое образование, информатика и информационные технологии : [учебное пособие] / Зарипов Ф. Ш. ; Казан. федер. ун-т, Каф. высш. математики и мат. моделирования .- Электронные данные (1 файл: 0,589 Мб) . (Казань : Казанский федеральный университет, 2013)

URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_120\\_A5-000508.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_A5-000508.pdf)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Колесов, Юрий Борисович.

Моделирование систем. Объектно-ориентированный подход : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Ю. Б. Колесов, Ю. Б. Сениченков .- СПб. : БХВ-Петербург, 2006 . - 192 с.

2. Маликов, Р.Ф. Основы математического моделирования [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.Ф. Маликов. Электрон. дан. Москва : Горячая линия-Телеком, 2010. 368 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5169>.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

An Introduction to Riemann Surfaces and Algebraic Curves - <http://nptel.ac.in/courses/111106044/>

БАЗОВЫЕ АЛГОРИТМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ - <http://dgng.pstu.ru/conf2016/papers/4/>

Грамматин А.П., Романова Г.Э., Цыганок Е.А. Компьютерное моделирование при изучении дисциплин, связанных с расчетом оптических систем. Методические указания к лабораторным работам. - СПб: НИУ ИТМО, 2011. - 111с. -

[http://aco.ifmo.ru/upload/publications/book\\_grtz\\_2011.pdf](http://aco.ifmo.ru/upload/publications/book_grtz_2011.pdf)

Ежова К.В. Моделирование и обработка изображений - СПб: НИУ ИТМО, 2011. - 93с. - [http://aco.ifmo.ru/upload/publications/book\\_image\\_proc.pdf](http://aco.ifmo.ru/upload/publications/book_image_proc.pdf)

Лекции по общей теории поверхностей и геометрические приложения анализа бесконечно малых -

<http://tb-holding.ru/posobie/lektcii-po-obshey-teorii-poverhnostey-i-geometricheskie-prilozheniya-analiza-be>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Компьютерные методы в теории поверхностей" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Компьютерные классы, существующие в университете.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Иваньшин П.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.