

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

" " 20__ г.

Программа дисциплины
Теория чисел Б1.В.ОД.7

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Арсланов М.М.

Рецензент(ы):

Файзрахманов М.Х.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201__ г

Регистрационный №

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Арсланов М.М. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики , Marat.Arslanov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Теория чисел" являются:

- 1.Освоение методов исследования и решения уравнений в целых числах.
- 2.Изучение свойств простых и составных чисел, законов распределения простых чисел в натуральном ряде и арифметических прогрессиях.
- 3.Изучение структуры колец классов вычетов по натуральному модулю и методов решения сравнений.
- 4.Изучение арифметики в полях алгебраических чисел, ее применений к решению уравнений в целых числах, исследованию свойств неалгебраических чисел.
- 5.Изучение приближений действительных чисел рациональными дробями и методов построения наилучших приближений.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Курс "Теория чисел" входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части. Она является логическим продолжением базовых профессиональных курсов алгебры и математического анализа. С методической точки зрения она хорошо иллюстрирует общие теоремы и конструкции этих базовых дисциплин на примерах исследования свойств конкретных объектов - целых чисел. Знания, полученные после изучения этой дисциплины, позволяют ориентироваться в различных направлениях практической деятельности, связанных с дискретной математикой, защищой информации, компьютерными науками. В качестве входных знаний необходимы основы алгебры и математического анализа.

Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата: Б3.В.4 Дисциплина изучается на 2 курсе, 4 семестр.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-7 (общекультурные компетенции)	способностью к самоорганизации и самообразованию
ПК-23 (профессиональные компетенции)	способностью применять системный подход и математические методы в formalизации решения прикладных задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Свойства простых и составных чисел, законы распределения простых чисел в натуральном ряде, свойства колец классов вычетов по натуральному модулю, основные свойства алгебраических расширений поля рациональных чисел и конечных полей, свойства арифметических функций.

2. должен уметь:

Решать линейные и квадратичные уравнения от нескольких переменных, системы линейных уравнений в целых числах. Устанавливать разрешимость и находить решения алгебраических сравнений и систем сравнений, показательных сравнений. Находить системы первообразных корней. Вычислять значения арифметических функций. Строить рациональные приближения к действительным числам.

3. должен владеть:

Современными теоретико-числовыми алгоритмами.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Свойства простых и составных чисел, законы распределения простых чисел в натуральном ряде, свойства колец классов вычетов по натуральным модулям, основные свойства алгебраических расширений поля рациональных чисел и конечных полей, свойства арифметических функций.

Решать линейные и квадратичные уравнения от нескольких переменных, системы линейных уравнений в целых числах. Устанавливать разрешимость и находить решения алгебраических сравнений и систем сравнений, показательных сравнений. Находить системы первообразных корней. Вычислять значения арифметических функций. Строить рациональные приближения к действительным числам.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.	3	1-4	6	0	8	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
2.	Тема 2. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.	3	5-8	6	0	6	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Простые числа в арифметических прогрессиях.	3	9-12	6	0	6	Контрольная работа
4.	Тема 4. Алгебраические числа	3	13-16	6	0	6	Устный опрос
5.	Тема 5. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.	3	17-20	6	0	6	Устный опрос
.	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Зачет
	Итого			30	0	32	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Решение задач на свойства простых чисел, вычисление количества простых чисел в прогрессиях

Тема 2. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Исследование дзета-функции Римана и изучение асимптотического закона распределения простых чисел.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Решение задач по приложениям дзета-функции Римана. Диофантовы уравнения и их связь с гипотезой Эйлера.

Тема 3. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Простые числа в арифметических прогрессиях.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Основные свойства сравнений по заданному модулю. Доказательство теоремы Эйлера и малой теоремы Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Количество простых чисел в арифметических прогрессиях.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Решение уравнений по заданному модулю, системы уравнений.

Тема 4. Алгебраические числа

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Доказательство того, что алгебраические числа образуют поле. Существование трансцендентных чисел. Теорема Дирихле.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Решение задач о свойствах алгебраических чисел, на доказательство алгебраичности конкретных чисел.

Тема 5. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

О диофантовых приближениях и трансцендентных числах, об их свойствах.

Трансцендентность чисел пи и е.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Решение задач о диофантовых приближениях и трансцендентных числах, об их свойствах.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Се-мestr	Неде-ля семе-стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. 1. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.	3	1-4	подготовка к контрольной работе	9	контроль-ная работа
2.	Тема 2. Дзета-функция Римана. 2. Асимптотический закон распределения простых чисел.	3	5-8	подготовка домашнего задания	9	домаш-нее задание
3.	Тема 3. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. 3. Характеры. L-функции Дирихле. Простые числа в арифметических прогрессиях.	3	9-12	подготовка к контрольной работе	9	контроль-ная работа

N	Раздел дисциплины	Се-мestr	Неде-ля семе-стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Алгебраические числа	3	13-16	подготовка к устному опросу	9	устный опрос
5.	Тема 5. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.	3	17-20	подготовка к устному опросу	10	устный опрос
	Итого				46	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, зачет.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**Тема 1. Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Задачи на свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений, теоремы Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.

Тема 2. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел. домашнее задание , примерные вопросы:

Задачи на асимптотический закон распределения простых чисел.

Тема 3. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Простые числа в арифметических прогрессиях.

контрольная работа , примерные вопросы:

Задачи на свойства сравнений, теорему Эйлера и малой теоремы Ферма, на простые числа в арифметических прогрессиях

Тема 4. Алгебраические числа

устный опрос , примерные вопросы:

Свойства алгебраических чисел, они образуют поле, алгебраичность конкретных чисел.

Тема 5. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос о диофантовых приближениях и трансцендентных числах

Итоговая форма контроля

зачет (в 3 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

1. Свойства простых и составных чисел.

2. Простые числа в арифметических прогрессиях.
3. Теорема Фробениуса.
4. Решение линейных уравнений по заданному модулю.
5. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.
6. Дзета-функция Римана.
7. Асимптотический закон распределения простых чисел.
8. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма.
9. Квадратичные вычеты. Закон взаимности.
10. Характеры.
11. L-функции Дирихле.
12. Решения уравнений в простых числах.
13. Алгебраические числа
14. Диофантовы приближения
15. Трансцендентные числа. Теоремы существования и примеры.

7.1. Основная литература:

1. Виноградов, И.М. Основы теории чисел : учебное пособие / И.М. Виноградов. - 12-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 176 с. - ISBN 978-5-8114-0535-0. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/46>
2. Бухштаб, А.А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Бухштаб. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 384 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65053>
3. Смолин, Ю.Н. Алгебра и теория чисел : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин. - 5-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1034573>

7.2. Дополнительная литература:

1. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. - Москва : МЦНМО, 2009. - 552 с. - ISBN 978-5-94057-511-5. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9368>
2. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры : учебное пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова ; под редакцией Г.И. Курбатовой. - Санкт-Петербург: Лань, 2014. - 112 с. - ISBN 978-5-8114-1657-8. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/49469>

7.3. Интернет-ресурсы:

Национальный Открытый Университет 'ИНТУИТ' - <http://www.intuit.ru/>
Портал КФУ - www.kpfu.ru
Свободная система компьютерной алгебры Maxima - <http://maxima.sourceforge.net/ru/>
Система дистанционного обучения КФУ - <http://tulpar.kfu-elearning.ru>
ЭБС 'Знаниум' - <http://znanium.com/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория чисел" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитории для лекций и практических занятий. Рекомендованная для освоения курса литература, компьютеры, ксерокс, проектор.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Арсланов М.М. _____

"__" 201 __ г.

Рецензент(ы):

Файзрахманов М.Х. _____

"__" 201 __ г.