

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Дополнительные главы функционального анализа Б3.В.4

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Кораблев А.И.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Миссаров М. Д.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 992214

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Кораблев А.И. кафедры анализа данных и исследования операций отделение фундаментальной информатики и информационных технологий, Anatol.Korablev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Специальный курс охватывает следующие темы:

Метрические пространства. Линейные пространства. Нормированные пространства. Гильбертовы пространства. Линейные функционалы на нормированных пространствах. Линейные операторы. Дифференцирование нелинейных операторов.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б3.В.4 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина изучается на 3 курсе, в 6 семестре.

Для изучения этой дисциплины студент должен знать математический анализ, алгебру и геометрию. Студенты могут использовать полученные знания в процессе подготовки к сдаче экзамена кандидатского минимума по специальностям 01.01.07 (вычислительная математика) и 01.01.09 (математическая кибернетика)

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	- способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников;
ПК-7 (профессиональные компетенции)	- способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам;
ПК-9 (профессиональные компетенции)	- способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования.

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

использовать полученные знания в процессе подготовки к сдаче экзамена кандидатского минимума по специальностям 01.01.07 (вычислительная математика) и 01.01.09 (математическая кибернетика)

4. должен демонстрировать способность и готовность:

пониманием роли и места функционального анализа в современном математическом анализе, в вычислительной математике, в теории экстремальных задач и в экономико-математическом моделировании;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

основные понятия и положения, лежащие в основе данной математической дисциплины;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять общие принципы функционального анализа к решению различных прикладных проблем как при построении и обосновании различных приближенных методов, так и при построении моделей математической экономики;

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение. История развития функционального анализа и его место в системе фундаментальных математических дисциплин. Элементы теории множеств.	6	1-2	0	0	8	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Метрические пространства и топологические пространства. Понятие метрического пространства. Основные примеры. Непрерывные отображения метрических пространств. Изометрия. Замкнутые множества. Предельные точки. Сходимость. Плотные множества. Замкнутые и открытые множества. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Пополнения. Принцип сжимающих отображений и его применения. Топологические пространства.	6	3-4	0	0	8	домашнее задание
3.	Тема 3. Линейные пространства. Определения и примеры линейных пространств. Линейная зависимость. Подпространства. Линейные функционалы. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Функционал Минковского. Теорема Хана - Банаха. Отделимость выпуклых множеств.	6	5-6	0	0	8	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Нормированные пространства. Определения и примеры нормированных пространств. Подпространства нормированного пространства.	6	7-8	0	0	8	домашнее задание
5.	Тема 5. Гильбертовы пространства. Скалярное произведение. Определения и примеры евклидовых пространств. Ортогональность. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация. Определения и примеры гильбертовых пространств. Неравенство Бесселя. Замкнутые ортогональные системы. Ряды Фурье. Изоморфизм гильбертовых пространств. Подпространства. Ортогональное дополнение.	6	9-11	0	0	8	контрольная работа домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Линейные функционалы на нормированных пространствах. Линейные непрерывные функционалы. Ограниченные линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство. Второе сопряженное пространство. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.	6	12-14	0	0	12	домашнее задание
7.	Тема 7. Линейные операторы. Линейные операторы в нормированных пространствах. Определения и примеры. Непрерывность и ограниченность. Сумма и произведение операторов. Обратимость. Обратный оператор. Сопряженные операторы.	6	15-16	0	0	12	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Дифференцирование нелинейных операторов. Сильный дифференциал (дифференциал Фреше). Слабый дифференциал (дифференциал Гато). Связь между сильной и слабой дифференцируемостью. Дифференцируемые функционалы. Необходимое условие экстремума первого порядка.	6	17-18	0	0	8	домашнее задание контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	экзамен
	Итого			0	0	72	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение. История развития функционального анализа и его место в системе фундаментальных математических дисциплин. Элементы теории множеств.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Введение. История развития функционального анализа и его место в системе фундаментальных математических дисциплин. Элементы теории множеств.

Тема 2. Метрические пространства и топологические пространства. Понятие метрического пространства. Основные примеры. Непрерывные отображения метрических пространств. Изометрия. Замыкания. Предельные точки. Сходимость. Плотные множества. Замкнутые и открытые множества. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Пополнения. Принцип сжимающих отображений и его применения. Топологические пространства.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Метрические пространства и топологические пространства. Понятие метрического пространства. Основные примеры. Непрерывные отображения метрических пространств. Изометрия. Замыкания. Предельные точки. Сходимость. Плотные множества. Замкнутые и открытые множества. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Пополнения. Принцип сжимающих отображений и его применения. Топологические пространства.

Тема 3. Линейные пространства. Определения и примеры линейных пространств. Линейная зависимость. Подпространства. Линейные функционалы. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Функционал Минковского. Теорема Хана - Банаха. Отделимость выпуклых множеств.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Линейные пространства. Определения и примеры линейных пространств. Линейная зависимость. Подпространства. Линейные функционалы. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Функционал Минковского. Теорема Хана - Банаха. Отделимость выпуклых множеств.

Тема 4. Нормированные пространства. Определения и примеры нормированных пространств. Подпространства нормированного пространства.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Нормированные пространства. Определения и примеры нормированных пространств. Подпространства нормированного пространства.

Тема 5. Гильбертовы пространства. Скалярное произведение. Определения и примеры эвклидовых пространств. Ортогональность. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация. Определения и примеры гильбертовых пространств. Неравенство Бесселя. Замкнутые ортогональные системы. Ряды Фурье. Изоморфизм гильбертовых пространств. Подпространства. Ортогональное дополнение.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Гильбертовы пространства. Скалярное произведение. Определения и примеры эвклидовых пространств. Ортогональность. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация. Определения и примеры гильбертовых пространств. Неравенство Бесселя. Замкнутые ортогональные системы. Ряды Фурье. Изоморфизм гильбертовых пространств. Подпространства. Ортогональное дополнение.

Тема 6. Линейные функционалы на нормированных пространствах. Линейные непрерывные функционалы. Ограниченные линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство. Второе сопряженное пространство. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Линейные функционалы на нормированных пространствах. Линейные непрерывные функционалы. Ограниченные линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство. Второе сопряженное пространство. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.

Тема 7. Линейные операторы. Линейные операторы в нормированных пространствах. Определения и примеры. Непрерывность и ограниченность. Сумма и произведение операторов. Обратимость. Обратный оператор. Сопряженные операторы.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Линейные операторы. Линейные операторы в нормированных пространствах. Определения и примеры. Непрерывность и ограниченность. Сумма и произведение операторов. Обратимость. Обратный оператор. Сопряженные операторы.

Тема 8. Дифференцирование нелинейных операторов. Сильный дифференциал (дифференциал Фреше). Слабый дифференциал (дифференциал Гато). Связь между сильной и слабой дифференцируемостью. Дифференцируемые функционалы. Необходимое условие экстремума первого порядка.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Дифференцирование нелинейных операторов. Сильный дифференциал (дифференциал Фреше). Слабый дифференциал (дифференциал Гато). Связь между сильной и слабой дифференцируемостью. Дифференцируемые функционалы. Необходимое условие экстремума первого порядка.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение. История развития функционального анализа и его место в системе фундаментальных математических дисциплин. Элементы теории множеств.	6	1-2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Метрические пространства и топологические пространства. Понятие метрического пространства. Основные примеры. Непрерывные отображения метрических пространств. Изометрия. Замыкания. Предельные точки. Сходимость. Плотные множества. Замкнутые и открытые множества. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Пополнения. Принцип сжимающих отображений и его применения. Топологические пространства.	6	3-4	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Линейные пространства. Определения и примеры линейных пространств. Линейная зависимость. Подпространства. Линейные функционалы. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Функционал Минковского. Теорема Хана - Банаха. Отделимость выпуклых множеств.	6	5-6	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Нормированные пространства. Определения и примеры нормированных пространств. Подпространства нормированного пространства.	6	7-8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Гильбертовы пространства. Скалярное произведение. Определения и примеры евклидовых пространств. Ортогональность. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация. Определения и примеры гильбертовых пространств.	6	9-11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
	Неравенство Бесселя. Замкнутые ортогональные системы. Ряды Фурье. Изоморфизм гильбертовых пространств. Подпространства. Ортогональное дополнение.			подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Линейные функционалы на нормированных пространствах. Линейные непрерывные функционалы. Ограниченные линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство. Второе сопряженное пространство. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.	6	12-14	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Линейные операторы. Линейные операторы в нормированных пространствах. Определения и примеры. Непрерывность и ограниченность. Сумма и произведение операторов. Обратимость. Обратный оператор. Сопряженные операторы.	6	15-16	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Дифференцирование нелинейных операторов. Сильный дифференциал (дифференциал Фреше). Слабый дифференциал (дифференциал Гато). Связь между сильной и слабой дифференцируемостью. Дифференцируемые функционалы. Необходимое условие экстремума первого порядка.	6	17-18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Аудиторные занятия со студентами по данной дисциплине проводятся семинарских занятий, причем часть из них проходит в интерактивной форме, с демонстрацией материала. Кроме того, предусмотрена самостоятельная работа студентов.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение. История развития функционального анализа и его место в системе фундаментальных математических дисциплин. Элементы теории множеств.

домашнее задание , примерные вопросы:

Подготовка к семинарским и лабораторным занятиям. Доработка заданий, выполняемых на практических занятиях.

Тема 2. Метрические пространства и топологические пространства. Понятие метрического пространства. Основные примеры. Непрерывные отображения метрических пространств. Изометрия. Замкнутости. Предельные точки. Сходимость. Плотные множества. Замкнутые и открытые множества. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Пополнения. Принцип сжимающих отображений и его применения. Топологические пространства.

домашнее задание , примерные вопросы:

Подготовка к семинарским и лабораторным занятиям. Доработка заданий, выполняемых на практических занятиях.

Тема 3. Линейные пространства. Определения и примеры линейных пространств. Линейная зависимость. Подпространства. Линейные функционалы. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Функционал Минковского. Теорема Хана - Банаха. Отделимость выпуклых множеств.

домашнее задание , примерные вопросы:

Подготовка к семинарским и лабораторным занятиям. Доработка заданий, выполняемых на практических занятиях.

Тема 4. Нормированные пространства. Определения и примеры нормированных пространств. Подпространства нормированного пространства.

домашнее задание , примерные вопросы:

Подготовка к семинарским и лабораторным занятиям. Доработка заданий, выполняемых на практических занятиях.

Тема 5. Гильбертовы пространства. Скалярное произведение. Определения и примеры евклидовых пространств. Ортогональность. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация. Определения и примеры гильбертовых пространств. Неравенство Бесселя. Замкнутые ортогональные системы. Ряды Фурье. Изоморфизм гильбертовых пространств. Подпространства. Ортогональное дополнение.

домашнее задание , примерные вопросы:

Подготовка к семинарским и лабораторным занятиям. Доработка заданий, выполняемых на практических занятиях.

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение индивидуального задания.

Тема 6. Линейные функционалы на нормированных пространствах. Линейные непрерывные функционалы. Ограниченные линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство. Второе сопряженное пространство. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.

домашнее задание , примерные вопросы:

Подготовка к семинарским и лабораторным занятиям. Доработка заданий, выполняемых на практических занятиях.

Тема 7. Линейные операторы. Линейные операторы в нормированных пространствах. Определения и примеры. Непрерывность и ограниченность. Сумма и произведение операторов. Обратимость. Обратный оператор. Сопряженные операторы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Подготовка к семинарским и лабораторным занятиям. Доработка заданий, выполняемых на практических занятиях.

Тема 8. Дифференцирование нелинейных операторов. Сильный дифференциал (дифференциал Фреше). Слабый дифференциал (дифференциал Гато). Связь между сильной и слабой дифференцируемостью. Дифференцируемые функционалы. Необходимое условие экстремума первого порядка.

домашнее задание , примерные вопросы:

Подготовка к семинарским и лабораторным занятиям. Доработка заданий, выполняемых на практических занятиях.

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение индивидуального задания.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Образцы примеров для текущего контроля по курсу

1. Доказать, что для любых четырех точек x, y, z, t метрического пространства (X, ρ) справедливы неравенства:

1) $|\rho(x, z) - \rho(y, z)| \leq \rho(x, y)$;

2) $|\rho(x, z) - \rho(y, t)| \leq \rho(x, y) + \rho(z, t)$.

2. Доказать, что аксиомы метрического пространства эквивалентны следующим двум аксиомам:

1) $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$;

2) $\rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(y, z)$.

3. Пусть $\rho(x,y)$ - метрика на множестве X . Доказать, что функция $\rho_1(x,y) = \rho(x,y)/(1+\rho(x,y))$, является метрикой на X .
4. Пусть $\rho(x,y)$ - метрика на множестве X . Доказать, что функция $\rho_2(x,y) = \min\{\rho(x,y), 1\}$ является метрикой на X .
5. Доказать, что множество l_0 всех числовых последовательностей $x = (x_1, x_2, \dots)$, стремящихся к нулю, с метрикой $\rho(x,y) = \max_k |x_k - y_k|$ является полным метрическим пространством.
6. Доказать, что множество $C[a,b]$ всех непрерывных функций на отрезке $[a,b]$ с метрикой $\rho(x,y) = \max_{t \in [a,b]} |x(t) - y(t)|$ является полным метрическим пространством.
7. Доказать, что множество m ограниченных числовых последовательностей $x = (x_1, x_2, \dots)$ с метрикой $\rho(x,y) = \sup_i |x_i - y_i|$ является полным метрическим пространством.
8. Будет ли множество всех действительных чисел с метрикой $\rho(x,y) = \sin^2(x-y)$ метрическим пространством?
9. Будет ли множество точек плоскости (x,y) с метрикой $\rho(x,y) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$ метрическим пространством?
10. Показать, что пространство R^n нормировано относительно нормы $\|x\| = (\sum_{k=1}^n |x_k|^2)^{1/2}$.
11. Показать, что пространство $C[a,b]$ нормировано относительно нормы $\|x\| = \sup_k |x_k|$.
12. Показать, что пространство $C[a,b]$ нормировано относительно нормы $\|x\| = \sup_{a \leq t \leq b} |x(t)|$.
13. Доказать, что $C[a,b]$ не полно по норме $\|x\| = \int_a^b |x(t)| dt$.
14. Доказать, что конечномерное пространство полно.
15. Проверить сепарабельность пространства R^n .
16. Проверить сепарабельность пространства $C[a,b]$.
17. Проверить сепарабельность пространства m .
18. Является ли линейным в $C[0,1]$ функционал $F(x) = \int_0^1 x(t) \sin t dt$? Непрерывен ли он? Вычислить его норму.
19. Является ли линейным в $C[0,1]$ функционал $F(x) = x(1/2)$? Непрерывен ли он? Вычислить его норму.
20. Является ли линейным в $C[0,1]$ функционал $F(x) = x'(t_0)$? Непрерывен ли он? Вычислить его норму.
21. Проверить, что пространство l_2 со скалярным произведением $(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} x_k y_k$, где $x = \{x_1, x_2, \dots\}$, $y = \{y_1, y_2, \dots\}$ является гильбертовым.
22. Проверить, что пространство $L_2(0,1)$ со скалярным произведением $(x,y) = \int_0^1 x(s)y(s) ds$ является гильбертовым.
23. Проверить сходимость последовательности x_n в пространстве m , если $x_{n,k} = 1$ при $k=n$ и $x_{n,k} = 0$ при $k \neq n$.
24. Вычислить производную Фреше отображения $F: R^3 \rightarrow R$ $F(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2^2 + x_3^3$ в точке $(1,1,1)$.

БИЛЕТЫ К ЭКЗАМЕНУ

Билет 1

1. Метрические пространства. Определение и основные понятия.

2. Примеры нормированных пространств.

Билет 2

1. Точки прикосновения. Замыкания. Предельные точки.
2. Примеры линейных пространств.

Билет 3

1. Сходимость в метрическом пространстве.
2. Скалярное произведение. Определение и примеры.

Билет 4

1. Плотность множеств. Сепарабельные пространства.
2. Примеры евклидовых пространств.

Билет 5

1. Замкнутые и открытые множества в метрических пространствах.
2. Примеры гильбертовых пространств.

Билет 6

1. Полные метрические пространства. Примеры.
2. Примеры линейных функционалов.

Билет 7

1. Теорема о вложенных шарах.
2. Примеры линейных операторов.

Билет 8

1. Единственность пополнения метрического пространства.
2. Примеры линейно-выпуклых функционалов.

Билет 9

1. Теорема о существовании пополнения метрического пространства.
2. Связь скалярного произведения с нормой.

Билет 10

1. Принцип сжимающих отображений.
2. Примеры ортонормированных базисов.

Билет 11

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению уравнения $f(x)=x$.
2. Примеры линейных подпространств в евклидовом пространстве.

Билет 12

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
2. Примеры линейных пространств.

Билет 13

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши.
2. Примеры нормированных пространств.

Билет 14

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений Фредгольма первого рода.
2. Примеры евклидовых пространств.

Билет 15

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений Вольтерра.

2. Скалярное произведение. Определение и примеры.

Билет 16

1. Линейные пространства.
2. Примеры метрических пространств.

Билет 17

1. Выпуклые множества.
2. Примеры сепарабельных и несепарабельных пространств.

Билет 18

1. Выпуклые функционалы.
2. Примеры полных и не полных метрических пространств.

Билет 19

1. Линейно-выпуклые функционалы. Функционал Минковского.
2. Примеры евклидовых пространств.

Билет 20

1. Теорема Хана-Банаха.
2. Примеры метрических пространств.

Билет 21

1. Отделимость выпуклых множеств.
2. Примеры гильбертовых пространств.

Билет 22

1. Линейные нормированные пространства.
2. Примеры сепарабельных и несепарабельных пространств.

Билет 23

1. Скалярное произведение. Евклидовы пространства.
2. Примеры линейных функционалов.

Билет 24

1. Линейная независимость. Ортогональность. Счетность ортонормированной системы в сепарабельном евклидовом пространстве.
2. Примеры линейных операторов.

Билет 25

1. Процесс ортогонализации Шмидта.
2. Примеры линейно-выпуклых функционалов.

Билет 26

1. Ряды Фурье. Замкнутые ортонормированные системы.
2. Примеры полных и не полных метрических пространств.

Билет 27

1. Теорема Рисса-Фишера.
2. Примеры метрических пространств.

Билет 28

1. Критерий полноты ортонормированной системы.
2. Примеры линейных подпространств в евклидовом пространстве.

Билет 29

1. Гильбертовы пространства. Изоморфизм гильбертовых пространств.
2. Примеры линейных операторов.

Билет 30

1. Ортогональные дополнения.
2. Примеры метрических пространств.

Билет 31

1. Линейные непрерывные функционалы. Норма линейного функционала.
2. Примеры линейно-выпуклых функционалов.

Билет 32

1. Теорема Хана-Банаха для нормированных пространств.
2. Примеры рефлексивных и нерефлексивных пространств.

Билет 33

1. Сопряженное пространство.
2. Примеры линейно-выпуклых функционалов.

Билет 34

1. Второе сопряженное пространство. Рефлексивные пространства.
2. Примеры евклидовых пространств.

Билет 35

1. Слабая сходимость в нормированном пространстве.
2. Примеры сепарабельных и несепарабельных пространств.

Билет 36

1. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.
2. Примеры полных и не полных метрических пространств.

Билет 37

1. Линейные операторы. Обратный и сопряженный операторы.
2. Примеры гильбертовых пространств.

Билет 38

1. Дифференцируемость операторов по Фреше и по Гато.
2. Примеры линейных функционалов.

Билет 39

1. Дифференцируемость функционалов. Необходимое условие экстремума первого порядка.
2. Примеры метрических пространств.

7.1. Основная литература:

1. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. ?Издание 7-е. ?Москва: Физматлит, 2006. ?572 с.
2. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебное пособие для студентов мат. спец. вузов / А. Б. Антонец, П. Н. Князев, Я. В. Радыно ; Под ред. С. Г. Крейна .? Издание 3-е , стереотипное .? Москва : URSS : [КомКнига], [2006] .? 208 с.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2009. - 572 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206
4. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с.- ISBN 978-5-16-006429-1 <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=377270>
5. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 272 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245

7.2. Дополнительная литература:

1. Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу. - СПб.: Лань, 2012. - 192с.

ЭБС "Лань": http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3175

2. Шерстнев, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) . Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .?

Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .?

7.3. Интернет-ресурсы:

портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы функционального анализа" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Семинарские занятия проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности .

Автор(ы):

Кораблев А.И. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М. _____

"__" _____ 201__ г.