

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Вариационное исчисление и оптимальное управление Б1.В.ДВ.20

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Плещинский Н.Б.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Плещинский Н.Б.
Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики ,
Nikolai.Pleshchinskii@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Изучаются основные принципы постановки и исследования экстремальных задач математического моделирования и математической физики, а также методы решения типовых задач вариационного исчисления и оптимального управления

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.20 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Изучение дисциплины основано на знаниях, полученных при освоении общепрофессиональных и профессиональных дисциплин по профилю "Математическое моделирование" (бакалавр)

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способность совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности
ОК-7 (общекультурные компетенции)	способность и готовность к активному общению в научной, производственной и социально-общественной сферах деятельности
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способность свободно пользоваться русским и иностранным языками как средством делового общения; способность к активной социальной мобильности
ОК-9 (общекультурные компетенции)	способность использовать углубленные знания правовых и этических норм при оценке последствий своей профессиональной деятельности, при разработке и осуществлении социально значимых проектов
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность проводить семинарские и практические занятия с обучающимися, а также лекционные занятия спецкурсов по профилю специализации
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий по профильной направленности ООП магистратуры
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способность работать в международных проектах по тематике специализации
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать учебно-методические комплексы для электронного и мобильного обучения

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- обладать теоретическими знаниями в области исследования свойств и разработки методов решения экстремальных задач

2. должен уметь:

- ориентироваться в современных методах решения экстремальных задач;

3. должен владеть:

- понимать основные принципы постановки и исследования экстремальных задач математического моделирования и математической физики;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

приобрести навыки решения типовых задач вариационного исчисления и оптимального управления.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Постановка задач оптимального управления	8	1-2	0	5	0	Дискуссия
2.	Тема 2. Классическое вариационное исчисление	8	3-4	0	5	0	Научный доклад
3.	Тема 3. Интегральное вариационное исчисление	8	5-6	0	5	0	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Дифференцирование отображений	8	7-8	0	5	0	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Гладкие задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств	8	9-10	0	5	0	Дискуссия

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Оптимизация в бесконечномерных пространствах	8	11-12	0	4	0	Контрольная работа
7.	Тема 7. Принцип максимума Понтрягина	8	13-14	0	4	0	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Динамическое программирование Беллмана	8	15-16	0	3	0	Письменная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	Зачет
	Итого			0	36	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Постановка задач оптимального управления

практическое занятие (5 часа(ов)):

Основные понятия и терминология. Абстрактная экстремальная задача. Состояние и управление, уравнение состояний. Два подхода к решению задач оптимального управления. Примеры экстремальных задач. Задача о брахистохроне. Задача Дидоны. Оптимальное распределение нагрузки вдоль упругой струны. Оптимальное управление температурой стержня. Простейшая задача о быстродействии.

Тема 2. Классическое вариационное исчисление

практическое занятие (5 часа(ов)):

Простейшая задача классического вариационного исчисления. Лемма Лагранжа и лемма Дюбуа-Реймона. Необходимое условия экстремума в форме уравнения Эйлера. Необходимое условие экстремума в задаче Больца. Изопериметрическая задача. Правило множителей Лагранжа. Задача с подвижными концами. Пример Гильберта. Расширение класса искомых функций.

Тема 3. Интегральное вариационное исчисление

практическое занятие (5 часа(ов)):

Простейшая задача интегрального вариационного исчисления. Основная лемма и аналог леммы Дюбуа-Реймона. Необходимое условие экстремума в форме интегрального уравнения. Условие линейности интегрального уравнения. Теоремы Фредгольма. Изопериметрическая задача. Распределение нагрузки вдоль упругой струны. Расширение класса искомых функций. Аналог задачи Больца.

Тема 4. Дифференцирование отображений

практическое занятие (5 часа(ов)):

Некоторые сведения из функционального анализа в нормированных пространствах. Производные отображений: вариация по Лагранжу, слабая и сильная производные. Правила дифференцирования. Теорема о суперпозиции и теорема о среднем. Дифференцирование в произведении пространств. Теорема о полном дифференциале. Оператор Немыцкого. Производные интегральных функционалов.

Тема 5. Гладкие задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств

практическое занятие (5 часа(ов)):

Необходимое условие первого порядка. Формула Тейлора. Необходимое условие второго порядка. Достаточное условие экстремума второго порядка. Правило множителей Лагранжа в конечномерном случае. Правило множителей Лагранжа в бесконечномерном случае. Условия дополняющей нежесткости и условия неотрицательности. Примеры экстремальных задач и их решение.

Тема 6. Оптимизация в бесконечномерных пространствах

практическое занятие (4 часа(ов)):

Бесконечномерное линейное программирование. Градиентные методы: метод проекции градиента, метод условного градиента, метод Ньютона-Канторовича и другие методы. Правила выбора шага в градиентных методах. Задача оптимального управления с линейным уравнением состояний и квадратичным функционалом. Задача об оптимальном управлении температурой стержня.

Тема 7. Принцип максимума Понтрягина

практическое занятие (4 часа(ов)):

Основная идея метода динамического программирования. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана. Примеры. Алгоритм метода динамического программирования и его программная реализация. Принцип максимума Понтрягина. Задача оптимального управления с закрепленным временем и свободным концом. Общий случай задачи оптимального управления. Простейшая задача о быстродействии.

Тема 8. Динамическое программирование Беллмана

практическое занятие (3 часа(ов)):

Аппроксимация и интерполяция. Аппроксимирующие пространства и операторы. Аппроксимация двойственности. Аппроксимация двойственных пространств и двойственных операторов. Аппроксимационные диаграммы. Абстрактное линейное программирование. Пример: задача о распределении нагрузки вдоль упругой струны. Общая экстремальная задача. Последовательность минимизирующих элементов

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Постановка задач оптимального управления	8	1-2	подготовка к дискуссии	5	дискуссия
2.	Тема 2. Классическое вариационное исчисление	8	3-4	подготовка к научному докладу	5	научный доклад
3.	Тема 3. Интегральное вариационное исчисление	8	5-6	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
4.	Тема 4. Дифференцирование отображений	8	7-8	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
5.	Тема 5. Гладкие задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств	8	9-10	подготовка к дискуссии	5	дискуссия
6.	Тема 6. Оптимизация в бесконечномерных пространствах	8	11-12	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Принцип максимума Понтрягина	8	13-14	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Динамическое программирование Беллмана	8	15-16	подготовка к письменной работе	3	письменная работа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Широкое использование активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Постановка задач оптимального управления

дискуссия , примерные вопросы:

Изучение литературных и интернет-источников, подготовка к дискуссии по темам: Основные понятия и терминология. Примеры задач оптимального управления.

Тема 2. Классическое вариационное исчисление

научный доклад , примерные вопросы:

Изучение литературных и интернет-источников, подготовка докладов по темам: Простейшая задача КВИ. Задача Больца. Изопериметрическая задача. Задача с подвижными концами. Расширение класса искомых функций.

Тема 3. Интегральное вариационное исчисление

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературных и интернет-источников по темам: Простейшая задача ИВИ. Аналог задачи Больца. Изопериметрическая задача. Задача с подвижными концами. Классы искомых функций.

Тема 4. Дифференцирование отображений

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературных и интернет-источников по темам: Производные отображений. Теорема о суперпозиции и теорема о среднем. Дифференцирование в произведении пространств. Оператор Немыцкого. Производные интегральных функционалов.

Тема 5. Гладкие задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств

дискуссия , примерные вопросы:

Изучение литературных и интернет-источников, подготовка к дискуссии по темам: Условия экстремума функционалов. Правило множителей Лагранжа.

Тема 6. Оптимизация в бесконечномерных пространствах

контрольная работа , примерные вопросы:

Изучение литературных и интернет-источников, подготовка к проверке знаний по темам: Градиентные методы. Задача ОУ с линейным уравнением состояний и квадратичным функционалом. Оптимальное управление температурой стержня.

Тема 7. Принцип максимума Понтрягина

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературных и интернет-источников по темам: Задача ОУ с закрепленным временем и свободным концом. Общий случай задачи ОУ. Простейшая задача о быстродействии.

Тема 8. Динамическое программирование Беллмана

письменная работа , примерные вопросы:

Изучение литературных и интернет-источников, подготовка письменного отчета по теме: Алгоритм метода динамического программирования.

Итоговая форма контроля

зачет (в 8 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

Экзаменационные вопросы:

1. Постановка задач оптимального управления.
2. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
3. Задача Больца классического вариационного исчисления.
4. Изопериметрическая задача классического вариационного исчисления.
5. Задача с подвижными концами классического вариационного исчисления.
6. Расширение класса искомых функций.
7. Простейшая задача интегрального вариационного исчисления.
8. Аналог задачи Больца.
9. Изопериметрическая задача интегрального вариационного исчисления.
10. Задача с подвижными концами интегрального вариационного исчисления.
11. Классы искомых функций в задачах вариационного исчисления.
12. Дифференцирование отображений.
13. Теорема о суперпозиции и теорема о среднем.
14. Дифференцирование в произведении пространств.
15. Производные интегральных функционалов.
16. Гладкие экстремальные задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств.
17. Необходимые и достаточные условия экстремума функционалов.
18. Правило множителей Лагранжа.
19. Градиентные методы в бесконечномерных пространствах.
20. Задача оптимального управления с линейным уравнением состояний и квадратичным функционалом.
21. Оптимальное управление температурой стержня.
22. Принцип максимума Понтрягина.
23. Задача ОУ с закрепленным временем и свободным концом.
24. Общий случай задачи оптимального управления.
25. Простейшая задача о быстродействии.
26. Динамическое программирование Беллмана.
27. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана.
28. Алгоритм метода динамического программирования.

7.1. Основная литература:

1. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.К. Романко. ? Электрон. дан. ? Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. ? 347 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70785>

2. Авербух Ю.В. Простейшие задачи вариационного исчисления: Учебно-методическое пособие / Авербух Ю.В., Сережникова Т.И., - 2-е изд., стер. - М.:Флинта, 2018. - 41 с.: ISBN 978-5-9765-3510-7 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/965914>
3. Матвеев А.С. Введение в математическую теорию оптимального управления: Учебник / Матвеев А.С. - СПб:СПбГУ, 2018. - 194 с.: ISBN 978-5-288-05809-7 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1001189>

7.2. Дополнительная литература:

1. Галеев, Э.М. Оптимальное управление [Электронный ресурс] : монография / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин. ? Электрон. дан. ? Москва : МЦНМО, 2008. ? 320 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9316>
2. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - 3-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0992-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544748>
3. Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.М. Гюнтер. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2009. ? 320 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/119>
4. Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2014. ? 112 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/45675>

7.3. Интернет-ресурсы:

Математические методы - <http://znanium.com/bookread.php?book=137102>
Модели оптимального управления - <http://znanium.com/bookread.php?book=4923623>
Монография Ю.П.Петрова - <http://znanium.com/bookread.php?book=350744>
Очерки истории управления - <http://znanium.com/bookread.php?book=350298>
сайт Н.Б.Плещинского - www.abcpnb.ru

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Вариационное исчисление и оптимальное управление" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Теоретические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Плещинский Н.Б. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. _____

"__" _____ 201__ г.