

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Абстрактные приближенные схемы Б1.В.ДВ.11

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Плещинский Н.Б.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Плещинский Н.Б.
Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики ,
Nikolai.Pleshchinskii@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

В специальном курсе лекций рассматриваются основные принципы построения приближенных схем, которые используются при аппроксимации граничных задач для дифференциальных уравнений и интегральных уравнений. Излагается абстрактный подход, основанный на общей теории линейных операторов. В качестве примеров применения теории аппроксимации и интерполяции приводятся интегральные уравнения Фредгольма, бесконечные системы линейных алгебраических уравнений, задача Коши и краевые задачи для уравнений математической физики, а также экстремальные задачи.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина по выбору Б3.ДВ.1 "Абстрактные приближенные схемы" относится к профессиональному циклу дисциплин, предназначена для студентов 4 курса (7 семестр). Базируется на знаниях, полученных в рамках дисциплин "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения", "Уравнения математической физики", "Численные методы".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные принципы построения и исследования приближенных схем;

2. должен уметь:

выбирать оптимальные варианты выбора способов аппроксимации операторных уравнений;

3. должен владеть:

приемами доказательства сходимости приближенных схем;

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

навыки численного решения граничных задач для дифференциальных уравнений и интегральных уравнений

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в теорию абстрактных схем	6	1-2	0	0	4	
2.	Тема 2. Операторы и операторные уравнения	6	3-4	0	0	4	
3.	Тема 3. Условия единственности решений	6	5-6	0	0	4	Контрольная работа
4.	Тема 4. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода	6	7-8	0	0	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Существование решений	6	9-10	0	0	4	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Сходимость приближенной схемы	6	11-12	0	0	4	
7.	Тема 7. Метод усечения БСЛАУ	6	13-14	0	0	3	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Устойчивость приближенной схемы	6	15-16	0	0	3	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Нелинейные приближенные схемы	6	17	0	0	3	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Аппроксимация экстремальных задач	6	18	0	0	3	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			0	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в теорию абстрактных схем

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Параметрические семейства задач. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. Примеры приближенных схем. Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений. Граничные задачи для дифференциальных уравнений. Интегральные уравнения Фредгольма: метод механических квадратур и метод Галеркина. Экстремальные задачи.

Тема 2. Операторы и операторные уравнения

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Множества и отображения. Линейные пространства и линейные операторы. Пространства со скалярным произведением. Нормированные пространства. Множество нулей линейного оператора и множество значений. Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора. Необходимое и достаточное условие существования ограниченного обратного оператора.

Тема 3. Условия единственности решений

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Аппроксимирующие пространства. Операторы аппроксимации и интерполяции. Невырожденная аппроксимация. Аппроксимирующий оператор. Оценки погрешности элементов. Леммы об априорной оценке погрешностей решений операторных уравнений. Условие существования ограниченного обратного оператора у аппроксимирующего оператора. Условие существования ограниченного обратного оператора у точного оператора.

Тема 4. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Теоремы Фредгольма о разрешимости интегральных уравнений. Приближенное решение уравнения Фредгольма второго рода методом механических квадратур, пространства с кубическими нормами. Вычисление норм операторов аппроксимации и интерполяции. Приближенное решение уравнения Фредгольма второго рода методом Галеркина (методом моментов), сферические нормы.

Тема 5. Существование решений

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Аппроксимирующее решение операторного уравнения и приближенное решение. Непрерывно обратимые операторы. Леммы о непрерывной обратимости линейных операторов. Условия обратимости справа линейных операторов. Понятие квазирешения операторного уравнения. Невязки точного и аппроксимирующего уравнений. Оценка невязок точного и аппроксимирующего уравнений.

Тема 6. Сходимость приближенной схемы

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Два определения сходимости последовательности аппроксимирующих решений (S-сходимость и T-сходимость). Сильная сходимость последовательности аппроксимирующих операторов к точному оператору (ST- и TS-сходимость). Две теоремы о сходимости абстрактной приближенной схемы. Проверка условия единственности решений аппроксимирующих уравнений.

Тема 7. Метод усечения БСЛАУ

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Метод усечения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений: операторы аппроксимации и интерполяции, кубические нормы и сферические нормы. Техника оценок норм. Проверка условий сходимости последовательностей приближенных решений к точному решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Примеры регулярных БСЛАУ.

Тема 8. Устойчивость приближенной схемы

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Устойчивость последовательности аппроксимирующих операторов. Условия сходимости приближенной схемы, использующие ее устойчивость. Двойственные утверждения о сходимости. Пример: задача Коши для простейшего дифференциального уравнения первого порядка, приближенная схема метода Эйлера. Проверка условия сильной сходимости последовательности аппроксимирующих операторов.

Тема 9. Нелинейные приближенные схемы

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Достаточные условия сходимости приближенной схемы: условие аппроксимации, условие устойчивости и условие невырожденности норм. Пример: задача Коши для нелинейного дифференциального уравнения. Метод Галеркина. Равносильность методу усечения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Метод полуобращения операторного уравнения.

Тема 10. Аппроксимация экстремальных задач

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Двойственные пространства и двойственные операторы. Аппроксимация двойственных пространств и двойственных операторов. Аппроксимационные диаграммы. Бесконечномерное линейное программирование. Пример: задача о распределении нагрузки вдоль упругой струны. Аппроксимация общей экстремальной задачи. Сходимость минимизирующей последовательности.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Условия единственности решений	6	5-6	подготовка к контрольной работе	12	контрольная работа
4.	Тема 4. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода	6	7-8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Существование решений	6	9-10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Метод усечения БСЛАУ	6	13-14	подготовка домашнего задания	7	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Устойчивость приближенной схемы	6	15-16	подготовка домашнего задания	3	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Нелинейные приближенные схемы	6	17	подготовка домашнего задания	3	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Аппроксимация экстремальных задач	6	18	подготовка к контрольной работе	3	Контрольная работа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение в теорию абстрактных схем

Тема 2. Операторы и операторные уравнения

Тема 3. Условия единственности решений

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: Обратимость слева аппроксимирующего оператора. Обратимость слева точного оператора

Тема 4. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы, выполнение упражнений по темам: Метод механических квадратур. Метод моментов (метод Галеркина). Распределения (обобщенные функции). Преобразование Фурье: S'-теория

Тема 5. Существование решений

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы, выполнение упражнений по темам: Квазирешения. Условия обратимости справа линейных операторов. Оценка невязок точного и аппроксимирующего уравнений

Тема 6. Сходимость приближенной схемы

Тема 7. Метод усечения БСЛАУ

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: БСЛАУ Метод усечения

Тема 8. Устойчивость приближенной схемы

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Устойчивость приближенной схемы

Тема 9. Нелинейные приближенные схемы

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Нелинейные приближенные схемы

Тема 10. Аппроксимация экстремальных задач

Контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: Аппроксимация и интерполяция Априорные оценки погрешности Метод моментов (метод Галеркина) Оценка невязок точного и аппроксимирующего уравнений

Итоговая форма контроля

экзамен (в 6 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы для экзамена:

1. Понятие абстрактных схем
2. Операторы
3. Операторные уравнения
4. Условия единственности решений
5. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода
6. Существование решений
7. Сходимость приближенной схемы
8. БСЛАУ
9. Метод усечения
10. Устойчивость приближенной схемы
11. Нелинейные приближенные схемы
12. Аппроксимация экстремальных задач
13. Аппроксимация и интерполяция
14. Априорные оценки погрешности
15. Метод моментов (метод Галеркина)
16. Оценка невязок точного и аппроксимирующего уравнений

7.1. Основная литература:

1. Плещинский Н.Б. Прикладной функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н.Б. Плещинский. - Электрон. дан. - Казань: Казан. ун-т, 2018 - 80 с. - Режим доступа: https://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F_297754050/afa18a.pdf, свободный.
2. Осиленкер, Б.П. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебно-практическое пособие / Б.П. Осиленкер. - М. : МИСИ-Московский государственный строительный университет, 2017. - 133 с. - ISBN 978-5-7264-1650-2. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1018552>
3. Пирковский, А.Ю. Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Ю. Пирковский. ? Электрон. дан. ? Москва : МЦНМО, 2010. ? 176 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9384>

7.2. Дополнительная литература:

1. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2009. ? 572 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2206>
2. Треногин, В.А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Треногин. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2007. ? 488 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59471>
3. Филимоненкова, Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Филимоненкова. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2015. ? 176 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/64343>

7.3. Интернет-ресурсы:

www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf - www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf

www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf - www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf
www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf - www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf
www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf - www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf
www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf - www.abcpnb.ru/RUS/Resour/AbsShe/z.pdf

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Абстрактные приближенные схемы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Плещинский Н.Б. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. _____

"__" _____ 201__ г.