МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский
_____ «___»_____20__г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Методика решения задач повышенной трудности по математике Б1.В.ДВ.14

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):

Разумова О.В. , Шакирова Л.Р.

Рецензент(ы):

Киндер М.И.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Шакирова Л. Р.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 817220918

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Разумова О.В. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Olga.Razumova@kpfu.ru ; заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Шакирова Л.Р. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Liliana.Shakirova@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

В основу изучения курса "Методика решения задач повышенной трудности по математике" положен принцип единства фундаментальности и профессиональной направленности обучения как методический принцип обучения учителя математики в вузе.

Цели изучения данного курса:

1) углубление и расширение знаний студентов о математических задачах, основных этапах, методах и приемах их решения;

2) фундаментализация методической подготовки будущих учителей к использованию нестандартных задач в процессе обучения математике в школьном курсе.

Основное внимание уделено решению и методическому разбору задач повышенной трудности из действующих школьных учебников по математике, сборников конкурсных задач в вузы, задач областных и Всероссийских математических олимпиад школьников, а также задач, предлагавшихся на Поволжских зональных студенческих конкурсах по специальности "математика".

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.14 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Курс по выбору "Методика решения задач повышенной трудности по математике" предназначен для студентов высших учебных заведений, активно увлекающихся поиском способов и методов решения математических задач повышенной трудности.

Курс является логическим продолжением дисциплины "Методика решения задач по элементарной математике".

В курс входит рассмотрение вопросов общего характера, касающихся характеристик эвристических и алгоритмических методов решения математических задач, а также частные вопросы, включающие поиск решения нестандартных задач, как по алгебре, так и по геометрии.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины студент должен демонстрировать способность и готовность:

- применять различные математические методы к решению нестандартных алгебраических, планиметрических и стереометрических задач;

- быть сориентированным на поиски красивых, изящных решений математических задач, что, в свою очередь, способствует эстетическому воспитанию и повышению математической культуры.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Математические задачи и методы их решения. Этапы решения задачи. Эвристические методы решения задачи. Алгоритмические методы решения задачи.	8	1	0	0	2	Творческое задание
2.	Тема 2. Основные понятия и теоремы элементарной математики. Выполнение теста по основным разделам элементарной математики	8	1	0	0	2	
3.	Тема 3. Задачи повышенной трудности по темам: "Целые числа", "Математическая индукция", "Функция. Исследование функции"	8	2	0	0	2	Письменная работа
4.	Тема 4. Задачи повышенной трудности по теме: "Уравнения и системы уравнений". Основные методы решения уравнений и систем уравнений. Нестандартные подходы к решению уравнений и систем уравнений	8	2	0	0	2	Письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Задачи повышенной трудности по тригонометрии. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы. Методы и приемы решения тригонометрических уравнений и их систем. Методы и приемы решения тригонометрических неравенств и их систем.	8	3	0	0	2	Письменная работа
6.	Тема 6. Алгебраические неравенства. Методы решения иррациональных, показательных, логарифмических неравенств и их систем. Решение задач повышенной трудности по рассматриваемой теме	8	3	0	0	2	Контрольная работа
7.	Тема 7. Планиметрия. Решение теста по планиметрии	8	4	0	0	4	
8.	Тема 8. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод дополнительных построений. Метод геометрических преобразований. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	5	0	0	4	Письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод подобия. Метод площадей. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	6	0	0	4	Письменная работа
10.	Тема 10. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод вспомогательной окружности. Метод геометрического видения. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	7	0	0	4	Письменная работа
11.	Тема 11. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод координат. Векторный метод (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	8	0	0	4	Письменная работа
12.	Тема 12. Стереометрия. Решение теста по стереометрии	8	9	0	0	4	
13.	Тема 13. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод координат. Векторный метод (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	10	0	0	4	Письменная работа

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
14.	Тема 14. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод вспомогательных сечений. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	11	0	0	4	Письменная работа
15.	Тема 15. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод проектирования. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	12	0	0	4	Письменная работа
16.	Тема 16. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Развертка. Достраивание тетраэдра. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	13,14	0	0	6	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	54	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Математические задачи и методы их решения. Этапы решения задачи. Эвристические методы решения задачи. Алгоритмические методы решения задачи.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

В ходе анализа научной литературы совместно со студентами выявляются методы решений математических задач.

Тема 2. Основные понятия и теоремы элементарной математики. Выполнение теста по основным разделам элементарной математики

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Студенты выполняют тест по основным разделам алгебры и математического анализа.

Тема 3. Задачи повышенной трудности по темам: "Целые числа", "Математическая индукция", "Функция. Исследование функции"

лабораторная работа (2 часа(ов)):

На занятии рассматривается: 1. применение теории целых чисел при решении задач повышенной трудности; 2. решение задач повышенной трудности, основанных на принципе полной математической индукции; 3. решение задач повышенной трудности на исследование и построение графиков функций.

Тема 4. Задачи повышенной трудности по теме: "Уравнения и системы уравнений". Основные методы решения уравнений и систем уравнений. Нестандартные подходы к решению уравнений и систем уравнений

лабораторная работа (2 часа(ов)):

1. Решение задач повышенной трудности общими методами решения уравнений: 1) использование преобразований (раскрытие скобок, освобождение от знаменателя, приведение подобных членов, взятие функций от обеих частей и т.д.); 2) разложение на множители, т.е. преобразование уравнения в произведение двух или нескольких многочленов; 3) замена переменной. 2. Решение задач повышенной трудности частными методами решения уравнений: 1) метод разности, 2) метод перехода к системе уравнений, 3) метод введения параметра. 3. Ознакомление с методами решения иррациональных уравнений, среди которых выделяются общие методы: 1) возведение обеих частей в одну и ту же степень с использованием равносильного перехода; 2) метод замены переменных; 3) переход к системе рациональных алгебраических уравнений. К частным методам решения иррациональных уравнений относят: 1) метод пристального взгляда, основанный на использовании свойств монотонности функции; 2) умножение на сопряженное выражение; 3) решение уравнений путем использования геометрической интерпретации; 4) метод оценок или исследования области значений. 4. Среди методов решения показательных уравнений в курсе выделяются следующие: 1) приведение обеих частей показательного уравнения к одному и тому же основанию; 2) вынесение общего множителя за скобки; 3) приведение показательного уравнения к алгебраическому при помощи замены переменной; 4) метод группировки; 5) графический способ решения уравнений; 6) исходя из определения логарифма или используя логарифмирование обеих частей. 5. Среди методов решения логарифмических уравнений выделяются следующие: 1) использование определения логарифма с переходом к системе алгебраических уравнений; 2) метод потенцирования; 3) приведение логарифмического уравнений к квадратному; 4) приведение логарифмов в уравнении к одному и тому же основанию; 5) логарифмирование обеих частей; 6) графический способ решения логарифмических уравнений. 6. Применение основных методов решения систем алгебраических уравнений: 1) метод подстановки; 2) метод алгебраического сложения или метод линейного преобразования системы; 3) метод замены переменных; 4) метод разложения на множители. На занятиях осуществляется использование рассмотренных методов при решении задач повышенной сложности.

Тема 5. Задачи повышенной трудности по тригонометрии. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы. Методы и приемы решения тригонометрических уравнений и их систем. Методы и приемы решения тригонометрических неравенств и их систем.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

В теории элементарной математики выделяется следующая классификация тригонометрических уравнений, исходя из методов их решения: 1) уравнения, приводящиеся к квадратным; 2) уравнения, решаемые разложением на множители; 3) однородные уравнения, содержащие функции sin (cos) от одного аргумента, сводящиеся к алгебраическим относительно tg или ctg делением на соответствующую степень sin (cos); 4) уравнения, решаемые методом введения вспомогательного угла либо с помощью универсальной подстановки; 6) тригонометрические уравнения высших степеней, решаемые с помощью метода понижения степени и др. Тригонометрические неравенства решаются с помощью следующих методов и приемов: 1) метод подстановки, сводящий тригонометрическое неравенство к алгебраическому; 2) графический способ; 3) с помощью единичной окружности с использованием определения тригонометрических функций. На занятиях осуществляется использование рассмотренных методов при решении тригонометрических уравнений и неравенств повышенной сложности.

Тема 6. Алгебраические неравенства. Методы решения иррациональных, показательных, логарифмических неравенств и их систем. Решение задач повышенной трудности по рассматриваемой теме

лабораторная работа (2 часа(ов)):

1. Ознакомление со способами доказательств алгебраических неравенств: 1) использование определения неравенства, т.е. составление разности правой и левой частей неравенства; 2) использование транзитивности; 3) использование замечательных неравенств (неравенство Коши, обобщение неравенства Коши); 4) использование метода полной математической индукции. 2. Ознакомление с подходами решения иррациональных, показательных и логарифмических неравенств. 3. Основные подходы к решению систем неравенств. На лабораторных занятиях рассматривается применение методов на примерах решения задач повышенной трудности.

Тема 7. Планиметрия. Решение теста по планиметрии

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Студенты выполняют тест по планиметрии

Тема 8. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод дополнительных построений. Метод геометрических преобразований. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

При решении геометрических задач повышенной сложности прибегают к использованию разнообразных методов и приемов, а также их комбинаций. Первоначально на занятиях будут рассматриваться часто используемые методы и приемы решения планиметрических задач: геометрические и аналитические (алгебраические). Отмечается, что в курсе элементарной математики существуют специфические приемы решения планиметрических задач. Это, прежде всего, относится к дополнительным построениям, как к одному из геометрических методов. Выделяются три разновидности дополнительных построений: 1) Продолжение отрезка (отрезков) на определенное расстояние или до пересечения с заданной прямой. Так, если в условии задачи есть медиана треугольника, то можно продолжить эту медиану на такое же расстояние. 2) Проведение прямой через две заданные точки. Данный прием используется в задачах, где фигурирует середина одной или нескольких сторон четырехугольника. Тогда стоит добавить середины каких-то других сторон или диагоналей и рассмотреть средние линии соответствующих треугольников. 3) Проведение через заданную точку прямой, параллельной данной прямой, или перпендикулярной данной прямой. В трапеции бывает полезно провести через одну вершину прямую, параллельную противоположной боковой стороне, либо прямую, параллельную диагонали, если речь идет о диагоналях в трапеции. Среди геометрических преобразований на плоскости выделяют: центральную симметрию, осевую симметрию, параллельный перенос, поворот. На лабораторном занятии рассматриваются примеры применения выше перечисленных методов.

Тема 9. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод подобия. Метод площадей. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На лабораторном занятии рассматриваются примеры применения методов, рассмотренных на лекционном занятии.

Тема 10. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод вспомогательной окружности. Метод геометрического видения. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Одним из геометрических методов является метод вспомогательной окружности. В основе данного метода лежат следующие теоремы планиметрии: Теорема 1. Для того чтобы в выпуклый четырёхугольник можно было вписать окружность, необходимо и достаточно, чтобы суммы длин противоположных сторон были равны друг другу. Теорема 2. Для того чтобы около выпуклого четырехугольника можно было описать окружность, необходимо и достаточно, чтобы суммы противоположных углов были равны 180 градусам. На лабораторном занятии рассматриваются конкретные примеры применение этого метода при решении задач повышенной сложности. Метод геометрического видения основывается на умении ?видеть геометрию?. Обычно, при решении задач методом геометрического видения не нужно проводить ни дополнительные построения, ни выполнять вычисления. Всё основывается на умениях видеть и сопоставлять геометрические факты.

Тема 11. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод координат. Векторный метод (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На лабораторном занятии рассматриваются примеры применения методов, рассмотренных на лекционном занятии.

Тема 12. Стереометрия. Решение теста по стереометрии

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Студенты выполняют тест по стереометрии

Тема 13. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод координат. Векторный метод (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На лабораторном занятии рассматриваются примеры применения методов, рассмотренных на лекционном занятии.

Тема 14. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод вспомогательных сечений. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Типичными задачами на применение метода вспомогательных сечений являются задачи на нахождение радиусов вписанных и описанных шаров для правильных пирамид, конусов и т. д. Большей частью метод сечений играет роль вспомогательного графического приёма, облегчающего решение или поиск решения задачи. На лабораторном занятии рассматриваются примеры применения данного метода.

Тема 15. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод проектирования. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На лабораторном занятии рассматриваются примеры применения методов, рассмотренных на лекционном занятии.

Тема 16. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Развертка. Достраивание тетраэдра. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

лабораторная работа (6 часа(ов)):

На лабораторном занятии рассматриваются примеры применения методов, рассмотренных на лекционном занятии.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Математические задачи и методы их решения. Этапы решения задачи. Эвристические методы решения задачи. Алгоритмические методы решения задачи.	8	1	На основе учебной литературы выделить методы решения математических задач, не рассмотренные на предш	6	Дистанционная форма контроля
3.	Тема 3. Задачи повышенной трудности по темам: "Целые числа", "Математическая индукция", "Функция. Исследование функции"	8	2	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
4.	Тема 4. Задачи повышенной трудности по теме: "Уравнения и системы уравнений". Основные методы решения уравнений и систем уравнений. Нестандартные подходы к решению уравнений и систем уравнений	8	2	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
5.	Тема 5. Задачи повышенной трудности по тригонометрии. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы. Методы и приемы решения тригонометрических уравнений и их систем. Методы и приемы решения тригонометрических неравенств и их систем.	8	3	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Алгебраические неравенства. Методы решения иррациональных, показательных, логарифмических неравенств и их систем. Решение задач повышенной трудности по рассматриваемой теме	8	3	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
8.	Тема 8. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод дополнительных построений. Метод геометрических преобразований. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	5	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
9.	Тема 9. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод подобия. Метод площадей. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	6	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
10.	Тема 10. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод вспомогательной окружности. Метод геометрического видения. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	7	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
11.	Тема 11. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод координат. Векторный метод (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	8	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
13.	Тема 13. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод координат. Векторный метод (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	10	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
14.	Тема 14. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод вспомогательных сечений. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	11	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
15.	Тема 15. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод проектирования. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	12	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
16.	Тема 16. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Развертка. Достраивание тетраэдра. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)	8	13,14	Студентам предлагается решить ряд задач на применение рассмотренных теоретических положений по теме.	7	Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач.
	Итого				90	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В ходе освоения дисциплины реализуется компетентностный подход, что предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий: лабораторных занятий в диалоговом режиме, дискуссий, разбор конкретных ситуаций, разработка учебных проектов, презентации работы студенческих исследовательских групп.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Математические задачи и методы их решения. Этапы решения задачи. Эвристические методы решения задачи. Алгоритмические методы решения задачи.

Дистанционная форма контроля , примерные вопросы:

На основе учебной литературы выделить методы решения математических задач, не рассмотренные на предшествующем занятии. Представить материал в электронном виде в отдельном файле; отправить на электронный адрес преподавателя.

Тема 2. Основные понятия и теоремы элементарной математики. Выполнение теста по основным разделам элементарной математики

зачет

Тема 3. Задачи повышенной трудности по темам: "Целые числа", "Математическая индукция", "Функция. Исследование функции"

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач. , примерные вопросы:

Контрольные задачи по темам "Целые числа", "Математическая индукция", "Функция. Исследование функции"

Тема 4. Задачи повышенной трудности по теме: "Уравнения и системы уравнений". Основные методы решения уравнений и систем уравнений. Нестандартные подходы к решению уравнений и систем уравнений

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач. , примерные вопросы:

Контрольные задачи по теме "Уравнения и системы уравнений"

Тема 5. Задачи повышенной трудности по тригонометрии. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы. Методы и приемы решения тригонометрических уравнений и их систем. Методы и приемы решения тригонометрических неравенств и их систем.

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач. , примерные вопросы:

Контрольные задачи по разделу "Тригонометрия"

Тема 6. Алгебраические неравенства. Методы решения иррациональных, показательных, логарифмических неравенств и их систем. Решение задач повышенной трудности по рассматриваемой теме

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи по теме "Неравенства и системы неравенств"

Тема 7. Планиметрия. Решение теста по планиметрии

зачет

Тема 8. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод дополнительных построений. Метод геометрических преобразований. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи на применение метода дополнительных построений, геометрических преобразований.

Тема 9. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод подобия. Метод площадей. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи на применения метода подобия, метода площадей.

Тема 10. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод вспомогательной окружности. Метод геометрического видения. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи на применение метода вспомогательной окружности, метода геометрического видения.

Тема 11. Задачи повышенной трудности по планиметрии. Метод координат. Векторный метод (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи на применение метода координат, векторного метода.

Тема 12. Стереометрия. Решение теста по стереометрии

зачет

Тема 13. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод координат. Векторный метод (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи на применение метода координат, векторного метода.

Тема 14. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод вспомогательных сечений. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи на применение метода вспомогательных сечений.

Тема 15. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Метод проектирования. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи на применение метода проектирования.

Тема 16. Задачи повышенной трудности по стереометрии. Развертка. Достраивание тетраэдра. (Раскрытие сущности методов; разбор примеров с применением методов)

Осуществляется аудиторная проверка решенных письменно контрольных задач., примерные вопросы:

Контрольные задачи на применение развертки, достраивания тетраэдра.

Итоговая форма контроля

зачет

Примерные вопросы к зачету:

I. Примерные вопросы на зачет:

1. Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

2. Целые, рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль действительного числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

3. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.

4. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

5. Функция. Способы задания функции. Свойства функции. Исследование функции. Линейная функция. Квадратичная функция. Обратная функция. Показательная функция. Логарифмическая функция. Тригонометрические функции. Построение графиков функций.

6. Уравнения и системы уравнений. Решения (корни) уравнения. Равносильность.

7. Неравенства. Системы и совокупности неравенств с одной переменной. Доказательства неравенств.

8. Тригонометрия. Тригонометрические уравнения и их системы. Нестандартные тригонометрические уравнения.

9. Начала анализа. Производная. Применение производной к исследованию функций. Применение производной в физике и геометрии. Первообразная. Интеграл.

10. Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол. Свойства вертикальных и смежных углов.

11. Медиана, биссектриса, высота. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.

12. Треугольник. Свойства средней линии треугольника. Свойства равнобедренного треугольника.

13. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.

14. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральный и вписанный углы.

15. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.

16. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.

17. Цилиндр, конус, шар, сфера.

18. Равенство и подобие фигур. Симметрия.

19. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.

20. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.

21. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объём многогранника, цилиндра, конуса, шара.

22. Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы.

23. Методы решения алгебраических уравнений и неравенств и их систем.

24. Методы решения иррациональных уравнений и неравенств.

25. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств и их систем.

26. Методы решения показательных уравнений и неравенств.

27. Методы решения логарифмических уравнений и неравенств.

28. Методы решения планиметрических задач.

29. Методы решения стереометрических задач.

II. Решить задачи из приложений:

1) Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа. Часть I. Методическое пособие/Разумова О.В. - Казань: ТГГПУ, 2009. - 115 с.

URL: http://www.kpfu.ru/main_page?p_sub=13902

2) Задачи повышенной трудности по геометрии. Часть II: Учебно-методическое пособие / О.В. Разумова. - Казань: Казан. ун-т, 2012. - 112 с.

URL: http://www.kpfu.ru/main_page?p_sub=13902

3) Нестандартные методы решения тригонометрических неравенств Учебно-методическое пособие / Е.Р. Садыкова, О.В. Разумова. - Казань: Казан. ун-т, 2013. - 69 с.

URL: http://www.kpfu.ru/main_page?p_sub=13902

Примеры заданий для письменной работы по теме "Целые числа":

1. Может ли дискриминант квадратного уравнения с целыми коэффициентами равняться 23?

2. Длины всех сторон прямоугольного треугольника - целые. Могут ли длины катетов быть нечетными числами?

3. В десятичной записи 12-значного числа N цифры 2 и встречаются по 2 раза, а остальные - по одному разу. Может ли N быть точным квадратом?

4. В десятичной записи числа 300 единиц и несколько нулей (а других цифр нет). Может ли это число быть точным квадратом?

5. 1987-значное число a делится на 9. Сумма цифр a - число b, сумма цифр b - число c, сумма цифр c - число d. Найдите d.

Примеры заданий для письменной работы по теме "Прогрессии":

1. Найти первый член геометрической прогрессии, если ее третий член равен (-10), а его квадрат в сумме с седьмым членом дает утроенный пятый член.

2. Какое наибольшее число членов может содержаться в конечной арифметической прогрессии с разностью 4 при условии, что квадрат ее первого члена в сумме с остальными членами не превосходит 100?

3. Даны арифметическая и геометрическая прогрессии. Сумма их первых членов равна (-3), сумма третьих членов равна 1, а сумма пятых членов равна 5. Найти разность арифметической прогрессии.

4. Второй член арифметической прогрессии в четыре раза больше четвертого члена, а сумма первых шести членов равна 21. Сумма какого числа первых членов прогрессии равна -261?

5. Числа x, y, z (в указанном порядке) образуют геометрическую прогрессию, а числа x + y, y + z, z + x - арифметическую. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

Примеры заданий для письменной работы по теме "Задачи на составление уравнений и их систем":

1. Две точки двигаются по окружности длиной 1,2 м с постоянными скоростями. Если они двигаются в разных направлениях, то встречаются через каждые 15 с. При движении в одном направлении одна точка догоняет другую через каждые 60 с. Найдите скорость каждой точки.

2. Сумма цифр трехзначного числа равна 17, а сумма их квадратов 109. Если из данного числа вычесть 495, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите число.

3. Пассажир метро спускается по движущемуся эскалатору за 24 с. Если же он идет по неподвижному эскалатору с той же скоростью, то спустится вниз за 42 с. За какое время пассажир спустится вниз, стоя на ступеньках движущегося эскалатора?

4. Три пункта A, B и C соединены прямолинейными дорогами. К отрезку дороги AB примыкает квадратное поле со стороной, равной половине AB, к отрезку дороги BC примыкает квадратное поле со стороной, равной BC, а к отрезку дороги AC примыкает прямоугольный участок леса длиной, равной AC, и шириной 4 км. Площадь леса на 20 квадратных километров больше суммы площадей квадратных полей. Найдите площадь леса.

5. Для награждения победителей школьной олимпиады было закуплено несколько одинаковых книг и одинаковых значков. За книги заплатили 10 р. 56 к., за значки ? 56 к. Книг купили на 6 штук больше, чем значков. Сколько было куплено книг?

Примеры заданий для письменной работы по разделу "Планиметрия":

1. Через точку M внутри треугольника ABC проведены три прямые, параллельные сторонам треугольника. Отрезки прямых, заключённые внутри треугольника, равны между собой. Найдите длины этих отрезков, если стороны треугольника равны a, b и c.

2. В треугольнике, один из углов которого равен разности двух других, длина большей стороны равна 4, а сумма площади описанного около треугольника круга и площади построенного на меньшей стороне квадрата равна 20. Найти длину меньшей стороны треугольника.

3. В окружность радиуса R вписана трапеция. Прямые, проходящие через концы одного основания параллельно боковым сторонам, пересекаются в центре окружности. Боковая сторона видна из центра под острым углом. Найдите площадь трапеции.

2. Площадь треугольника, один из углов которого равен сумме двух других, равна площади квадрата, построенного на меньшей стороне. Найти длину меньшей стороны треугольника, если длина описанной около него окружности равна 6.

3. В треугольнике ABC помещены три равные окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы этих окружностей, если радиусы вписанной и описанной окружностей треугольника ABC равны r и R.

Примеры заданий для письменной работы по разделу "Стереометрия":

1. Рёбра прямоугольного параллелепипеда равны 4, 5 и 6. Найдите площадь наибольшего сечения, проходящего через два параллельных не лежащих в одной грани ребра параллелепипеда.

2. Через середину бокового ребра правильной треугольной пирамиды проведено сечение, параллельное двум скрещивающимся рёбрам этой пирамиды. Найдите площадь этого сечения, если сторона основания равна a, а боковое ребро равно b.

3. Все рёбра правильной треугольной призмы равны между собой. Найдите угол между плоскостью основания этой призмы и плоскостью, проходящей через противоположные вершины боковой грани и середину противолежащего этой грани бокового ребра.

4. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 6, боковое ребро равно 4. Найдите площадь сечения, проходящего через две вершины одного основания призмы и середину стороны другого основания (не совпадающего с боковой гранью призмы).

5. Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды равны 2. Найдите объём этой пирамиды, а также радиусы вписанного и описанного шаров.

Примеры заданий для контрольной работы:

1. Через точку пересечения диагоналей трапеции проводят прямую, параллельную основаниям. Докажите, что непараллельные стороны и точка пересечения диагоналей определяют на этой прямой два равных отрезка.

2. Две противоположные стороны правильного восьмиугольника и перпендикулярные к ним диагонали образуют прямоугольник. Выразите площадь прямоугольника через сторону a восьмиугольника.

3. На продолжениях сторон CA и CB треугольника ABC отложены отрезки AA1 и BB1, равные соответственно отрезкам AP и BP, где P - основание биссектрисы угла C. Доказать, что точка P есть центр вписанной окружности в треугольник ABC.

4. Через вершину A параллелограмма ABCD проводят произвольную секущую, которая пересекает диагональ BD в точке E, а прямые BC и CD - в точках F и G. Докажите, что AE есть среднее пропорциональное между EF и EG.

7.1. Основная литература:

1. Алфутова, Н.Б. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Б. Алфутова, А.В. Устинов. - Электрон. дан. - Москва: МЦНМО, 2009. - 336 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/9279.

2. Арнольд, В.И. Цепные дроби [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва: МЦНМО, 2009. - 40 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/9287.

3. Канель-Белов, А.Я. Как решают нестандартные задачи [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Я. Канель-Белов, А.К. Ковальджи. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2010. - 96 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/9351.

4. Сабитов, И.Х. Объёмы многогранников [Электронный ресурс] : справ. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2009. - 32 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/9408.

5. Шахмейстер, А.Х. Задачи с параметрами на экзаменах [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва: МЦНМО, 2009. - 248 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/9460.

7.2. Дополнительная литература:

1. Гельфанд, И.М. Тригонометрия. [Электронный ресурс] / И.М. Гельфанд, С.М. Львовский, А.Л. Тоом. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 200 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/9320

2. Кушнир, И.А. Геометрия. Поиск и вдохновение. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М.: МЦНМО, 2013. - 592 с. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/71814#authors

7.3. Интернет-ресурсы:

В.В.Прасолов. Задачи по планиметрии. - http://ilib.mccme.ru/

Задачи повышенной трудности по геометрии. Часть II: Учебно-методическое пособие / О.В. Разумова. - Казань: Казан. ун-т, 2012. - 112 с - http://www.kpfu.ru/main_page?p_sub=13902

Понарин Я.П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах. - http://ilib.mccme.ru/

Разумова О.В. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа. Часть I. Методическое пособие/ О.В. Разумова - Казань: ТГГПУ, 2009. - 115 с - http://www.kpfu.ru/main_page?p_sub=13902

Садыкова Е.Р., Разумова О.В. Нестандартные методы решения тигонометрических неравенств Учебно-методическое пособие / Е.Р. Садыкова, О.В. Разумова - Казань: Казан. универ., 2013. - 69 с - http://www.kpfu.ru/main_page?p_sub=13902

Спивак А.В. Математический кружок. 6-7 классы - http://ilib.mccme.ru/

Ященко И.В. Приглашение на математический праздник. - http://ilib.mccme.ru/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методика решения задач повышенной трудности по математике" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB,audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудованием имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе " БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС " БиблиоРоссика " представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

1. Белая маркерная доска.

2. Оверхед-проектор.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде .

Автор(ы):
Шакирова Л.Р. _____
Разумова О.В. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Киндер М.И. _____
"__" _____ 201 __ г.