

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**

Методика решения задач по элементарной математике Б1.Б.12.3

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Садыкова Е.Р. , Тимербаева Н.В. , Фазлеева Э.И. , Фалиеева М.В. , Шакирова К.Б. , Шакирова Л.Р.

**Рецензент(ы):**

Киндер М.И.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Шакирова Л. Р.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г

Регистрационный № 817222019

Казань  
2019

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Садыкова Е.Р. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , 1Elena.Sadykova@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Тимербаева Н.В. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Nailya.Timerbaeva@kpfu.ru ; доцент, к.н. Фазлеева Э.И. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Elmira.Fazleeva@kpfu.ru ; доцент, к.н. Фалиеева М.В. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Marina.Falileeva@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Шакирова К.Б. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Kadriya.Shakirova@kpfu.ru ; заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Шакирова Л.Р. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Liliana.Shakirova@kpfu.ru

## **1. Цели освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины 'Методика решения задач по элементарной математике' является содействие становлению специальных профессиональных компетенций бакалавра физико-математического образования на основе:

- развития и углубления понятийной основы школьного курса математики с точки зрения заложенных в нем фундаментальных математических идей;
- овладения студентами важнейшими методами элементарной математики и умения применять их при доказательстве теорем и решении задач;
- развития мировоззренческих понятий о значении математики в развитии интеллектуальных способностей человека и цивилизации в целом;
- развития логического мышления, алгоритмической культуры;
- выработки умения осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации;
- укрепления и развития связей элементарной математики с высшей математикой, с информатикой и методикой обучения математике;
- воспитания средствами математики культуры личности

## **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.12 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1, 2, 3 курсах, 1, 3, 4, 5 семестры.

Данная дисциплина относится к базовой части профессионального цикла. Она тесно связана со школьной математикой, теорией и методикой обучения математике.

Изучение курса элементарной математики направлено на выработку у студентов интереса к вопросам элементарной математики, создание содержательной основы для:

- работы в школе, руководствуясь различными учебниками математики;
- работы в классах различной профильной направленности и индивидуальной работы с учащимися;
- проведения со школьниками кружковой работы, факультативных занятий по математике.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	Осознание социальную значимость своей будущей профессии, обладает мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способность использовать систематизированные теоретические и практические знания гуманитарных, социальных и экономических наук при решении социальных и профессиональных задач
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	владение основами речевой профессиональной культуры
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способность нести ответственность за результаты своей профессиональной деятельности
ОПК-5 (профессиональные компетенции)	владеет одним из иностранных языков на уровне профессионального общения
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способность к использованию отечественного и зарубежного опыта организации культурно-просветительской деятельности
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способность выявлять и использовать возможности региональной культурной образовательной среды для организации культурно-просветительской деятельности
ПК-2 (профессиональные компетенции)	готовность применять современные методики и технологии, в том числе и информационные, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса на конкретной образовательной ступени конкретного образовательного учреждения
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность применять современные методы диагностирования достижений обучающихся и воспитанников, осуществлять педагогическое сопровождение процессов социализации и профессионального самоопределения обучающихся, подготовки их к сознательному выбору профессии
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способность использовать возможности образовательной среды, в том числе информационной, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса
СПК-1 (профессиональные компетенции)	способность преподавать информатико-математические дисциплины в средней школе и средних специальных образовательных учреждениях, владеет содержанием и методами элементарной математики и школьной информатики, умеет анализировать элементарную математику с точки зрения высшей математики, анализировать курс школьной информатики с позиции теоретической информатики

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владение математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию
СПК-3 (профессиональные компетенции)	владение методами обучения математическому и алгоритмическому моделированию учебных задач научно-технического, экономического характера
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владение культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Студент, изучивший курс (1 семестр), должен знать:  
-об отношении делимости и его свойствах;  
-признаки делимости, свойства деления с остатком;;  
-основные понятия и правила комбинаторики;  
-теорию обратимости функций.

Студент, изучивший курс (3 семестр), должен знать:

-виды задач с параметрами;  
-методы решения таких задач.

Студент, изучивший курс (4 семестр), должен знать:

-аксиомы, определения и теоремы планиметрии;  
-виды многоугольников и их классификацию;

-основные построения, выполняемые циркулем и линейкой;

-методы решения задач на построение.

Студент, изучивший курс (5 семестр), должен знать:

-аксиомы и определения стереометрии;

- различные подходы к определению понятия многогранника;

- виды многогранников и их классификацию;

- формулы для вычисления объема и площади основных геометрических тел.

2. должен уметь:

Студент, изучивший курс (1 семестр), должен уметь:

-применять свойства делимости при решении соответствующих задач;

-использовать основные понятия и правила комбинаторики;

-строить графики взаимно-обратных функций;

- проводить исследование функций элементарными методами..

Студент, изучивший курс (3 семестр), должен уметь:

-решать линейные уравнения и неравенства с параметрами;

-решать рациональные ,дробно-рациональные и иррациональные уравнения и неравенства с параметрами;

-решать трансцендентные уравнения и неравенства с параметрами;

-решать задачи с параметрами с начальными условиями.

Студент, изучивший курс (4 семестр), должен уметь:

- доказывать теоремы;

- решать задачи на доказательство, вычисление площадей геометрических фигур;

- применять свойства замечательных линий и точек треугольника при решении задач на доказательство и вычисление;

- выполнять геометрические построения на плоскости.

Студент, изучивший курс (5 семестр), должен уметь:

-доказывать теоремы;

- выполнять геометрические построения в пространстве;

- строить сечения многогранников;

- решать задачи на вычисление объема и площади геометрических тел;

- выполнять модели правильных и полуправильных многогранников.

3. должен владеть:

Студент, изучивший курс (1 семестр), должен владеть:

- основными теоретическими основами школьного курса теории чисел и теории функций;
- применять полученные знания при решении различных задач.

Студент, изучивший курс (3 семестр), должен владеть:

- основными теоретическими основами школьного курса теории уравнений и неравенств;
- применять полученные знания при решении различных задач.

Студент, изучивший курс (4 семестр), должен владеть:

- основными теоретическими основами школьного курса планиметрии;
- применять полученные знания при решении различных задач по планиметрии

Студент, изучивший курс (5 семестр), должен владеть:

- основными теоретическими основами школьного курса стереометрии;
- применять полученные знания при решении различных задач по стереометрии

**4. должен демонстрировать способность и готовность:**

- понимать смысл и знать определения делимости чисел, деления с остатком, общего делителя, общего кратного, НОД, НОК, взаимно простых чисел;
- решать задачи на основе вышеперечисленных определений, свойств делимости, НОД, НОК и признаков делимости;
- уметь представлять НОД двух целых чисел в виде линейной комбинации этих чисел, используя алгоритм Евклида и применять его при решении уравнений в целых числах;
- понимать смысл и знать основные определения и правила комбинаторики, понятия кортежа, декартового произведения множеств ;
- знать формулы размещений, перестановок и сочетаний без повторений и с повторениями, уметь применять их при решении комбинаторных задач;
- уметь доказывать комбинаторные тождества;
- знать различные способы доказательства неравенств;
- применять арифметические и алгебраические приемы решения сюжетных задач;
- уметь различать и решать различные виды задач с параметром;
- уметь применять теорему Виета при решении задач с параметрами;
- уметь анализировать задачу с параметром и выбирать различные способы ее решения;
- уметь применять графические интерпретации при решении задач с параметрами;
- уметь решать различные типы уравнений и неравенств с параметрами, а также их системы;
- знать аксиомы и теоремы школьного курса планиметрии;
- применять основы школьного курса планиметрии при решении различных задач;
- знать аксиомы и теоремы школьного курса стереометрии;
- применять полученные знания при решении различных задач по стереометрии

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре; зачет в 3 семестре; зачет в 4 семестре; зачет в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

## 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория делимости. Отношение делимости и его свойства	1		0	0	2	
2.	Тема 2. Признаки делимости. Признак Паскаля	1		0	0	2	
3.	Тема 3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком	1		0	0	2	
4.	Тема 4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД.	1		0	0	2	
5.	Тема 5. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел	1		0	0	2	
6.	Тема 6. Комбинаторика. Основные понятия и правила комбинаторики (правила суммы и произведения, формула исключений)	1		0	0	2	
7.	Тема 7. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений	1		0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Перестановки и сочетания с повторениями	1		0	0	2	
9.	Тема 9. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона	1		0	0	2	
10.	Тема 10. Комбинаторные задачи с ограничениями	1		0	0	2	
11.	Тема 11. Понятие функции. Свойства функции	1		0	0	2	
12.	Тема 12. Различные виды функций, их свойства и графики	1		0	0	2	
13.	Тема 13. Построение графиков функций с помощью преобразований	1		0	0	2	
14.	Тема 14. Построение графиков функций, содержащих модули	1		0	0	2	
15.	Тема 15. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций	1		0	0	2	
16.	Тема 16. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики	1		0	0	2	
17.	Тема 17. Исследование функций и построение их графиков	1		0	0	2	
18.	Тема 18. Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств	1		0	0	2	
19.	Тема 19. Виды задач с параметром. Уравнения и неравенства с параметром. Линейные уравнения с параметром.	3	1-2	0	0	4	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
20.	Тема 20. Задачи второго вида. Алгебраические методы решения задач с параметрами. Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами, графической интерпретации квадратного трехчлена.	3	3-5	0	0	6	
21.	Тема 21. Функциональные методы решения задач с параметрами. Использование свойств функций.	3	6-8	0	0	6	
22.	Тема 22. Геометрические методы решения задач с параметрами. Использование формул расстояния между двумя точками, от точки до прямой на плоскости. Использование уравнения прямой, пары параллельных прямых, пересекающихся прямых.	3	9-11	0	0	6	
23.	Тема 23. Геометрические методы решения задач с параметрами. Использование неравенства треугольника, уравнения отрезка, параллелограмма, окружности.	3	12-14	0	0	6	
24.	Тема 24. Задачи с параметрами в составе ЕГЭ.	3	15-18	0	0	8	
25.	Тема 25. Аксиоматическое построение геометрии.	4		0	0	2	Тестирование

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
26.	Тема 26. Треугольник: соотношения, признаки, отрезки.	4		0	0	2	Тестирование
27.	Тема 27. Отношение и подобие.	4		0	0	4	Тестирование
28.	Тема 28. Геометрические преобразования на плоскости.	4		0	0	4	Тестирование
29.	Тема 29. Треугольник.	4		0	0	4	Тестирование
30.	Тема 30. Четырехугольник.	4		0	0	4	Тестирование
31.	Тема 31. Окружность.	4		0	0	4	Тестирование
32.	Тема 32. Вписанные и описанные многоугольники.	4		0	0	4	Тестирование
33.	Тема 33. Геометрические построения на плоскости.	4		0	0	6	Тестирование
34.	Тема 34. Решение задач повышенной сложности по планиметрии.	4		0	0	2	Письменное домашнее задание
35.	Тема 35. Стереометрия. Понятие многогранника. Выпуклые и невыпуклые многогранники.	5		0	0	2	
36.	Тема 36. Правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников, принцип двойственности.	5		0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
37.	Тема 37. Геометрия тетраэдра. Тетраэдр и сферы. Ортоцентрический прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. Описанный параллелепипед тетраэдра. Медианы тетраэдра.	5		0	0	2	
38.	Тема 38. Многогранные углы. Свойства. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства. Трехгранный угол. Правильный трехгранный угол. Теорема Пифагора. Признаки равенства трехгранных углов	5		0	0	2	
39.	Тема 39. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла.	5		0	0	2	
40.	Тема 40. Геометрические места точек в пространстве. Построение перпендикуляра к плоскости.	5		0	0	2	
41.	Тема 41. Круглые тела. Сфера и шар. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы (шара). Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.	5		0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
42.	Тема 42. Цилиндрические, конические поверхности. Цилиндр. Развертка. Конус. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. Симметрия цилиндра вращения. Сечение конуса плоскостью.	5		0	0	2	
43.	Тема 43. Вписанные и описанные многогранники. Основные понятия и определения. Призма, описанная около шара.	5		0	0	2	
44.	Тема 44. Задачи на построение в стереометрии. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений.	5		0	0	2	
45.	Тема 45. Построение сечений (основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек). Теорема Польки-Шварца.	5		0	0	2	
46.	Тема 46. Изображение многогранников, конусов, цилиндров	5		0	0	2	
47.	Тема 47. Объем. Кубируемые тела. Свойства объемов (аксиомы). Теорема об объеме прямого цилиндра. Представление объема интегралом. Выводы формул: объем цилиндра, конуса, шара.	5		0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
48.	Тема 48. Равновеликость и равносоставленность в пространстве. Теоремы	5		0	0	2	
49.	Тема 49. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса". Ее свойства.	5		0	0	2	
50.	Тема 50. Описанные многогранники и определение площади выпуклой поверхности. Вывод формул для площади сферы.	5		0	0	2	
51.	Тема 51. Площадь поверхности конуса, цилиндра, частей шара.	5		0	0	2	
52.	Тема 52. Принцип Б. Кавальери. Формула Симпсона. Практикум. Итоговое занятие	5		0	0	2	
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	144	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Теория делимости. Отношение делимости и его свойства

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Теория чисел. Аксиомы Пеано. 2. Отношение делимости на множестве целых чисел. 3. Свойства отношения делимости (рефлексивность, транзитивность). 4. Свойства делимости суммы и произведения. Свойства делимости, связанные с последовательным расположением целых чисел. 5. Формулы сокращенного умножения. 6. Решение задач.

### Тема 2. Признаки делимости. Признак Паскаля

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Определение признаков делимости. 2. Признаки-теоремы (необходимые и достаточные условия), признаки делимости на 2, 3 (9), 4 (25), 8 (125), 10, 5, 7, 11, 13. 3. Общий признак делимости чисел (признак Паскаля). 4. Использование формул сокращенного умножения при применении признаков делимости. 5. Решение задач.

**Тема 3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Теорема о делении с остатком (существование и единственность). 2. Свойства деления с остатком. 3. Решение задач.

**Тема 4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Общий делитель. Наибольший общий делитель целых чисел. 2. Алгоритм Евклида и его доказательство. 3. Свойства НОД. Линейное представление НОД. 4. Взаимно простые числа и их свойства.

**Тема 5. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. 2. Решение уравнений в множестве натуральных чисел. 3. Основные методы решения уравнений в множестве целых чисел

**Тема 6. Комбинаторика. Основные понятия и правила комбинаторики (правила суммы и произведения, формула исключений)**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Комбинаторика. Исторические сведения. 2. Основные понятия комбинаторики: кортеж, декартово произведение множеств. 3. Правила суммы и произведения. Формула исключений (перекрытий). 4. Решение задач.

**Тема 7. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Размещения с повторениями. 2. Размещения без повторений. Перестановки без повторений. 3. Сочетания без повторений. 4. Решение задач.

**Тема 8. Перестановки и сочетания с повторениями**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Понятие состава кортежа. 2. Перестановки с повторениями. 3. Сочетания с повторениями. 4. Решение задач.

**Тема 9. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Бином Ньютона. 2. Треугольник паскаля. 3. Свойства бинома Ньютона. 4. Решение задач.

**Тема 10. Комбинаторные задачи с ограничениями**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Решение задач на применение формул комбинаторики. 2. Доказательство комбинаторных тождеств. 3. Контрольная работа по теории делимости и комбинаторике.

**Тема 11. Понятие функции. Свойства функции**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Определение функции. Область определения функции. Множество значений функции. График функции. 2. Способы задания функции. 3. Свойства функций (четность, монотонность, периодичность, асимптоты графиков).

**Тема 12. Различные виды функций, их свойства и графики**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Степенные и дробно-рациональные функции. 2. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. 3. Тригонометрические функции, их свойства и графики.

**Тема 13. Построение графиков функций с помощью преобразований**  
**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Параллельный перенос (сдвиг графика).
2. Преобразование симметрии.
3. Сжатие и растяжение графика.
4. Сложение графиков.
5. График функции  $1/f(x)$ .

**Тема 14. Построение графиков функций, содержащих модули**  
**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Построение графиков функций, содержащих знак модуля:  $|f(x)|$ ;  $f(|x|)$ ;  $|f(|x|)|$ .
2. Свойства функций, содержащих знак модуля.

**Тема 15. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций**  
**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Обратная функция. Существование обратной функции. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.
2. Алгоритм составления обратной функции.

**Тема 16. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Обратные тригонометрические функции:  $y=\arcsin x$ ,  $y=\arccos x$ ,  $y=\arctg x$ ,  $y=\operatorname{arcctg} x$ , их свойства и графики.
2. Вычисление значений обратных тригонометрических функций.

**Тема 17. Исследование функций и построение их графиков**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Элементарное исследование функций.
2. Исследование функций с помощью производной.
3. Схема исследования функций.
4. Решение задач.

**Тема 18. Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств.
2. Функционально-графический метод решения смешанных задач.

**Тема 19. Виды задач с параметром. Уравнения и неравенства с параметром. Линейные уравнения с параметром.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Виды задач с параметрами.
2. Первый вид задач с параметром.
3. Линейные уравнения и неравенства с параметром, виды ветвлений, форма записи ответа.
4. Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром. Проверка ОДЗ.
5. Квадратные уравнения и неравенства с параметром.
6. Решение задач.

**Тема 20. Задачи второго вида. Алгебраические методы решения задач с параметрами. Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами, графической интерпретации квадратного трехчлена.**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Задачи второго вида.
2. Алгебраические методы решения задач с параметрами.
3. Теорема Виета при решении задач с параметрами. Знаки корней квадратного трехчлена.
4. Графическая интерпретация квадратного трехчлена. Расположение корней квадратного трехчлена относительно точки, интервала на числовой оси.
5. Решение задач.

**Тема 21. Функциональные методы решения задач с параметрами. Использование свойств функций.**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Функциональные методы решения задач с параметрами.
2. Неотрицательность функции при решении задач с параметрами.
3. Монотонность функции при решении задач с параметрами.
4. Ограниченностность функции при решении задач с параметрами.
5. Наибольшее (наименьшее) значение функции.
6. Решение задач.

**Тема 22. Геометрические методы решения задач с параметрами. Использование формул расстояния между двумя точками, от точки до прямой на плоскости. Использование уравнения прямой, пары параллельных прямых, пересекающихся прямых.**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Геометрические методы решения задач с параметрами. 2. Использование формулы расстояния между двумя точками, от точки до прямой на плоскости при решении задач с параметрами. 3. Использование уравнения прямой, пары параллельных прямых, пересекающихся прямых при решении задач с параметрами. 4. Решение задач.

**Тема 23. Геометрические методы решения задач с параметрами. Использование неравенства треугольника, уравнения отрезка, параллелограмма, окружности.**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Геометрические методы решения задач с параметрами. 2. Неравенство треугольника, уравнение отрезка при решении задач с параметрами. 3. Использование уравнения параллелограмма при решении задач с параметрами . 4. Использование уравнения окружности при решении задач с параметрами. 5. Решение задач.

**Тема 24. Задачи с параметрами в составе ЕГЭ.**

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

1. Основные виды задач параметрами, предлагаемых на ЕГЭ. 2. Методы решения таких задач (аналитический, графический, комбинированный). 3. Решение задач.

**Тема 25. Аксиоматическое построение геометрии.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Абсолютная геометрия. Основные понятия. 2. Н.И. Лобачевский. Значение "воображаемой геометрии" для развития математической науки. 3. Евклидова геометрия по Гильберту (неопределяемые понятия, отношения и др.) 4. Конструктивные аксиомы и инструменты теории построений.

**Тема 26. Треугольник: соотношения, признаки, отрезки.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Метод " от противного" и ГМТ при решении планиметрических задач на доказательство. 2. Построения дополнительной прямой при решении планиметрических задач. 3. Соотношения сторон и углов треугольника. 4. Четвертый и пятый признаки равенства треугольников. 5. Замечательные точки и отрезки треугольника.

**Тема 27. Отношение и подобие.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Внутреннее и внешнее деление отрезка точкой. 2. Теорема Фалеса и ее обобщения. 3. Гармонические четверки. 4. Теорема о биссектрисе угла треугольника. 5. Теоремы Чевы и Менелая. 6. Метод подобия и дополнительные построения. 7. Геометрические построения пропорциональных отрезков циркулем и линейкой. 8. Методы ГМТ, алгебраический и подобия. 9.Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.

**Тема 28. Геометрические преобразования на плоскости.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Преобразования плоскости. Движения плоскости. Виды движений. 2. Центральная и осевая симметрии. 3. Параллельный перенос плоскости. 4. Поворот плоскости. 5. Сумма движений. 6. Свойства движений плоскости. 7. Центральное подобие фигур на плоскости. 8. Доказательство теорем Торричелли, Наполеона с методом геометрических преобразований.

**Тема 29. Треугольник.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Дополнительный треугольник. 2. Точки Эйлера. Треугольник с вершинами в точках Эйлера. 3. Ортоцентрический треугольник. 4. Прямая Эйлера. Теорема о прямой Эйлера. 5. Окружность девяти точек. 6. Вписанная и внеписанные окружности. Свойства треугольника с вершинами в центрах внеписанных окружностей. 7. Построение треугольника по замечательным точкам и отрезкам.

**Тема 30. Четырехугольник.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Свойства и признаки параллелограмма и трапеции. Четыре замечательные точки трапеции.
2. Выпуклые, невыпуклые и самопересекающиеся четырехугольники. Простые четырехугольники.
3. Средние линии четырехугольника. Теорема Вариньона. Теорема о пересечении средних линий и отрезка, соединяющего середины диагоналей.
4. Прямая Гаусса. Теорема Эйлера для четырехугольников.

### **Тема 31. Окружность.**

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Углы и секущие окружности.
2. Степень точки относительно окружности.
3. Радикальная ось. Теорема о радикальной оси. Свойства радикальной оси при различном взаимном расположении двух окружностей.
4. Радикальный центр.
5. Угол между окружностями. Ортогональные окружности.
6. Построения циркулем. Теорема М.Маскерони.

### **Тема 32. Вписанные и описанные многоугольники.**

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Обобщения теоремы Торричелли.
2. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.
3. Теорема Птолемея для четырехугольников. Обратная теорема Птолемея.
4. Теоремы Брианшона и Паскаля для вписанных и описанных шестиугольников.
5. Вписанные и описанные многоугольники. Необходимые и достаточные условия.

### **Тема 33. Геометрические построения на плоскости.**

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Этапы решения задачи на построение: анализ, построение, доказательство, исследование.
2. Доказательство аксиом циркуля и линейки различными инструментами. Построения односторонней линейкой. Построения двусторонней линейкой. Построения угольником.
3. Решение задач на построение различными инструментами.

### **Тема 34. Решение задач повышенной сложности по планиметрии.**

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач повышенной трудности, включающих одновременно несколько различных изученных геометрических понятий. Построение геометрического динамического чертежа в программе GeoGebra для анализа задачи повышенного уровня трудности. Выбор метода решения планиметрической задачи. Решение некоторых задач несколькими методами.

### **Тема 35. Стереометрия. Понятие многогранника. Выпуклые и невыпуклые многогранники.**

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Исторические сведения из теории многогранников. Два подхода к определению многогранника - конструктивный и дескриптивный. Определения многогранника. Элементы многогранника. Триангуляция многоугольника. Триангуляция многогранника.
2. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Определение. Свойства выпуклых многогранников. (теоремы). Леммы. Следствия.

### **Тема 36. Правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников, принцип двойственности.**

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Правильные многогранники. Исторические сведения. Определение правильных многогранников. Платоновы тела. Доказательство.
2. Полуправильные многогранники. (Архимедовы тела). Определение. Классификация.
3. Звездчатые многогранники
4. Теорема Эйлера
5. Принцип двойственности (правильные многогранники).

### **Тема 37. Геометрия тетраэдра. Тетраэдр и сферы. Ортоцентрический прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. Описанный параллелепипед тетраэдра. Медианы тетраэдра.**

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Геометрия тетраэдра. Основные понятия. Элементы тетраэдра.
2. Тетраэдр и сферы (описанная, вписанная, вневписанная). Необходимые и достаточные условия.
3. Медианы, бимедианы тетраэдра. Свойства.
4. Ортоцентрический, прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства.
5. Описанный параллелепипед тетраэдра.
6. Решение задач.

## **Тема 38. Многогранные углы. Свойства. Двугранные углы. Равенство двугранных углов.**

**Свойства. Трехгранный угол. Правильный трехгранный угол. Теорема Пифагора.**

**Признаки равенства трехгранных углов**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Многогранные углы. Свойства.
2. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства.
3. Трехгранный угол. Определение. Элементы трехгранного угла.
4. Правильный трехгранный угол.
5. Теорема Пифагора для двугранного угла. Теорема косинусов для двугранного угла.
6. Признаки равенства трехгранных углов.

## **Тема 39. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Теорема синусов для трехгранного угла (доказательство).
2. Теорема косинусов для трехгранного угла (доказательство).
3. Решение задач. При рассмотрении теоретических вопросов предлагается провести доказательство. При выводе формулы - теорема косинусов для трехгранного угла - показать вывод двух формул: первой и второй теорем.

## **Тема 40. Геометрические места точек в пространстве. Построение перпендикуляра к плоскости.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Основные понятия и определения.
2. Основные геометрические места точек в пространстве (шар, сфера, параллельные плоскости).
3. Построение перпендикуляра плоскости.

Рассмотреть данную задачу, применяя аксиоматический способ решения задач на построения в пространстве, учитывая при решении все этапы задач на построения.

## **Тема 41. Круглые тела. Сфера и шар. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы (шара). Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Круглые тела. Сфера и шар.
2. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью.
3. Симметрия сферы (шара).
4. Свойства касательной и секущей, секущих и хорд.
5. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.
6. Решение задач.

## **Тема 42. Цилиндрические, конические поверхности. Цилиндр. Развертка. Конус.**

**Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. Симметрия цилиндра вращения. Сечение конуса плоскостью.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Цилиндрическая поверхность. Цилиндры.
2. Коническая поверхность. Конусы.
3. Тела вращения. Круглые тела.
4. Основные понятия.
5. Цилиндр. Развертка. Симметрия цилиндра вращения.
6. Конус. Сечение конуса плоскостью. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса.
6. Контрольная работа по теме "Многогранники. Тетраэдр. Теорема синусов и косинусов".
6. Решение задач.

## **Тема 43. Вписанные и описанные многогранники. Основные понятия и определения.**

**Призма, описанная около шара.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Вписанные и описанные многогранники.
2. Основные понятия и определения.
3. Призма, описанная около шара. Необходимые и достаточные условия.
4. Решение задач. Подробно рассмотреть комбинации и круглых тел. Например, шар, вписанный в конус; шар, вписанный в цилиндр. При решении задач использовать задания из ЕГЭ.

## **Тема 44. Задачи на построение в стереометрии. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Стереометрические задачи на построение. Основные понятия. Определения.
2. Методы решения задач на построения. Аксиоматический метод.
3. Метод проекционного чертежа.
4. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений. Параметры изображения. Практическое применение теоретических вопросов.

**Тема 45. Построение сечений (основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек). Теорема Польки-Шварца.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Построение сечений. 2. Метод проекционного чертежа. 3. Рассмотрение задач вопросам - позиционная полнота и метрическая определенность. 4. Теорема Польке-Шварца. 5. Афинные и метрические свойства фигур. 6. Основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек.

**Тема 46. Изображение многогранников, конусов, цилиндров**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Изображение многогранников 2. изображение конуса, цилиндра 3. Решение задач. В данной теме студентам предлагается выполнить задания - построить изображения тел вращения с учетом требований, предъявляемых к таким построениям. В процессе решения задачи предлагаются и комбинированные задания - и на построения, и на вычисления.

**Тема 47. Объем. Кубируемые тела. Свойства объемов (аксиомы). Теорема об объеме прямого цилиндра. Представление объема интегралом. Выводы формул: объем цилиндра, конуса, шара.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Понятие объема. Кубируемые тела. 2.Свойства (аксиомы). 3. Теорема об объеме прямого цилиндра. 4. Представление объема интегралом. 5.Формулы для вычисления объемов цилиндра, конуса, шара. 6. Решение задач ЕГЭ. При рассмотрении теоретических вопросов показать доказательство теорем и вывод формул.

**Тема 48. Равновеликость и равносоставленность в пространстве. Теоремы**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1.Равновеликость и равносоставленность. (Рассмотреть эти понятия как в планиметрии, так и в стереометрии). 2.Необходимые и достаточные условия. Рассмотрение теорем, связанных с этими вопросами. 3. Теорема Бояйи-Гервина. 4. Решение задач по теме "Объемы". Предлагаются задачи на комбинацию как многогранников, так и тел вращения.

**Тема 49. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса". Ее свойства.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. Свойства, различия. 2. Свойства ленты Мебиуса. Исторические факты, связанные с поверхностями. Практическое применение ленты Мебиуса. Исследование ленты Мебиуса, рассмотрение различных случаев, связанных с разрезанием.Предлагаются задания как на вычисления, так и на доказательство.

**Тема 50. Описанные многогранники и определение площади выпуклой поверхности. Вывод формул для площади сферы.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Описанные многогранники. Определение. Лемма. 2. Определение площади выпуклой поверхности. 3. Вывод формул для площади сферы. 4. Решение задач. Предлагаются задания как на вычисления, так и на доказательство. Рассмотрение теоретических вопросов, связанных с доказательством формул.

**Тема 51. Площадь поверхности конуса, цилиндра, частей шара.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Повторение определений круглых тел, их элементов. Вывод формул для боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса, частей шара. 2. Решение задач. Вывод формул проводится с использованием теоремы о площади выпуклой поверхности, а также с привлечением аппарата математического анализа.

**Тема 52. Принцип Б. Кавальieri. Формула Симпсона. Практикум. Итоговое занятие**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Исторические сведения из теории объемов. Повторение вопросов о выводе формул многогранников, круглых тел. Принцип Кавальери. Обоснование. Вывод формул объемов параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, используя принцип Кавальери. 2.Формула Симпсона. Применяя формулу Симпсона показать вывод объемов многогранников, круглых тел.3. Решение различных задач по изученной теме.

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория делимости. Отношение делимости и его свойства	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
2.	Тема 2. Признаки делимости. Признак Паскаля	1		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
4.	Тема 4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД.	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
5.	Тема 5. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к проверочной работе	1	проверочная работа
6.	Тема 6. Комбинаторика. Основные понятия и правила комбинаторики (правила суммы и произведения, формула исключений)	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
7.	Тема 7. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Перестановки и сочетания с повторениями	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
9.	Тема 9. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
10.	Тема 10. Комбинаторные задачи с ограничениями	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
11.	Тема 11. Понятие функции. Свойства функции	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
12.	Тема 12. Различные виды функций, их свойства и графики	1		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Построение графиков функций с помощью преобразований	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
14.	Тема 14. Построение графиков функций, содержащих модули	1		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
15.	Тема 15. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
16.	Тема 16. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики	1		подготовка домашнего задания	2	письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Исследование функций и построение их графиков	1		подготовка домашнего задания	1	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
18.	Тема 18. Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств	1		подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
19.	Тема 19. Виды задач с параметром. Уравнения и неравенства с параметром. Линейные уравнения с параметром.	3	1-2	подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
20.	Тема 20. Задачи второго вида. Алгебраические методы решения задач с параметрами. Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами, графической интерпретации квадратного трехчлена.	3	3-5	подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	2	тестирование
21.	Тема 21. Функциональные методы решения задач с параметрами. Использование свойств функций.	3	6-8	подготовка домашнего задания	6	письменное домашнее задание
22.	Тема 22. Геометрические методы решения задач с параметрами. Использование формул расстояния между двумя точками, от точки до прямой на плоскости. Использование уравнения прямой, пары параллельных прямых, пересекающихся прямых.	3	9-11	подготовка домашнего задания	6	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
23.	Тема 23. Геометрические методы решения задач с параметрами. Использование неравенства треугольника, уравнения отрезка, параллелограмма, окружности.	3	12-14	подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	2	тестирование
24.	Тема 24. Задачи с параметрами в составе ЕГЭ.	3	15-18	подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
				подготовка к тестированию	2	тестирование
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
25.	Тема 25. Аксиоматическое построение геометрии.	4		подготовка к тестированию	2	Тестирование
26.	Тема 26. Треугольник: соотношения, признаки, отрезки.	4		подготовка к тестированию	2	Тестирование
27.	Тема 27. Отношение и подобие.	4		подготовка к тестированию	4	Тестирование
28.	Тема 28. Геометрические преобразования на плоскости.	4		подготовка к тестированию	4	Тестирование
29.	Тема 29. Треугольник.	4		подготовка к тестированию	4	Тестирование
30.	Тема 30. Четырехугольник.	4		подготовка к тестированию	4	Тестирование
31.	Тема 31. Окружность.	4		подготовка к тестированию	4	Тестирование
32.	Тема 32. Вписанные и описанные многоугольники.	4		подготовка к тестированию	4	Тестирование
33.	Тема 33. Геометрические построения на плоскости.	4		подготовка к тестированию	4	Тестирование
34.	Тема 34. Решение задач повышенной сложности по планиметрии.	4		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
35.	Тема 35. Стереометрия. Понятие многогранника. Выпуклые и невыпуклые многогранники.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
36.	Тема 36. Правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников, принцип двойственности.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
37.	Тема 37. Геометрия тетраэдра. Тетраэдр и сферы. Ортоцентрический прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. Описанный параллелепипед тетраэдра. Медианы тетраэдра.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
38.	Тема 38. Многогранные углы. Свойства. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства. Трехгранный угол. Правильный трехгранный угол. Теорема Пифагора. Признаки равенства трехгранных углов	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
39.	Тема 39. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
40.	Тема 40. Геометрические места точек в пространстве. Построение перпендикуляра к плоскости.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к проверочной работе	1	проверочная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
41.	Тема 41. Круглые тела. Сфера и шар. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы (шара). Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
42.	Тема 42. Цилиндрические, конические поверхности. Цилиндр. Развертка. Конус. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. Симметрия цилиндра вращения. Сечение конуса плоскостью.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к проверочной работе	1	проверочная работа
43.	Тема 43. Вписанные и описанные многогранники. Основные понятия и определения. Призма, описанная около шара.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
44.	Тема 44. Задачи на построение в стереометрии. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к проверочной работе	1	проверочная работа
45.	Тема 45. Построение сечений (основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек). Теорема Польки-Шварца.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
46.	Тема 46. Изображение многогранников, конусов, цилиндров	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
47.	Тема 47. Объем. Кубируемые тела. Свойства объемов (аксиомы). Теорема об объеме прямого цилиндра. Представление объема интегралом. Выводы формул: объем цилиндра, конуса, шара.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
48.	Тема 48. Равновеликость и равносоставленность в пространстве. Теоремы	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
49.	Тема 49. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса". Ее свойства.	5		творческое задание	2	презентация
50.	Тема 50. Описанные многогранники и определение площади выпуклой поверхности. Вывод формул для площади сферы.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
51.	Тема 51. Площадь поверхности конуса, цилиндра, частей шара.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
52.	Тема 52. Принцип Б. Кавальери. Формула Симпсона. Практикум. Итоговое занятие	5		подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
Итого					144	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины 'Методика решения задач по элементарной математике' предполагает использование активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой: дистанционного обучения; технологии балльно-рейтинговой оценки достижений студентов; технологии модульного обучения студентов; технологии организации самостоятельной работы студента; технологии оценивания учебных достижений студентов. Внедрение дистанционной системы обучения. Использование компьютера и мультимедийной техники.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Теория делимости. Отношение делимости и его свойства**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Отношение делимости и его свойства": 1. Какие из высказываний верные: а) если число делится на 6, то оно делится на 12; б) если число делится на 12, то оно делится на 6; в) если число не делится на 6, то оно не делится на 12; г) если число не делится на 12, то оно не делится на 6? 2. Пусть  $F$  - множество чисел, кратных 33. Принадлежит ли множеству  $F$ : а) любое число, кратное 99; б) любое число, кратное 11? 3. Пусть  $P$  - множество чисел, кратных 3,  $K$  - множество чисел, кратных 6,  $F$  - множество чисел, кратных 12. Укажите: а) два числа, принадлежащих всем трем множествам; б) два числа, которые принадлежат множеству  $P$ , но не принадлежат множествам  $K$  и  $F$ . Покажите соотношение между множествами  $P$ ,  $K$  и  $F$  с помощью кругов Эйлера. 4. Докажите, что если число  $a+7b$  делится на 17, то число  $10a+2b$  также делится на 17. 5. Докажите, что разность между кубом нечетного числа и самим числом делится на 24. 6. Докажите, что сумма квадратов двух последовательных чисел при делении на 4 дает остаток 1. 7. Показать, что сумма кубов трех последовательных чисел кратна 9. 8. Доказать, что если трехзначное число  $A=xyz$ , где  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ? цифры соответствующих разрядов, делится на 37, то и число  $B=yzx$  тоже делится на 37.

устный опрос , примерные вопросы:

Примерные вопросы: 1. Теория чисел. Позиционная запись натурального числа. 2. Отношение делимости. 3. Свойства отношения делимости. 4. Свойства делимости суммы и произведения. 5. Формулы сокращенного умножения.

### **Тема 2. Признаки делимости. Признак Паскаля**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Признаки делимости. Признак Паскаля": 1. В десятичной записи числа  $n$  переставили цифры. Докажите, что разность между получившимся числом и числом  $n$  делится на 9. 2. Докажите признак делимости на 16: для делимости на 16 нужно, чтобы число, записанное четырьмя последними цифрами, делилось на 16. Например, число 21590176 делится на 16, так как на 16 делится 176. 3. Когда четырехзначное число удвоили и к результату прибавили 5, то получилось число, обратное данному. Что это за число? 4. Найти число (неизвестные цифры числа), если известно, что а)  $x207y$  делится на 45; б)  $20x4y$  делится на 15; в)  $517xy$  делится на 18; г)  $23x4y$  делится на 55. 5. С помощью признака Паскаля проверить делимость чисел: а) 9906 на 78; б) 12581 на 23; в) 5202 на 17; г) 23249 на 67.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение задания: разработать примеры на применение признаков делимости и представить на занятии.

### **Тема 3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Деление с остатком. Свойства деления с остатком": 1. Четное число  $a$  при делении на 3 дает остаток 1. Найти остаток от деления числа  $a$  на 6. 2. Известно, что число  $c$  при делении на 5 дает остаток 2, а при делении на 3 - остаток 1. Найдите остаток от деления числа  $c$  на 15. 3. Найти остаток от деления числа  $10!+49$  на 42. 4. Докажите, что квадрат нечетного числа при делении на 8 дает в остатке 1. 5. Найдите, какие остатки могут получиться при делении квадрата целого числа на 3; 5. 6. Найти остаток от деления числа 17 в 63-й степени на 14. 7. Одно целое число при делении на 8 дает остаток 5, а другое - остаток 3. Чему равен остаток, который получится при делении на 8 произведения этих чисел? 8. Какие остатки могут получиться при делении квадрата целого числа на 4? 9. Докажите, что разность чисел 3 в 164-й степени и 1 кратно 10. 10. Докажите, что сумма чисел 76 в 8-й степени, 9 в 4-й степени и 3 кратно 10. 11. Разработать примеры на применение деления с остатком и представить на занятии.

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос на знание признаков делимости и доказательств этих признаков, используя свойства делимости: 1. Признак делимости на 2. 2. Признак делимости на 3(9). 3. Признак делимости на 4(25). 4. Признак делимости на 5. 5. Признак делимости на 8(125). 6. Признак делимости на 7. 7. Признак делимости на 11. 8. Признак делимости на 13. 9. Признак делимости на 6.

#### **Тема 4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме " НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД": 1. Найти наибольший общий делитель чисел a и b.

Представить его в виде линейной комбинации чисел a и b. а)  $a=764$ ,  $b=462$ ; б)  $a=504$ ,  $b=540$ ; в)  $a=1463$ ,  $b=525$ ; г)  $a=328$ ,  $b=90$ . 2. Найти наименьшее общее кратное этих чисел. 3. Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел (двумя способами): а) 2926, 14175, 19110; б) 128775, 12852, 63757. 4. Найти два числа, если их НОД равен 18, а НОК равен 648. 5. Найти два числа, если их НОД равен 7, а произведение равно 1470. 6. Найти два числа, если их НОК равен 224, а сами числа относятся как 7:8. 7. Найти два числа, если их НОК равен 528, а сумма равна 136.

устный опрос , примерные вопросы:

Примерные вопросы: 1. Наибольший общий делитель. 2. Наименьшее общее кратное. 3. Алгоритм Евклида. 4. Основные свойства НОД двух и нескольких чисел. 5. Основные свойства НОК двух и нескольких чисел. 6. Взаимно простые числа.

#### **Тема 5. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнить домашнее задание по теме "Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными": Решите уравнения в целых числах: 1)  $15x+37y=1$ ; 2)  $13x-15y=1$ ; 3)  $253x-449y=3$ ; 4)  $12x+16y=52$ ; 5)  $21x+35y=49$ ; 6)  $18x-33y=112$ ; 7)  $35x+45y=530$ ; 8)  $37x-256y=3$ ; 9)  $107x+84y=1$ ; 10)  $24x-56y=72$ .

проверочная работа , примерные вопросы:

Выполнить письменную работу по теме "Решение уравнений в множестве целых чисел". Примерный вариант Решите уравнения в целых числах: 1)  $12x-4y=16$ ; 2)  $25x-15y=1$ ; 3)  $921x+27y=33$ ; 4)  $41x+17y=2$ ; 5)  $21x-35y=56$ .

#### **Тема 6. Комбинаторика. Основные понятия и правила комбинаторики (правила суммы и произведения, формула исключений)**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Основные понятия и правила комбинаторики": 1. Из множеств  $\{a, b, c\}$  и  $\{1, 2\}$  составьте все кортежи длины 2. 2. Равны ли следующие кортежи: а)  $(a, \{a, b, c\}, b, c)$  и  $(a, \{a, b, c\}, c, b)$ ; б)  $(a, \{a, b, c\}, b, c)$  и  $(a, \{b, a, c\}, a, b, c)$ . Объяснить почему. 3. В группе студентов, владеющих хотя бы одним из трех языков, английским владеют 70 студентов, французским - 65, немецким - 50, английским и французским - 40, английским и немецким - 30, французским и немецким - 20. Только одним из этих языков владеют 20 студентов. Сколько студентов в группе? 4. Сколько натуральных чисел из первой 1000 не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 7? 5. В магазине имеется четыре сорта шоколадных конфет и шесть сортов карамели. Сколько можно сделать различных покупок а) конфет одного сорта в этом магазине; б) содержащих один сорт шоколадных конфет и один сорт карамели? 6. Сколькими способами можно указать на шахматной доске два квадрата - белый и черный? Решать ту же задачу, если нет ограничений на цвет квадратов. Решите ее, если надо выбрать два белых квадрата. 7. Сколькими способами можно выбрать согласную и гласную из слова: а) "здание"; б) "маркетинг"? 8. Сколько можно записать двузначных чисел в десятичной системе счисления? 9. В высшей лиге по футболу 18 команд. Борьба идет за золотые, серебряные и бронзовые медали. Сколькими способами медали могут быть распределены между командами? 10. Сколькими способами можно расположить на шахматной доске две ладьи так, чтобы одна не могла взять другую? (Одна ладья может взять другую, если она находится с ней на одной горизонтали или вертикали шахматной доски.)

устный опрос , примерные вопросы:

Примерные вопросы: 1. Основные и типичные операции комбинаторики: - образование упорядоченных множеств; - образование подмножеств; - образование упорядоченных подмножеств. 2. Кортеж длины  $n$ . 3. Сформулируйте правило суммы. 4. Сформулируйте правило произведения.

## Тема 7. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений": 1. Сколько слов, каждое из которых состоит из 5 различных букв можно составить из букв слова "экран"? 2. В группе 27 человек. Надо избрать старосту, культорга и физорга группы. Сколькими способами можно это сделать? 3. В классе 30 учеников. Каждый день для дежурства выделяется 2 ученика. Можно ли составить расписание дежурств так, чтобы никакие 2 ученика не дежурили вместе в течение одного учебного года? 4. Имеется 6 пар перчаток различных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них 1 перчатку на левую руку и 1 на правую, чтобы эти перчатки были различных размеров? 5. Подбрасывают монету, которая падает орлом или решкой. Сколько существует возможных результатов с десятью подбрасываниями монеты? 6. Сколькими способами можно обозначить треугольник, обозначая его вершины 33 буквами алфавита? 7. В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать 5 гвоздик одного цвета? 8. Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 5 можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр? 9. Три почтальона должны разнести 10 писем по 10 адресам. Сколькими способами можно это сделать? 10. Порядок выступления 8 участников конкурса определяется жеребьевкой. Сколько различных исходов жеребьевки при этом возможно?

тестирование , примерные вопросы:

Примерные задания: 1. Определить число возможных пар на дежурство из группы студентов в 25 человек. 2. Сколько существует треугольников, длины которых принимают одно из следующих значений: 4,5,6,7 см? 3. Сколько пятизначных чисел можно образовать из цифр 0 и 1 при условии, что цифры могут повторяться? 4. На окружности выбрано 10 точек. Сколько можно провести: а) хорд с концами в этих точках; б) векторов с началом и концом в этих точках? 5. В хирургическом отделении работает 40 врачей. Сколькими способами из них можно образовать бригаду в составе: а) хирурга и ассистента; б) хирурга и четырех ассистентов?

## Тема 8. Перестановки и сочетания с повторениями

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Перестановки и сочетания с повторениями": 1. 30 человек разбиты на 3 группы по 10 человек в каждую. Сколько может быть различных составов групп? 2. Четыре стрелка должны поразить 8 мишеней (каждый по две). Сколькими способами можно распределить мишени между собой? 3. В продажу поступили открытки 10 разных видов. Сколькими способами можно образовать набор из: а) 12 открыток; б) 8 открыток? 4. Для несения пограничного караула из 10 человек могут быть приглашены офицеры пехотных войск, авиации, погранвойск, артиллерии, офицеры морфлота и ракетных войск. Сколькими способами можно избрать состав почетного караула? 5. Сколько будет костей домино, если использовать в их образовании все цифры? 6. В цветочном магазине продаются цветы трех сортов. Сколько можно составить букетов из 5 цветов в каждом, если: а) букеты, отличающиеся расположением цветов, считаются одинаковыми; б) букеты, отличающиеся расположением цветов, считаются различными; в) сколькими способами можно разложить на столе 3 гвоздики и 2 тюльпана? 7. Сколькими способами можно расположить в ряд пять книг: два одинаковых романа и три одинаковых томика стихов? 8. Сколькими способами можно выбрать три книги из трех одинаковых романов и трех одинаковых томиков стихов? 9. Сколькими способами можно выбрать 13 из 52 стандартных карт, различая их только по масти? 10. Сколько слов можно составить, если переставить буквы слова "макака"?

устный опрос , примерные вопросы:

Примерные вопросы: 1. Основное отличие понятия числа сочетаний с повторениями от числа сочетаний без повторений. 2. Состав кортежа. 3. Перестановки с повторениями данного состава. 4. Схема решения задач.

## Тема 9. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона": 1. Найти средний член разложения бинома  $(a/x-x^{(1/2)})^{16}$ . 2. Найти разложение бинома  $(a+x)^5$ . 3. При каком значении  $n$  коэффициенты второго, третьего и четвертого членов разложения бинома  $(1+x)^n$  составляют арифметическую прогрессию. 4. Показатель степени одного бинома на 3 более другого. Определить эти показатели, если сумма биномиальных коэффициентов в обоих разложениях вместе равна 144. 5. В разложении  $(x^2+a/x)^m$  коэффициенты у четвертого и тринадцатого членов равны между собой. Найти член, не содержащий  $x$ . 6. Найти разложение  $(a+b+c+d)^3$ . 7. Доказать тождество:  $C_n^k + C_n^{(k-1)} = C_{(n+1)}^k$ . 8. Решить уравнение:  $(A_x^4)/(A_{(x+1)}^3 - C_x^{(x-4)}) = 24/23$ . 9. Вычислить сумму  $C_5^0 + 2C_5^1 + 4C_5^2 + 8C_5^3 + 16C_5^4 + 32C_5^5$ . 10. Найти номер того члена разложения бинома  $(3/4)(a^2) + 2/3 \sqrt{a})^{12}$ , который содержит  $a^7$ .

тестирование , примерные вопросы:

Примерные задания: 1. Доказать тождество:  $C_n^1 - 2C_n^2 + 3C_n^3 - \dots + (-1)^{(n-1)} n C_n^n = 0$ . 2. Найти  $x$  и  $y$ , если  $C_{(x+1)}^y : C_x^{(y+1)} : C_x^{(y-1)} = 6:5:2$ . 3. Третье слагаемое разложения  $(2x+1/x^2)^m$  не содержит  $x$ . При каких значениях это слагаемое равно второму слагаемому разложения  $(1+x^3)^{30}$ ?

## Тема 10. Комбинаторные задачи с ограничениями

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по теории делимости и комбинаторике. Примерный вариант работы: 1. Найдите НОД чисел  $a$  и  $b$ . Представьте его в виде линейной комбинации чисел. 2. Найдите числа  $a$  и  $b$ , если известны НОК и  $a:b=14:17$ . 3. Сколько существует треугольников, длины которых принимают одно из следующих значений: 4,5,6,7 см? 4. Сколько человек участвовало в прогулке, если известно, что 16 из них взяли с собой бутерброды с ветчиной, 24 - с колбасой, 15 - с сыром, 11 - и с ветчиной и с колбасой, 8 - и с ветчиной и с сыром, 12 - и с колбасой и с сыром, 6 - бутерброды всех трех видов, а 5 вместо бутербродов взяли с собой пирожки? 5. Найти НОД чисел 441 и 686; представить его в виде линейной комбинации этих чисел. 6. Найти числа  $a$  и  $b$ , если их НОД равен 8, а произведение равно 384. 7. Доказать, что многочлен при всяком целом значении  $n$  представляет собой число, делящееся на 120. 8. Из 100 учеников школы 10 класса, прочитавших хотя бы один из романов Л.Н. Толстого "Анна Каренина", "Война и мир", "Воскресение", "Анну Каренину" прочитали 70 учеников, роман "Война и мир" - 65 учеников, "Воскресение" - 40 учеников. "Анну Каренину" и "Войну и мир" читали 40 учеников, "Войну и мир" и "Воскресение" - 20 учеников, "Анну Каренину" и "Воскресение" - 30 учеников. Сколько всего учеников прочитали все три романа? 9. Для спектакля из 20 девочек надо выбрать: а) четырех девочек на роли снежинок; б) четырех девочек на роли Снежной королевы, Герды, маленькой разбойницы и принцессы. Сколькими способами это можно сделать? 10. Каждого из 7 студентов можно направить для прохождения педагогической практики в одну из трех школ. Сколькими различными способами это можно сделать? 11. Сколько можно построить различных прямоугольников, если длина каждой стороны выражается натуральным числом от 1 до 7? 12. Сколькими способами можно расселить 8 студентов по трем комнатам: одноместной, трехместной и четырехместной?

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

## Выполнение домашнего задания по теме "Комбинаторные задачи с ограничениями": 1.

Укротитель хочет вывести на арену цирка пять львов и четырех тигров, при этом нельзя, чтобы два тигра шли друг за другом. Сколько способами можно распределить зверей? 2. За одним столом надо рассадить пять мальчиков и пять девочек, чтобы не было двух рядом сидящих мальчиков и двух рядом сидящих девочек. Сколько способами можно это сделать? 3. Сколько способами можно переставить буквы слова "длинношеее", чтобы три буквы "е" не стояли подряд? 4. Сколько трехзначных чисел, делящихся на 3, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр? 5. Сколько существует четырехзначных чисел, в записи которых содержится не более двух различных цифр? 6. В лотерее разыгрываются 8 предметов. Первый подошедший к урне вынимает из нее пять билетов. Каким числом способов он может их вынуть, чтобы: а) ровно два из них оказались выигрышными; б) по крайней мере, хотя бы два из них оказались выигрышными? Всего в урне 50 билетиков. 7. Из колоды, содержащей 52 карты, вынули 10 карт. а) Сколько способами это можно сделать? б) В скольких случаях окажется хотя бы 1 туз; в) в скольких ровно 1 туз; г) ровно 4 туза? 8. Семь девушек водят хоровод. Сколько различными способами они могут встать в круге? 9. Сколько ожерелий без застежки можно составить из семи различных бусин?

## Тема 11. Понятие функции. Свойства функции

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Понятие функции. Свойства функции" (каждому студенту дается своя функция по вариантам): 1. Найти область определения функций. 2. Найти область значения функций. 3. Исследовать функции на четность. 4. Используя определение возрастания и убывания функции на промежутке, докажите, что функция убывает или возрастает на соответствующем промежутке. 5. Найти асимптоты графиков функций. 6. Построить графики а) степенной, б) дробно-рациональной, в) показательной, г) логарифмической функций (по вариантам). 7. Найти область определения и множество значений тригонометрических функций (по вариантам). Примерный вариант: 1.  $y=(\sqrt{x^2-5x+6})/\lg(x+1)$ . 2.  $y=(3x+1)/(x-x^2)$ . 3.  $y=|x-7|/(x+1)+|x+7|/(x-1)$ . 4.  $y=5/(2x+1)$  убывает на промежутке от минус бесконечности до -0,5. 5.  $y=(6-2x)/(2x-3)$ . 6.  $y=(1/2)^{5-x}$ . 7.  $y=3\tan(2x)/(1-(\tan(2x))^2)$ .

устный опрос , примерные вопросы:

Примерные вопросы: 1. Определение функции. 2. Область определения функции. 3. Множество значений функции. 4. График функции. 5. Четность (нечетность функции). 6. ограниченность функции. 7. Монотонность функции. 8. Периодичность функции. 9. Виды асимптот графиков функций.

## Тема 12. Различные виды функций, их свойства и графики

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Различные виды функций, их свойства и графики": Разработать опорный конспект, содержащий определение, свойства и график конкретного вида функции (линейной, обратной пропорциональности, квадратичной, степенной, тригонометрических, показательной и логарифмической).

## Тема 13. Построение графиков функций с помощью преобразований

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Построение графиков функций с помощью преобразований". 1. Выполнить задания по вариантам с помощью преобразования тригонометрических функций. 2. Построить график функции  $y=1/f(x)$ . 3. Исследование функций и построение графиков. Примерный вариант: 1.  $y=\operatorname{ctg}(\pi/4-x/2)-1$ . 2.  $y=1/\sin x$ . 3.  $y=x^4-2x^2$ .

тестирование , примерные вопросы:

Пройти тест по теме "Построение графиков различных функций с помощью преобразований": параллельного переноса, сжатия (растяжения), преобразования симметрии. Построение графиков гармонических колебаний (по вариантам). Примерный вариант: 1.  $y=(-2)^{x+1}-2$ . 2.  $y=-3+2/(x+4)$ . 3.  $y=3-2\lg(x-5)$ . 4.  $y=-2\sin(x/2+\pi/3)+1$ .

## Тема 14. Построение графиков функций, содержащих модули

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Построение графиков функций, содержащих модули": 1.  $y=|x^2+3|x|-10|$ . 2.  $y=x(|x|-4)$ . 3.  $y=\cos x+|\cos x|$ .

### **Тема 15. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Обратная функция. Графики взаимно обратных функций". 1. Для каждой из предложенных преподавателем (по вариантам) функций установить существует ли обратная, и если существует, то найти ее. 2. Найти обратную функцию. Указать область определения и множество значений обратной функции, построить графики прямой и обратной функций в одной системе координат. Примерный вариант: 1.  $y=2x^2-3x-7$  при  $x$  принадлежащем интервалу  $(-2; 3)$ . 2.  $y=3x/(x-1)$ .

тестирование , примерные вопросы:

Примерные задания: 1. Найти функцию, обратную к функции  $y=3+2/(x-1)$  и построить ее график. 2. Установить обратимость функций а)  $y=4-\sqrt{x-1}$ ; б)  $y=-x^2+4x-2$ ,  $x \leq 2$ .

### **Тема 16. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики". 1. Вычислить значение обратной тригонометрической функции (по вариантам). 2. Упростить значение выражения, содержащего обратную тригонометрическую функцию (по вариантам). 3. Найти значение выражения, содержащего обратные тригонометрические функции (по вариантам). 4. Построить графики обратных тригонометрических функций из предложенных преподавателем (по вариантам). Примерный вариант: 1.  $\cos(\arcsin 2/3)$ ;  $\sin(\arccos(-1/4))$ . 2.  $\arcsin 2/3 - \arcsin 1/5$ ;  $\arcsin 3/5 + \arccos 4/5$ . 3.  $\arcsin(\sin 10)$ ;  $\arccos(\cos 12)$ . 4.  $y = \arcsin(x-1)$ ;  $y = \operatorname{arctg} x + \pi/2$ .

### **Тема 17. Исследование функций и построение их графиков**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по данной теме. Провести полное исследование предложенных преподавателем функций и построить их графики (по вариантам). Примерный вариант: 1.  $y=x/(x^2-1)$ . 2.  $y=(x^3+8)/(x^2-4)$ . 3.  $y=(x+3)/((x-1)(x+1))$ .

тестирование , примерные вопросы:

Примерные задания: Выполнение контрольной работы по функциям и их графикам.

Примерный вариант (у каждого студента определенный вид функций): 1. Найти область определения функции. 2. Найти область определения и множество значений функции. 3.

Является ли монотонной функция. 4. Провести исследование функции и построить ее график. 5. Построить график функции, содержащий модуль. Примерный вариант: 1.  $y=1/(\sqrt{x}-3)$ . 2.  $y=x/(x+1)$ . 3.  $y=5/(2x+1)$ . 4.  $y=x^3/(1-x^2)$ . 5. а)  $y=2/|x+3|$ ; б)  $y=(x^2-3x+2)/|x-1|+(x^2+3x+2)/|x+1|$ .

### **Тема 18. Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств**

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по теме "Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств". Примерный вариант Решите предложенные уравнения и неравенства на основе свойств и графиков функций: 1)  $\cos x = x^2 + 1$ ; 2)  $\lg x + (\sqrt{x^2 - 1}) > 0$ ; 3)  $2\pi \arccos(-0,5x) = 2 + (x^2 - x - 2)^8$ ; 4)  $2^{(1-|x-1|)} = x^2 - 2x + 3$ ; 5)  $3 \arcsin x + px - p = 0$ ; 6)  $2^x \geq 11 - x$ ; 7)  $\sqrt{3-2x} > x$ .

### **Тема 19. Виды задач с параметром. Уравнения и неравенства с параметром. Линейные уравнения с параметром.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Виды задач с параметром. Уравнения и неравенства с параметрами ". Для каждой из предложенных преподавателем (по вариантам) уравнения и неравенства с параметром установить возможное число ветвлений, выполнить задания, записать ответы. Примерный вариант: 1)  $15ax = 3$ ; 2)  $3ax - 15a = 1$ ; 3)  $x(a^2 - 1) = a + 1$ ; 4)  $x(a - 3) = a^2 - 9$ ; 5)  $x(a + 3) = a^2 + a - 6$ ; 6)  $18ax > 36$ ; 7)  $35ax + 7a < 0$ ; 8)  $x(a^2 - 36) > a + 6$ ; 9)  $x(a - 5) < a^2 - 25$ ; 10)  $x(a - 2) > a^2 + a - 6$ .

## Тема 20. Задачи второго вида. Алгебраические методы решения задач с параметрами.

### Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами, графической интерпретации квадратного трехчлена.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме " Алгебраические методы решения задач с параметрами": 1. Найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $ax^2+ax-6=0$  имеет единственное решение. 2. Найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $(a-1)x^2+2ax-4a=0$  не имеет решений. 3. Найти все значения параметра  $a$ , для которых разность корней уравнения  $2x^2-(a+1)x+a+3=0$  равна 1. 4. При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $(a+1)x^2+ax-3=0$  положительны. 5. При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $(a-4)x^2-3ax+1=0$  отрицательны. 6. При каких значениях параметра  $a$  один из корней квадратного уравнения  $ax^2-ax+2=0$  в два раза больше другого. 7. Найти все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $4x^2-2x+a=0$  имеет два корня, принадлежащие интервалу  $(-1;1)$ . 8. Найти все значения параметра  $m$ , при которых уравнение  $(m-2)x^2-2(m+3)x+4m=0$  имеет один корень, меньший 2, а второй больший 3. 9. При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $x^2+ax+a^2+6a<0$  выполняется для всех  $1 < x < 2$ ? 10. При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $x^2-2(a-1)x+2a+1=0$  имеют разные знаки и оба по абсолютной величине меньше 4?

тестирование , примерные вопросы:

Примерный вариант задания: 1. При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $(a+1)x^2+ax-3=0$  отрицательны. 2. При каких значениях параметра  $a$  один из корней квадратного уравнения  $2x^2-(a+1)x+a+3=0$  в два раза больше другого. 3. Найти все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $ax^2+ax-6=0$  имеет два корня, принадлежащие интервалу  $(0;2)$ . 4. Найти все значения параметра  $r$ , при которых уравнение  $(r-1)x^2-(r+2)x-r=0$  имеет один корень, меньший 1, а второй больший 2. 5. При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $2ax^2-ax+a^2-a>0$  выполняется для всех  $-1 < x < 4$ ? 6. При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $ax^2-(a+3)x+a-4=0$  имеют разные знаки и оба по абсолютной величине больше 1?

## Тема 21. Функциональные методы решения задач с параметрами. Использование свойств функций.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Функциональные методы решения задач с параметрами": 1. При каком значении параметра  $m$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 + (m - 1)x + m^2 - 1,5 = 0$  наибольшая? 2. Найти все целочисленные значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $2-2\cos x=3a+4$  имеет хотя бы одно решение. 3. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $\sin^2 x - (5a+6)\cos x - a^2 = 0$  не имеет решений? 4. Найти все значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $4^x - a \cdot 2^x - a + 3 = 0$  имеет хотя бы одно решение. 5. Найти при каких  $a$  уравнение  $4^x - 2(a-1) \cdot 2^x + a^2 - 4a - 5 = 0$  имеет единственное решение, большее, чем 1. Найти при каких  $a$  уравнение  $4^x - 2(a-1) \cdot 2^x + a^2 - 4a - 5 = 0$  имеет единственное решение, большее, чем 1. 6. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $9^x - (a^2 + 6) \cdot 3^x - a^2 + 16 = 0$  и не имеет решений? 7. При каких значениях  $k$  неравенство  $(k+2)x^2+kx-5>0$  справедливо при всех неотрицательных  $x$ ?

## Тема 22. Геометрические методы решения задач с параметрами. Использование формул расстояния между двумя точками, от точки до прямой на плоскости. Использование уравнения прямой, пары параллельных прямых, пересекающихся прямых.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Геометрические методы решения задач с параметрами. Часть 1": 1. При каких значениях параметра  $a$  система имеет единственное решение  $(y^2 - (2a+1)y + a^2 + 2a - 2 = 0; \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \sqrt{(x-a)^2 + (y-3)^2} = 3)$ . 2. При каких значениях параметра  $a$  система имеет ровно 2 решения  $((x-a)^2 + (y-a)^2 = 18; \sqrt{(y-6)^2 + x^2} + \sqrt{(y^2 + (x-6)^2}) = 6\sqrt{2})$ . 3. При каких значениях параметра  $a$  система имеет единственное решение  $(x^2 - (2a-2)x + a^2 - 2a - 3 = 0; \sqrt{(y-a)^2 + x^2} + \sqrt{(y-a)^2 + (x-4)^2} = 4)$ . 4. При каких значениях параметра  $a$  система имеет единственное решение  $(x^2 + y^2 = a^2; \sqrt{(y^2 + 9 - 6x + x^2)} + \sqrt{(x^2 + 16 + 8y + y^2)} = 5)$ .

## Тема 23. Геометрические методы решения задач с параметрами. Использование неравенства треугольника, уравнения отрезка, параллелограмма, окружности.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Геометрические методы решения задач с параметрами. Часть 2": 1. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $|3x-y+2| \leq 12$ ;  $(x-3a)^2 + (y+a)^2 = 3a+4$  имеет единственное решение. 2. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $|x+y-2| < x-y$ ;  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = 4$  имеет решение. 3. Найти все значения параметра k, при каждом из которых система  $(6|x|+2|k|=12$ ;  $k^2-4k-4x^2+8x \geq 0$  имеет два решения. 4. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $(x^2+y^2=1$ ;  $|x|+|y|=a$  имеет четыре решения. 5. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $(|x|-4)^2 + (|y|-4)^2 = 9$ ;  $(x-4)^2 + y^2 = a^2$  имеет два решения.

тестирование , примерные вопросы:

Примеры вариантов. 1. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $(\sqrt{(x+2)^2+y^2}) + \sqrt{(x^2+(y-a)^2} = \sqrt{(a^2+4)}$ ;  $y=3-a$  имеет единственное решение. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $(x-2a)^2+y^2=1$ ;  $|x|+2|y|=4$  имеет более одного решения. 2. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $\sqrt{(x-3)^2+y^2} + \sqrt{(x^2+(y-a)^2} = \sqrt{(a^2+9)}$ ;  $y=|2-3a|$  имеет единственное решение. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $x^2+y^2=1$ ;  $|x|+|y|=a$  имеет четыре решения.

## Тема 24. Задачи с параметрами в составе ЕГЭ.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проанализировать виды задач с параметрами в сборниках по подготовке к ЕГЭ, выделить их основные типы и способы решения. Каждой микрогруппе предлагается подготовить выступления о типах задач в составе ЕГЭ по математике и представить в виде презентации на лабораторном занятии.

тестирование , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по вариантам по решению различными методами задач с параметрами. Примеры вариантов. Вариант I 1. При каких значениях параметра а корни уравнения  $fx^2-(a+3)x+a-4=0$  имеют разные знаки и оба по абсолютной величине больше 2? 2. Найти все значения параметра р, при которых уравнение  $(p+1)x^2-(p-1)x-p=0$  имеет один корень, меньший -1, а второй больший 3. 3. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $|2x+y-3| \geq 4$ ;  $(x-a)^2 + (y-16a)^2 = 0,5-a$  имеет единственное решение. 4. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $(x^2+|y+3a|^2=9/4$ ;  $|x|+3|y|=6$  имеет два решения. Вариант II 1. При каких значениях параметра а неравенство  $2ax^2-ax+a^2-2-a>0$  выполняется для всех  $-1 < x < 4$ ? 2. Найти все значения параметра а, при которых уравнение  $(a+1)x^2+2ax+3=0$  имеет два корня, принадлежащие интервалу  $(1;2)$ . 3. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $(\sqrt{(x-3)^2+y^2} + \sqrt{(x-5)^2+y^2}=4$ ;  $y=x^2+2ax-3$  имеет единственное решение. 4. Найти все значения параметра а, при каждом из которых система  $(x-a)^2+y^2=4$ ;  $6|x|+3|y|=18$  имеет два решения.

устный опрос , примерные вопросы:

Провести анализ видов задач с параметрами в сборниках по подготовке к ЕГЭ, выделить их основные типы и способы решения. Проанализировать кодификаторы ГИА и ЕГЭ. Подготовить презентацию с решением различных вариантов задач ЕГЭ(демоверсии, пробные варианты).

## Тема 25. Аксиоматическое построение геометрии.

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Аксиоматическое построение геометрии" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: В абсолютной геометрии по Гильберту все аксиомы делятся на следующие группы аксиом (выбрать верный ответ): - порядка, непрерывности, параллельности, равенства. - порядка, непрерывности, принадлежности, равенства. - порядка, непрерывности, параллельности, равенства, принадлежности. - принадлежности, порядка, равенства.

## Тема 26. Треугольник: соотношения, признаки, отрезки.

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Треугольник (актуализация)" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: Докажите, что если биссектриса треугольника делит периметр треугольника пополам, то он равнобедренный. Выберите из представленных выражений, те, с которых можно начинать доказывать данное утверждение методом от противного. - Пусть биссектриса треугольника делит периметр треугольника пополам, но он не равнобедренный. - Пусть биссектриса треугольника делит периметр треугольника на неравные части (возьмем, что одна часть больше другой) и он не равнобедренный. - Пусть биссектриса треугольника не делит периметр треугольника на равные части, но треугольник равнобедренный.

### **Тема 27. Отношение и подобие.**

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Отношение. Подобие" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: Точка М делит отрезок АВ внешним образом так, что  $AM = 9$ ,  $BM = 3$ . Точка N, гармонически сопряженная точке М. Чему равен отрезок AN? - 4,5; - 1,5; - 6; - 3; - 4.

### **Тема 28. Геометрические преобразования на плоскости.**

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Геометрические преобразования" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: Движение плоскости обладает следующими свойствами: (Выберите один или несколько ответов.) а. переводит окружность в равную ей окружность б. сохраняет отношения отрезков с. сохраняет расстояние между точками д. прямую в параллельную ей прямую е. переводит треугольник в подобный треугольник.

### **Тема 29. Треугольник.**

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Треугольник" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: Расстояние от ортоцентра до центра описанной окружности треугольника равно 12. Найдите расстояние от центра тяжести до центра описанной окружности. (Ответ записать в виде десятичной дроби, округленной до двух цифр после запятой.)

### **Тема 30. Четырехугольник.**

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Четырехугольник" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: Диагонали данного четырехугольника равны, тогда данный четырехугольник имеет ... (Выберите один или несколько ответов.) а. равные противолежащие углы б. равные противоположные стороны с. перпендикулярные средние линии д. равные средние линии е. параллельные противоположные стороны.

### **Тема 31. Окружность.**

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Окружность" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются, и их центры лежат вне друг друга. Внешние касательные пересекаются в точке N. Тогда ... (Выберите один или несколько ответов): а. радиальная ось проходит через точки пересечения окружностей б. точка N принадлежит линии центров с. точки N,  $O_1$  и  $O_2$  принадлежат одной прямой д. радиальная ось делит  $O_1O_2$  пополам е. точка пересечения внешних касательных принадлежит радиальной оси f. радиальная ось окружностей перпендикулярна  $O_1O_2$ .

## **Тема 32. Вписанные и описанные многоугольники.**

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Вписанные и описанные многоугольники" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: Трапеция вписана в окружность так, что центр окружности принадлежит основанию трапеции. Тогда ... (Выберите один или несколько ответов): а. центр описанной окружности делит большее основание трапеции пополам б. найдутся диагонали перпендикулярные боковым сторонам в. меньшее основание равно радиусу описанной окружности г. диагонали перпендикулярны.

## **Тема 33. Геометрические построения на плоскости.**

Тестирование , примерные вопросы:

Изучение интерактивной лекции и прохождение теста по теме "Геометрические построения" на площадке дистанционного образования КФУ в дистанционном курсе "Элементарная математика (планиметрия)" <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> . Пример тестовых вопросов: Из вершины прямого угла треугольника проведена высота, которая делит гипotenузу на отрезки равные 8 и 4,5. Чему равна высота треугольника? (Ответ необходимо представить в виде десятичной дроби, не более двух знаков после запятой.)

## **Тема 34. Решение задач повышенной сложности по планиметрии.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Индивидуальные задания студента. Каждый студент выбирает любую форму задания на семestr: а) Написание исследовательской работы; б) Решение одной задачи несколькими методами; в) Решение 2-х олимпиадных задач; г) Работа с глосарием или на форуме.

## **Тема 35. Стереометрия. Понятие многогранника. Выпуклые и невыпуклые многогранники.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Виды многогранников", решение задач по теме "Аксиомы стереометрии". Выполнение тестирования: 1. Даны три различные прямые  $a$ ,  $b$  и  $c$  в пространстве. Известно, что  $a$  перпендикулярна  $b$ ,  $a$  и  $b$  перпендикулярна  $c$ . Каково взаимное расположение прямых  $a$  и  $c$ ? а) перпендикулярны; б) параллельны; в) перпендикулярны или параллельны; г) скрещиваются или пересекаются; д) скрещиваются, пересекаются или параллельны. 2. Известно, что прямая  $a$  перпендикулярна плоскости , а плоскость перпендикулярна плоскости . Каково взаимное расположение прямой  $a$  и плоскости ? а) перпендикулярны; б) параллельны; в) пересекаются; г) прямая  $a$  параллельна плоскости или лежит в ней; д) прямая  $a$  пересекается с плоскостью или лежит в ней. 3. Известно, что плоскость перпендикулярна прямой  $b$ , а прямая  $b$  перпендикулярна плоскости . Каково взаимное расположение плоскостей и ? а) перпендикулярны; б) параллельны; в) пересекаются; г) параллельны или совпадают; д) параллельны, пересекаются или совпадают. 4. Известно, что прямая  $a$  перпендикулярна плоскости , а плоскость перпендикулярна прямой  $c$ . Каково взаимное расположение прямых  $a$  и  $c$ ? а) перпендикулярны; б) параллельны; в) параллельны или совпадают; г) параллельны или скрещиваются д) параллельны, скрещиваются или совпадают. 5. Даны три различные плоскости . Известно, что перпендикулярна , а перпендикулярна . Каково взаимное расположение плоскостей и ? а) перпендикулярны; б) параллельны; в) перпендикулярны или параллельны; г) пересекаются; д) пересекаются или параллельны.

## **Тема 36. Правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников, принцип двойственности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач. Примеры: 1. Плоскость проходит через середины ребер DE, EC, AD четырехугольной пирамиды EABCD. Верным является: 1) прямая CD параллельна плоскости; 2) прямая CD пересекает плоскость; 3) прямая CD принадлежит плоскости; 4) взаимное расположение прямой и плоскости определить нельзя (на рисунке приводится положение прямой и плоскости). 2. В тетраэдре SABC прямые SC, BC перпендикулярны,  $AS=AC=AB=13$ ,  $SB=24$ ,  $SC=12$ . Найти объем пирамиды. 3. В треугольнике ABC сумма углов A и B равна 90°. Прямая BD перпендикулярна к плоскости ABC. Докажите, что CD перпендикулярна AC. 4. Докажите, что плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей. 5. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  взаимно перпендикулярны и пересекаются по прямой с. Докажите, что любая прямая плоскости  $\alpha$ , перпендикулярна к прямой с перпендикулярна к плоскости  $\beta$ . 6. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  взаимно перпендикулярны. Через точку плоскости  $\alpha$  проведена прямая, перпендикулярная к плоскости  $\beta$ . Докажите, что эта прямая лежит на плоскости  $\alpha$ . 7. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $a$  и перпендикулярны к плоскости  $\gamma$ . Докажите, что прямая  $a$  перпендикулярна к плоскости  $\gamma$ . 8. Доказать, что в правильной треугольной пирамиде пара непересекающихся ребер взаимно перпендикулярна.

устный опрос , примерные вопросы:

На занятии студентам предлагается ответить на вопросы: 1 .Какой многогранник называется правильным, дать определение. 2. Определение правильного многогранника, используя симметричность. 3. Виды правильных многогранников. 4. Обосновать, что существует только 5 правильных многогранников. 5. Двойственность правильных многогранников. 6. Определение полуправильных многогранников. 7. Классификация архimedовых тел. 8. Вывод формулы Эйлера. 9. Обосновать, для всех ли многогранников эйлерова характеристика равна 0. 10. Понятие звездчатого многогранника.

### **Тема 37. Геометрия тетраэдра. Тетраэдр и сферы. Ортоцентрический прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. Описанный параллелепипед тетраэдра. Медианы тетраэдра.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение задания по теме "Геометрия тетраэдра". 1. Доказать, что если в тетраэдре ABCD, BC AD, то высоты, опущенные из вершин A и D на прямую BC попадают в одну точку. 2.

Доказать, что если высоты тетраэдра пересекаются в одной точке, то общие перпендикуляры к парам противоположных ребер тоже пересекаются в одной точке. 3. Доказать, что если одна из высот треугольной пирамиды проходит через точку пересечения высот противоположной грани, то и другие высоты этой пирамиды обладают тем же свойством. 4. Доказать, что если противолежащие ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны, то все высоты пирамиды пересекаются в одной точке. 5. В трехгранный угол с вершиной S вписана сфера с центром в точке O. Докажите, что плоскость, проходящая через три точки касания, перпендикулярна прямой OS.

устный опрос , примерные вопросы:

Провести сравнительный анализ школьных учебников геометрии по теме "Многогранники".

Типы многогранников - призма, параллелепипед, пирамида, усеченная пирамида.

Предлагаются учебники - "Геометрия 7-11" под редакцией А.В. Погорелова, "Геометрия 10-11" под редакцией Л.С. Атанасяна, "Геометрия 10- 11", автор И.Ф.Шарыгин. Ответить на вопросы по теме. 1. Призма, ее элементы. 2. Теоремы, связанные с призмой. 3. Виды призм (прямая, правильная), свойства. 4. Параллелепипед, определения, элементы. 5. Теорема о гранях параллелепипеда. 6. Прямоугольный параллелепипед, теоремы. 7. Пирамида, определения, элементы. 8. Виды пирамид (правильная, усеченная). 9. Теоремы, связанные с пирамидой. 10. Построение изображений многогранников.

### **Тема 38. Многогранные углы. Свойства. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства. Трехгранный угол. Правильный трехгранный угол. Теорема Пифагора.**

#### **Признаки равенства трехгранных углов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Двугранный, трехгранный угол". Примеры: 1. На ребре СС<sub>1</sub> правильной призмы ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, боковое ребро которой в два раза больше стороны основания, взяты точки M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub> и M<sub>3</sub>? такие, что CM<sub>1</sub>=M<sub>1</sub>M<sub>2</sub>=M<sub>2</sub>M<sub>3</sub>=M<sub>3</sub>C, а на ребре CD взята точка K ? середина этого ребра. Найти углы, которые образует с секущей плоскостью, проходящей через точки A, A<sub>1</sub> и K прямая DM<sub>1</sub>. 2. Диагональ A<sub>1</sub>C правильной призмы ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> образует с плоскостью ее основания угол, равный 45?. Найти углы, которые образует прямая A<sub>1</sub>C с плоскостью AB<sub>1</sub>D<sub>1</sub>. 3. В основании пирамиды SABCD лежит квадрат, а ее боковая грань SAB перпендикулярна плоскости основания и является правильным треугольником. На ребре SB взята точка K ? середина этого ребра ? и через точки A, C и K проведена секущая плоскость. Найти углы, которые образует с секущей плоскостью прямая SD. 4. Найти двугранный угол при ребре основания правильной четырехугольной пирамиды в следующих случаях: высота пирамиды в два раза меньше диагонали основания. 5. Внутри трехгранного угла SPQR, каждый плоский угол которого равен 2α, через точку S ? вершину угла ? проведен луч SK, образующий равные углы с ребрами трехгранного угла. Найти двугранный угол PSKQ.

устный опрос , примерные вопросы:

Студентам предлагается ответить на вопросы: 1. Двугранный угол, его элементы. 2. Линейный угол двугранного угла, теорема. 3. Теорема косинусов для двугранного угла. 4. Трехгранный угол, конструктивное определение, элементы. 5. Правильный трехгранный угол. 6. Равенство трехгранных углов. 7. Двугранный угол трехгранного угла. 8. Плоский угол трехгранного угла. 9. Тригонометрия трехгранного угла. 10. Многогранные углы, определение, элементы.

### **Тема 39. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примеры: 1. Все плоские углы при вершине трехгранного угла равны α. Найдите его двугранные углы при α, равном 30?, 45?, 60?, 90?. 2. Все плоские углы трехгранного угла прямые. Найдите: а) расстояние от вершины угла до точки, лежащей внутри трехгранного угла и удаленной от всех его граней на расстояние a; б) расстояние от вершины угла до точки, лежащей внутри трехгранного угла и удаленной от всех его ребер на расстояние a; в) угол, который образует с плоскостью боковой грани луч, лежащий внутри данного угла и составляющий со всеми его гранями равные углы; г) угол, который образует с ребром многогранного угла луч, лежащий внутри данного угла и составляющий со всеми его ребрами равные углы. 3. Все плоские углы выпуклого четырехгранных угла равны 60?. Найдите его двугранные углы при ребрах, если они все равны между собой. 4. MABC ? трехгранный угол. Его плоские углы равны: AMB=α, AMC=β, BMC=γ. Найдите угол наклона прямой MA к плоскости AMB. 5. Все плоские углы трехгранных угла MABC равны α. MA=MB=MC=1. Найдите длину вектора MA+MB+MC. 6. Все плоские углы трехгранных угла MABC равны соответственно α, β, γ. MA=MB=MC=1. Найдите длину вектора MA+MB+MC. 7. Плоские углы выпуклого трехгранных угла равны 60?. Найдите: а) расстояние от вершины угла до точки, лежащей внутри трехгранных угла и удаленной от всех его граней на расстояние a; б) расстояние от вершины угла до точки, лежащей внутри трехгранных угла и удаленной от всех его ребер на расстояние a; в) угол, который образует с плоскостью грани трехгранных угла луч, лежащий внутри данного угла и составляющий со всеми его гранями равные углы; г) угол, который образует с ребром многогранного угла луч, лежащий внутри данного угла и составляющий со всеми его ребрами равные углы.

тестирование , примерные вопросы:

На занятии предлагаются задания по теоретическим вопросам теста пройденной теме. 1. Доказать, что в любой тетраэдр можно вписать единственную сферу. 2. Доказать, что около любого тетраэдра можно описать единственную сферу. 3. Показать, что медианы, бимедианы тетраэдра пересекаются в одной точке. 4. Построить ортоцентрический тетраэдр, рассмотреть критерии ортоцентричности. 5. Равногранный тетраэдр. Критерии.

### **Тема 40. Геометрические места точек в пространстве. Построение перпендикуляра к плоскости.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Даны три различные попарно пересекающиеся плоскости. Докажите, что если две из прямых пересечения этих плоскостей пересекаются, то третья прямая проходит через точку их пересечения. 2. Доказать, что высота SO треугольной пирамиды SABC пересекает высоту AD основания в том и только том случае, когда SA перпендикулярна BC.

роверочная работа , примерные вопросы:

На занятии студентам предлагаются задания. 1. Даны две непересекающиеся плоскости. Докажите, что прямая, пересекающая одну из этих плоскостей, пересекает и другую. 2. Даны четыре точки. Известно, что прямая, проходящая через любые две из этих точек, не пересекается с прямой, проходящей через другие две точки. Докажите, что данные четыре точки не лежат в одной плоскости. 3. Докажите, что если плоскость пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую. 4. Докажите, что через любую из двух скрещивающихся прямых можно провести плоскость, параллельную другой прямой. 5.

Докажите, что если две плоскости, пересекающиеся по прямой а, пересекают плоскость а по параллельным прямым, то прямая а параллельна плоскости а. 6. Докажите, что если прямая пересекает одну из двух параллельных плоскостей, то она пересекает и другую. 7. Даны четыре точки А, В, С, D не лежащие в одной плоскости. Докажите, что любая плоскость, параллельная прямым AB и CD, пересекает прямые AC, BD, AD и BC в вершинах параллелограмма. 8. Докажите, что все прямые, проходящие через данную точку параллельно данной плоскости, лежат в одной плоскости.

**Тема 41. Круглые тела. Сфера и шар. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы (шара). Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примеры: 1. Радиусы двух сфер равны  $R_1$  и  $R_2$ . Найти радиус сферы, площадь которой равна сумме площадей данных сфер. 2. Радиусы окружностей, являющихся сечениями сферы двумя параллельными плоскостями, равны 3 и 4 см, а расстояние между этими плоскостями равно 7 см. Найти площадь сферы. 3. Радиус сечения сферы плоскостью  $a_1$  равен  $r_1$ , а плоскостью  $a_2$  ?  $r_2$ . Найти площадь сферы, если плоскости  $a_1$  и  $a_2$  взаимно перпендикулярны, а сечения имеют единственную общую точку. 4. В конусе помещены два шара так, что они касаются друг друга и поверхности конуса. Отношение радиусов этих шаров равно  $m : n$  ( $m > n$ ). Найти угол при вершине осевого сечения конуса.

**Тема 42. Цилиндрические, конические поверхности. Цилиндр. Развертка. Конус. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. Симметрия цилиндра вращения. Сечение конуса плоскостью.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по темам "Многогранники", "Параллельность и перпендикулярность в пространстве", "Вычисление углов и расстояний в пространстве": Доказать, что высота SO треугольной пирамиды SABC пересекает высоту AD основания в том и только том случае, когда SA BC.

роверочная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по темам "Многогранники", "Параллельность и перпендикулярность в пространстве", "Вычисление углов и расстояний в пространстве".

Примеры заданий: 1. Двугранные углы при основании пирамиды равны. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание; б) высоты всех боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны; в) площадь боковой поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, проведенную из вершины. 2. В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания; б) все боковые ребра пирамиды составляют равные углы с плоскостью основания. 3. Доказать, что в правильной треугольной пирамиде пара непересекающихся ребер взаимно перпендикулярна.

**Тема 43. Вписанные и описанные многогранники. Основные понятия и определения. Призма, описанная около шара.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примеры: 1. Площадь боковой поверхности усеченного конуса равна сумме площадей оснований, а радиусы оснований относятся как 1:3. Найти угол наклона образующей конуса к плоскости его основания. 2. Высота конуса равна диаметру его основания. Найти отношение площади боковой поверхности конуса к площади его основания. 3. Квадрат со стороной  $a$  вращается вокруг прямой, проходящей через его сторону. Найти площадь боковой поверхности полученного цилиндра. 4. В основании призмы лежит правильный треугольник, сторона которого равна  $a$ . Проекцией одной из вершин верхнего основания является центроид нижнего основания. Каждое боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом, равным  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности призмы. 5. В основании призмы лежит правильный треугольник, сторона которого равна  $a$ . Боковое ребро призмы равно  $b$ , а угол между одним из боковых ребер и прилежащими к нему сторонами основания равен  $45^\circ$ . Найти площадь боковой поверхности призмы.

#### **Тема 44. Задачи на построение в стереометрии. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. В шар радиуса  $R$ , вписана правильная треугольная пирамида с плоскими углами  $\alpha$  при ее вершине. Найдите высоту пирамиды. 2. Найти точки встречи прямой  $MN$  с поверхностью правильной пятиугольной призмы, если точка  $M$  расположена на высоте призмы, а точка  $N$  ? вне призмы. 3. Через прямую на боковой грани правильной четырехугольной пирамиды провести сечение, перпендикулярное плоскости диагонального сечения этой пирамиды. 4. На ребре  $AB$  куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  взята точка  $P$  ? середина этого ребра, а на ребре  $DD_1$  ? точка  $Q$  ? середина этого ребра. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $C_1$ ,  $P$  и  $Q$  и найти площадь этого сечения, если ребра куба равны  $a$ .

проверочная работа , примерные вопросы:

Выполнение письменной работы на построение сечений многогранников. Примеры заданий: 1. Построить точки встречи прямой  $MN$  с плоскостями граней треугольной призмы, если точки  $M$  и  $N$  расположены вне призмы. 2. Дано изображение куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Построить общий перпендикуляр диагонали  $AC$  и прямой  $MN$ , лежащей в грани  $ABB_1A_1$  и параллельной  $AA_1$ .

#### **Тема 45. Построение сечений (основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек). Теорема Польки-Шварца.**

домашнее задание , примерные вопросы:

. В цилиндр вписана правильная треугольная призма, сторона основания которой равна  $a$ , а боковые ребра ?  $b$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра и его объем. 2. Найти точки встречи прямой  $MN$  с поверхностью правильной шестиугольной призмы, если точка  $M$  лежит на высоте призмы, а точка  $N$  ? в плоскости нижнего основания. 3. Через сторону основания правильной треугольной пирамиды, у которой боковое ребро вдвое больше стороны основания, провести сечение плоскостью, перпендикулярной противоположному боковому ребру. 4. На ребре  $SB$  правильной пирамиды  $SABC$  взята точка  $M$  ? середина этого ребра и точка  $N$  ? середина отрезка  $BM$ . Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $N$  параллельно прямым  $AB$  и  $CM$ . Найти площадь полученного сечения, если  $AB=a$  и  $SA=a$

.

тестирование , примерные вопросы:

Примерное задание: . Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ , ребро которого равно  $a$ . Построить сечение куба плоскостью, параллельной прямой  $BD$  и переходящей через точки  $A$  и  $P$  -середину ребра  $BB_1$ . Найти площадь полученного сечения.

#### **Тема 46. Изображение многогранников, конусов, цилиндров**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Шар радиуса  $R$ , вписан в усеченный конус. Угол наклона образующей к плоскости нижнего основания конуса равен  $\alpha$ . Найдите радиусы оснований и образующую усеченного конуса. 2. Построить точки встречи прямой  $MN$  с плоскостями граней треугольной призмы, если точки  $M$  и  $N$  расположены вне призмы. 3. Дано изображение куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Построить общий перпендикуляр диагонали  $AC$  и прямой  $MN$ , лежащей в грани  $ABB_1A_1$  и параллельной  $AA_1$ . 4. Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ , ребро которого равно  $a$ . Построить сечение куба плоскостью, параллельной прямой  $BD$  и переходящей через точки  $A$  и  $P$  ? середину ребра  $BB_1$ . Найти площадь полученного сечения.

## **Тема 47. Объем. Кубируемые тела. Свойства объемов (аксиомы). Теорема об объеме прямого цилиндра. Представление объема интегралом. Выводы формул: объем цилиндра, конуса, шара.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примеры: 1. Основанием параллелепипеда является ромб ABCD, сторона которого равна а, а острый угол равен  $60^\circ$ . Найти объем параллелепипеда, если его боковое ребро равно а, угол A1AB = угол A1AD =  $45^\circ$ . 2. В основании пирамиды SABC лежит треугольник, у которого AB=AC=a. Боковое ребро SA перпендикулярно плоскости основания, а угол между прямыми SC и AB равен а. Найти объем пирамиды в случае, когда угол BAC равен  $120^\circ$ . 3. Найти объем шарового сектора, если площадь ограничивающей его конической поверхности равна  $S_1$ , а площадь поверхности сферического сегмента равна  $S_2$ . 4. Радиусы оснований цилиндра и большого круга шара равны, а площадь полной поверхности цилиндра относится к поверхности шара как  $m : n$ . Найти отношение объемов цилиндра и шара. 5. В основании прямой призмы ABCA1B1C1 лежит равнобедренный треугольник с прямым углом при вершине C. Боковое ребро призмы равно H. Найти объем призмы в случаях, когда прямая BC1 образует угол, равный а, с плоскостью ABB1.

тестирование , примерные вопросы:

На занятиях студентам предлагается выполнить тестирование тпо теоретическим вопросам темы "Объемы": 1. Понятие объема. Кубируемые тела. 2.Свойства (аксиомы). 3. Теорема об объеме прямого цилиндра. 4. Представление объема интегралом. 5.Формулы для вычисления объемов цилиндра, конуса, шара. 6. Решение задач ЕГЭ. При рассмотрении теоретических вопросов показать доказательство теорем и вывод формул.

## **Тема 48. Равновеликость и равносоставленность в пространстве. Теоремы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задания: 1. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 1. В каких границах лежит ее объем? 2. Как найти объем реального тетраэдра, делая замеры только на его поверхности? 3. Вычислите объем четырехугольной пирамиды PABCD, основанием которой является квадрат со стороной 1, ребро PA равно 2 и при этом: а) P проектируется в точку B; б) P проектируется в точку C; в) PA составляет с основанием угол  $30^\circ$ ; г)  $|PD|=|PC|=2$ ; д) грани PAD и PAB перпендикулярны основанию. 4. В четырехугольной пирамиде все боковые ребра равны 1. а) При каком угле ф между соседними боковыми ребрами ее объем наибольший, если ее основание ? квадрат? б) В каких границах лежит ее объем, если ее основание ? прямоугольник, одна сторона которого в два раза больше другой стороны? 5. Какие измерения надо сделать на поверхности реальной четырехугольной пирамиды, чтобы вычислить ее объем? 6. Как вычислить объем правильной усеченной четырехугольной (треугольной) пирамиды, если известны стороны двух оснований и: а) угол наклона бокового ребра к большему основанию; б) угол между боковой гранью и большим основанием? 7. Как разделить параллелепипед на: а) шесть равновеликих пирамид; б) три равновеликие пирамиды.

тестирование , примерные вопросы:

Студентам предлагаются пройти тест, выполнив следующие задания. 1. В основании пирамиды PABCD лежит прямоугольник ABCD, . Сколько боковых граней пирамиды являются прямоугольными треугольниками? а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) определить нельзя. 2. Две прямые призмы имеют равные основания, а отношение длин их боковых ребер равно 2:1. Чему равно отношение площадей их боковых поверхностей? а) 1:1; б) 8:1; в) 4:1; г) 2:1; д) определить нельзя. 3. Периметр основания прямой 3-угольной призмы равен 3 м, высота м. Чему равна площадь боковой поверхности призмы? а) ; б) ; в) ; г) ; д) определить нельзя. 4. Стороны оснований правильной 4-угольной призмы уменьшили в 2 раза, а высоту увеличили в 2 раза. Чему равно отношение боковой поверхности полученной призмы к боковой поверхности исходной? а) 4:1; б) 2:1; в) 1:1; г) 1:2; д) 1:4. 5. Стороны оснований правильной 4-угольной призмы уменьшили в 2 раза, а высоту увеличили в 2 раза. Пусть S и - площади полных поверхностей исходной и новой призм. Что можно сказать об отношении ? а) ; б) ; в) ; г) ; д) . 6. Площадь боковой поверхности правильной 4-угольной призмы в 12 раз больше площади основания. Чему равно отношение бокового ребра к стороне основания призмы? а) 12:1; б) 9:1; в) 8:1; г) 3:1; д) ответ отличен от указанных. 7. Боковое ребро правильной 4-угольной пирамиды в раз больше стороны основания. Чему равен угол между боковым ребром и плоскостью основания? а) ; б) ; в) ; г) 4; д) ответ отличен от указанных. 8. Плоскость, параллельная основаниям призмы, делит ее боковые ребра в отношении 1:4. В каком отношении эта плоскость делит площадь боковой поверхности призмы? а) 1:16; б) 1:8; в) 1:4; г) 1:2; д) определить нельзя. 9. Сколько существует плоскостей, равноудаленных от всех шести вершин треугольной призмы? а) ни одной; б) одна; в) три; г) четыре; д) бесконечно много. 10. Две правильные n-угольные призмы имеют равные высоты, а отношение площадей их оснований равно 1:81. Чему равно отношение площадей их боковых поверхностей? а) 1:3; б) 1:9; в) 1:27; г) 1:81; д) ответ зависит от n. 11. Стороны оснований правильной n-угольной призмы увеличили в 3 раза, не изменяя высоту. Во сколько раз увеличилась площадь ее боковой поверхности? а) в 3 раза; б) в 3n раз; в) в 9 раз; г) в 9n раз; д) определить нельзя.

### **Тема 49. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса". Ее свойства.**

презентация , примерные вопросы:

Подготовить презентацию по теме: "Лента Мебиуса. Ее свойства". При выполнении задания отразить следующие вопросы. 1. Исторические сведения по теме занятия. 2. Односторонняя поверхность, определение. 3. Двусторонняя поверхность, определение, понятия. 4. Лента Мебиуса. 5. Свойства ленты Мебиуса. 6. Исследования, связанные по теме. 7. Отличия односторонней и двусторонней поверхностей.

### **Тема 50. Описанные многогранники и определение площади выпуклой поверхности. Вывод формул для площади сферы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примеры: 1. Квадрат со стороной a вращается вокруг прямой, проходящей через его сторону. Найти площадь полной поверхности цилиндра. 2. В основании пирамиды SABC с высотой SO лежит прямоугольный треугольник ABC и  $SO=AC=BC$ . Все боковые ребра пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания. На ребре SC взята точка M ? середина этого ребра.

Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку O ? основание высоты SO, перпендикулярно прямой AM. Найти отношение площадей фигур, на которые секущая плоскость разделяет грань SAC. 3. В основании пирамиды SABCD лежит квадрат. Боковое ребро SB перпендикулярно плоскости основания пирамиды и  $SB=AB$ . На ребрах AD и SA взяты соответственно точки P и M ? середины этих ребер. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку P, перпендикулярно прямой DM. Найти отношение площадей фигур, на которые разделяет секущая плоскость полную поверхность пирамиды SABCD.

### **Тема 51. Площадь поверхности конуса, цилиндра, частей шара.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примеры: 1. Сторона ромба равна а. Сфера, радиус которой равен R, касается всех сторон ромба. Расстояние от центра сферы до плоскости ромба равно d. Найти площадь ромба. 2. На поверхности сферы, радиус которой R, проведены две равные окружности, общая хорда которых равна а. Найти радиусы этих окружностей, если известно, что плоскости их взаимно перпендикулярно. 3. В полушар радиуса R вписан усеченный конус так. Что его большее основание совпадает с основанием полушара, а образующая наклонена к плоскости основания под углом а. Найти площадь поверхности конуса.

## **Тема 52. Принцип Б. Кавальери. Формула Симпсона. Практикум. Итоговое занятие**

контрольная работа , примерные вопросы:

Итоговая контрольная работа по курсу стереометрии. 1. Основание прямой призмы - равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите радиус основания цилиндра, описанного около призмы, если высота призмы 5 см, а ее боковая поверхность равна 10 см<sup>2</sup>. 2. Найти точки встречи прямой MN с плоскостями граней четырехугольной призмы, если точка M лежит на боковой грани, а точка N - вне призмы. 3. Через вершину куба провести плоскость, перпендикулярную диагонали куба, не лежащей вместе с данной вершиной в одной диагональной плоскости куба. 4. Все ребра пирамиды SABCD равны. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра SC перпендикулярно этому ребру. Найти площадь полученного сечения, если AB=a.

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 5 семестре)

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 3 семестре)

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 4 семестре)

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 1 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

#### **I СЕМЕСТР**

**ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ ПО ТЕМАМ: "ТЕОРИЯ ДЕЛИМОСТИ", "КОМБИНАТОРИКА", "ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕРАВЕНСТВ", "ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ"**

1. Отношение делимости и его свойства.
2. Признаки делимости. Признак Паскаля.
3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком.
4. НОД. Алгоритм Евклида. Свойства НОД. Линейное представление НОД.
5. Взаимно простые числа и их свойства.
6. НОК и его свойства.
7. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными.
8. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел.
9. Основные понятия и правила комбинаторики.
10. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений.
11. Перестановки и сочетания с повторениями.
12. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона.
13. Комбинаторные задачи с ограничениями.
14. Различные приемы доказательства неравенств (метод оценки знака разности, аналитический способ, синтетический способ, способ доказательства от противного, метод математической индукции).
15. Применение замечательных неравенств к решению уравнений и неравенств.
16. Понятие функции.
17. Способы задания функции.

18. Свойства функции.
19. Элементарные функции, их свойства и графики.
20. Преобразования графиков функций.
21. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций.
22. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.
23. Исследование функций и построение их графиков.

I семестр

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Тема "Комбинаторика"

Вариант ♦ 1

1. Сколько способами можно выбрать на шахматной доске белый и черный квадраты, не лежащие на одной горизонтали или одной вертикали?
2. На собрании присутствуют 17 человек. При голосовании по очередному вопросу можно проголосовать "за", "против" или воздержаться. Сколько различных исходов голосования возможно?
3. Найти средний член разложения бинома .
4. Сколько способами можно переставить буквы слова "коллапс", чтобы две буквы "л" не стояли подряд?

Вариант ♦ 2

1. Из ста опрошенных студентов 24 не изучают ни английский, ни немецкий, ни французский языки. 48 изучали английский, 8 - немецкий и английский, 26 - французский и английский, 13 - французский и немецкий, 28 - немецкий, 45 - французский. Сколько студентов среди опрошенных изучают английский, французский и немецкий?
2. На собрании присутствуют 25 студентов. Сколько способами можно выбрать президиум из трех человек?
3. Найти разложение бинома .
4. Сколько трехзначных чисел, делящихся на 3, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?

III семестр

1. Виды задач с параметром.
2. Линейные неравенства с параметром. Интерпретации на числовой прямой.
3. Дробно-рациональные уравнения с параметром, определение ОДЗ.
4. Дробно-рациональные неравенства с параметром. Метод интервалов.
5. Решение квадратных уравнений с параметром.
6. Нахождение значений параметра при заданных свойствах корней.
7. Решение квадратных неравенств с параметром.
8. Алгебраические методы решения задач с параметром.
9. Использование теоремы Виета при решении задач с параметром, определение знаков корней
10. Графическая интерпретация квадратного трехчлена. Расположение корней квадратного трехчлена относительно точки, интервала на числовой оси.
11. Функциональные методы решения задач с параметром.
12. Использование свойств функций при решении задач с параметром.
13. Неотрицательность, монотонность и ограниченность функции при решении задач с параметром.
14. Наибольшее (наименьшее) значение функции при решении задач с параметром.
15. Функционально-графические методы решения задач с параметром.
16. Геометрические методы решения задач с параметрами.

17. Использование формулы расстояния между двумя точками, от точки до прямой на плоскости при решении задач с параметром.
18. Использование уравнения прямой, пары параллельных прямых, пересекающихся прямых при решении задач с параметром.
19. Использование неравенства треугольника, уравнения отрезка при решении задач с параметром.
20. Использование уравнения параллелограмма, окружности при решении задач с параметром.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система  
 $(\sqrt{(x+2)^2+y^2})+\sqrt{(x^2+(y-a)^2})=\sqrt{(a^2+4)}$ ;

$y=3$ - а имеет единственное решение.

Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$(x-2a)^2+y^2=1$ ;

$|x|+2|y|=4$  имеет более одного решения.

2. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система  
 $\sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{(x^2+(y-a)^2})=\sqrt{(a^2+9)}$ ;

$y=|2-3a|$  имеет единственное решение.

Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$x^2+y^2=1$ ;

$|x|+|y|=a$  имеет четыре решения.

## 4 СЕМЕСТР

1. Основные понятия абсолютной геометрии.
2. Аксиома параллельности и ее содержание в геометриях Евклида и Лобачевского.
3. Деление отрезка точкой. Гармонические четверки.
4. Теоремы Фалеса.
5. Теорема о биссектрисе угла треугольника.
6. Теоремы Чевы и Менелая.
7. Замечательные отрезки и точки треугольника.
8. Прямая Эйлера.
9. Окружность девяти точек.
10. Вневписанные окружности.
11. Движения на плоскости.
12. Гомотетия.
13. Степень точки относительно окружности.
14. Радикальная ось. Радикальный центр.
15. Теорема Птолемея.
16. Точка Торичелли и ее обобщения.
17. Виды четырехугольников.
18. Теорема Вариньона.
19. Теорема Эйлера (свойства четырехугольника).
20. Инструменты построения. Конструктивные аксиомы.
21. Решение элементарных задач циркулем и линейкой.
22. Этапы решения задачи на построение.
23. Теорема Мора-Маскерони.
24. Построения односторонней линейкой.
25. Построения двусторонней линейкой.

#### IV семестр

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ♦1

Тема: "Планиметрия"

#### Вариант ♦ 1

1. Дан треугольник ABC. На продолжении стороны AC за точку C взята точка N такая, что CN=3AC. Точка K лежит на стороне AB, причем AK:KB=1:3. В каком отношении прямая KN делит сторону BC?
2. Доказать, что отрезок, соединяющий середины противоположных сторон параллелограмма, проходит через точку пересечения его диагоналей.
3. Диагонали выпуклого четырехугольника равны 10 и 14 см. Найти его площадь, если отрезки, соединяющие середины его противоположных сторон, равны.
4. Окружность вписана в прямоугольную трапецию. Точка касания делит боковую сторону трапеции на отрезки длиной 4 и 1. Найти площадь трапеции.

#### Вариант ♦ 2

1. Треугольник ABC - равнобедренный (AB=BC). Отрезок AM делит его на два равнобедренных треугольника с основаниями AB и MC. Найти угол B.
2. Найти площадь равнобедренной трапеции, основания которой равны 4 и 12 см, а диагонали взаимно перпендикулярны.
3. Точки K и M лежат соответственно на сторонах BC и AB треугольника ABC. Отрезки AK и CM пересекаются в точке P. В каком отношении прямая BP делит сторону AC, если BK:KC=1:2, AM:MB=2:3?
4. Трапеция описана около окружности так, что точки касания делят большее основание на отрезки 6 и 12. Найти площадь трапеции.

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ♦3

Тема: "Геометрические построения"

#### Вариант ♦ 1

1. Этапы решения задач на построение.
2. Построить геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом.
3. Построить трапецию по двум параллельным сторонам и двум диагоналям.
4. Построить равнобедренный прямоугольный треугольник так, чтобы вершины острых углов лежали на двух данных окружностях, а вершина прямого угла совпадала с данной точкой.

#### Вариант ♦ 2

1. Суть метода ГМТ.
2. Построить касательную к окружности.
3. Построить параллелограмм, две противоположные вершины которого находятся в данных точках, третья - на данной окружности, четвертая - на данной прямой.
4. Построить прямоугольный треугольник по катету и сумме гипotenузы и другого катета.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Становление геометрии. "Абсолютная" и "Евклидова" геометрии.
2. Аксиоматическое построение геометрии. Требования к системе аксиом.
3. Пять признаков равенства треугольников.
4. Признаки и свойства равнобедренного треугольника.
5. Признаки равенства прямоугольных треугольников.
6. Свойство медианы в прямоугольном треугольнике и обратное утверждение.
7. Соотношения между сторонами и углами треугольника (внешний угол, неравенство, против большей стороны?).
8. Признаки параллельности прямых. Свойства параллельных прямых.
9. Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника.

10. Свойства и признаки параллелограмма.
11. Теоремы Фалеса и Вариньона. Обобщенная теорема Фалеса.
12. Свойства и признаки прямоугольника.
13. Свойства и признаки ромба.
14. Свойство и признак равнобедренной трапеции.
15. Теорема о средней линии треугольника. Свойство средней линии треугольника.
16. Теорема о средней линии трапеции.
17. Свойства площадей. Площади простейших многоугольников. Площадь параллелограмма Вариньона.
18. Теорема об отношении площадей треугольников с равным углом.
19. Лемма о равновеликих треугольниках. Теорема о пересечении медиан треугольника. Центроид.
20. Прямая и обратная теоремы Пифагора. Формула Герона.
21. Теоремы синусов и косинусов.
22. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных треугольников.
23. Отношение сходственных отрезков подобных треугольников.
24. Среднее геометрическое отрезков в прямоугольном треугольнике.
25. Свойства биссектрис внутреннего и внешнего углов треугольника.
26. Теорема о пересечении биссектрис углов треугольника. Ицентр. Центр вписанной окружности.
27. Теорема о пересечении высот треугольника. Ортоцентр.
28. Теорема о пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Центр описанной окружности.
29. Теорема Чевы.
30. Теорема Менелая.
31. Замечательное свойство трапеции.
32. Свойство замечательных точек треугольника. Прямая Эйлера.
33. Взаимное расположение прямых и окружностей. Свойство и признак касательной.
34. Углы, связанные с окружностью. Вписанные и центральные углы. Углы между хордами и секущими. Угол между касательной и хордой.
35. Теорема о квадрате касательной.
36. Диаметры и хорды.
37. Степень точки относительно окружности. Радикальная ось двух окружностей.
38. Радикальный центр трех окружностей. Расположение радикальной оси относительно окружностей.
39. Теоремы об описанном четырехугольнике.
40. Теоремы о вписанном четырехугольнике.
41. Формула Эйлера.
42. Прямая Симсона.
43. Теорема Птолемея.
44. Теоремы Брахмагупты для вписанных четырехугольников.
45. Точки Эйлера. Окружность девяти точек. Свойства окружности девяти точек.

V семестр

Контрольная работа

Тема "Стереометрия"

Вариант I

1. Через середины ребер MB и CD параллельно диагонали BD основания правильной четырехугольной пирамиды MABCD проведена плоскость. Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью, если сторона основания пирамиды a, а боковое ребро b.
2. Шар радиуса 1 касается трех ребер трехгранного угла MABC. Найдите расстояние от вершины M угла до центра шара, если  $\angle AMB = 90^\circ$ ,  $\angle AMC = \angle BMC = 60^\circ$ .
3. В тело, полученное вращением прямоугольного треугольника с катетами 2 и 2 вокруг гипотенузы, вписана правильная треугольная призма, боковая грань которой квадрат, а основание перпендикулярно оси вращения. Найдите отношение объема тела вращения к объему призмы.
4. В основании пирамиды ABCDS лежит прямоугольная трапеция ABCD с основаниями AB = 3a и CD = 2a, боковой стороной BC = 2a и прямым углом A. Двугранные углы при ребрах BC и CD равны, грань ASB перпендикулярна основанию пирамиды,  $\angle BSC = \arccos 5/7$ . Найдите объем пирамиды.

### Вариант II

1. Сечение правильной треугольной призмы проходит через середины ее ребер AC и параллельно диагонали боковой грани. Постройте это сечение и найдите его площадь, если сторона основания призмы a, а боковое ребро b.
2. Шар радиуса R касается трех граней трехгранного угла MKPC. Найдите расстояние от центра шара до ребра MC, если  $\angle KMP = 90^\circ$ ,  $\angle KMC = \angle PMC = 60^\circ$ .
3. В тело, полученное вращением треугольника со сторонами 2, 7 и 5 вокруг его большей стороны, вписана правильная четырехугольная призма с основанием, перпендикулярным оси вращения. Диагональ призмы образует с осью вращения угол  $30^\circ$ . Какую часть объема тела вращения составляет объем призмы?
4. В основании пирамиды ABCDS лежит ромб ABCD со стороной 5. Ребро SA перпендикулярно плоскости основания,  $SC = 7$ ,  $\angle CSB = 45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

## ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

### I часть

1. Аксиомы стереометрии и следствия из них.
2. Параллельные прямые (определение). Аксиома параллельности.
3. Признак параллельности прямых.
4. Признак параллельности прямых и плоскостей (определение, теорема).
5. Признак параллельных плоскостей.
6. Существование плоскости, параллельной данной плоскости.
7. Свойства параллельных плоскостей.
8. Признак перпендикулярности прямых и плоскостей
9. Свойства перпендикулярных прямой и плоскости (17.3, 17.4).
10. Теорема о трех перпендикулярах (прямая и обратная).
11. Признак перпендикулярности плоскостей.
12. Скрещивающиеся прямые. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Признак.
13. Угол между прямой и плоскостью, между прямыми.
14. Углы между плоскостями.
15. Угол между скрещивающимися прямыми.
16. Призма: наклонная, прямая, правильная. Основные понятия. Перпендикулярное сечение.
17. Параллелепипед. Основные понятия. Теорема о гранях. Т.19.2. Прям.параллелепипед.
18. Пирамида. Основные понятия и определения правильной пирамиды, усеченной пирамиды.

## II часть

1. Понятия многогранника. Элементы многогранника. Различные подходы к определению (рассмотреть понятия "триангуляции").
2. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Свойства.
3. Правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Двойственность правильных многогранников. Симметрия правильных многогранников.
4. Формула Эйлера для многогранников.
5. Модели многогранников. Развертка.
6. Геометрия тетраэдра (симметричность). Тетраэдр и сферы.
7. Медианы тетраэдра, бимедианы. Описанный параллелепипед тетраэдра.
8. Ортоцентрический и прямоугольный тетраэдр. Критерии орто-центричности.
9. Равногранный тетраэдр. Свойства.
10. Двугранный угол. Основные понятия, свойства. Определение многогранного угла.
11. Трехгранный угол. Свойства.
12. Теорема синусов и косинусов для трехгранного угла.
13. Правильный трехгранный угол (определение).
14. Геометрические места точек в пространстве.
15. Построение перпендикуляра в плоскости. Свойства перпендикуляра к плоскости.
16. Сфера и шар. Определения; пересечение шара (сферы) с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы.
17. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.
18. Цилиндр. Основные понятия и определения. Развертка цилиндра.
19. Конус. Основные понятия и определения. Развертка конуса.
20. Усеченный конус. Понятия и определения.
21. Вписанные и описанные многогранники. Определения. Призма, описанная около шара.
22. Стереометрические задачи на построения: основные методы решения: аксиоматический (рассмотреть на примере задачи (№2)) и использование проекционного чертежа. Теорема Польке-Шварца.
23. Центральное и параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования.
24. Требования, предъявляемые к проекционному чертежу.
25. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений. Необходимое условие метрической определенности. Аффинные и метрические свойства фигур.
26. Элементы пространства, фигура, инциденция, оригинал, изображение. Виды задач на построение: позиционные и метрические. Особенности.
27. Параметры изображения. Основные положения.
28. Основные методы, используемые при построении сечений: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек.
29. Изображение многогранников, конусов, цилиндров.
30. Определение объема. Свойства.
31. Представление объема интегралом (Объем цилиндра, конуса, шара).
32. Усеченный конус (объем). Формула Симпсона.

33. Принцип Кавальери. Применение принципа Кавальери при вычислении объема цилиндра, шара и его частей, пирамиды, конуса.
34. Равновеликость и равносоставленность (самостоятельно, копии).
35. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса".
36. Описанные многогранники (определение). Определение площади выпуклой поверхности. Лемма (о вычислении поверхностей).
37. Вывод формулы площади сферы
38. Площадь боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса (выводы).

Типовые задания в 25 вариантах содержатся в учебно-методических пособиях [8, 9, 10, 14, 17, 70, 79, 94, 95]

## ТЕМЫ КУРСОВЫХ РАБОТ

1. Новая геометрия треугольника
2. Центроид или центр тяжести
3. Экстремальные задачи по геометрии
4. Геометрические места точек в курсе стереометрии
5. Исследование замечательных точек и линий треугольников
6. Геометрические построения циркулем и линейкой в курсе планиметрии
7. Замечательные кривые
8. Геометрия окружности
9. Геометрия треугольника
10. Геометрия четырехугольника
11. Геометрия многоугольника
12. Пространственные аналоги теорем планиметрии
13. Геометрические места точек в курсе стереометрии
14. Комбинации многогранников и круглых тел
15. Многогранники. Призма
16. Методы решения уравнений высших степеней
17. Методы решения уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля
18. Методы решения показательных уравнений и неравенств
19. Методы решения логарифмических уравнений и неравенств
20. Методы решения алгебраических уравнений и их систем
21. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции
22. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств
23. Замечательные числа арифметики
24. Принцип Дирихле
25. Целая и дробная части числа
26. Замечательные неравенства
27. Задачи с параметрами
28. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям и их решение
29. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений
30. Обратные тригонометрические функции
31. Доказательство теорем, тождеств и неравенств методом математической индукции
32. Построение графиков функций, содержащих знак абсолютной величины
33. Знаменитые задачи древности и их роль в развитии математических исследований
34. Число  $\pi$  и его значение в развитии теории чисел
35. Производная в задачах на оптимизацию

## 7.1. Основная литература:

1. Антонов В.И. Элементарная математика для первокурсника: Учебное пособие / В.И. Антонов, Ф.И. Копелевич. - СПб.: Издательство 'Лань', 2013. - 112 с. - ISBN 978-5-8114-1413-0. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5701>
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел: Учебное пособие. - 12-е изд., стер. - СПб.: Издательство 'Лань', 2009. - 176 с. - ISBN 978-5-8114-0535-0. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/46>
3. Городенцев, А.Л. Алгебра. Учебник для студентов-математиков. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие. Электрон. дан. М. : МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2014. - 485 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56398>
4. Новиков, А.И. Тригонометрические функции, уравнения и неравенства [Электронный ресурс] : учебное пособие. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2010. - 259 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2272>
5. Шарыгин, И.Ф. Лекции по элементарной геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2014. - 216 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56416>
6. Иванов, О.А. Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей [Электронный ресурс] : учебное пособие / О.А. Иванов. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2009. - 384 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9347>

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Романовский В.И. Арифметика помогает алгебре. - М.: Физматлит, 2007. - 376 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2755>
2. Шклярский, Д.О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (планиметрия). [Электронный ресурс] / Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2002. - 336 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59259>
3. Шклярский, Д.О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия). [Электронный ресурс] / Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2002. - 280 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59260>
4. Бачурин В.А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 712 с. - ISBN 5-9221-0563-9. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2102>
5. Вавилов В.В. Задачи по математике. Последовательности, функции и графики / В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Пасиченко. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 328 с. - (Библиотека учителя и школьника). - ISBN 978-5-9221-0899-7. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2761>
6. Вавилов В.В. Задачи по математике. Уравнения и неравенства / В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Пасиченко. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 248 с. (Библиотека учителя и школьника). - ISBN 978-5-9221-0875-1. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2759>
7. Вавилов В.В. Задачи по математике. Алгебра / В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Пасиченко. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 456 с. (Библиотека учителя и школьника). - ISBN 978-5-9221-0865-2. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2760>
8. Лунгу, К.Н. Задачи по математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2008. - 335 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2252>
9. Сизый С.В. Лекции по теории чисел: Учеб. пособие для студентов вузов. - 2-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-0741-9. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2319>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Вся элементарная математика. Средняя математическая школа. - <http://www.bymath.net/>

ИНТЕРНЕТ-БИБЛИОТЕКА Виталия Арнольда - <http://ilib.mccme.ru>

Математика (Физикон) - <http://www.mathematics.ru>

Сайт элементарной математики ДМ.ГУЩИНА - <http://mathnet.spb.ru>

Учебно-методический журнал "Математика" - <http://mat.1september.ru/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Методика решения задач по элементарной математике" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Обучающие диски по математике, таблицы.

Модели многогранников, круглых тел.

Оверхед-проектор.

Компьютерная программа GeGebra.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии .

Автор(ы):

Тимербаева Н.В. \_\_\_\_\_

Садыкова Е.Р. \_\_\_\_\_

Шакирова К.Б. \_\_\_\_\_

Шакирова Л.Р. \_\_\_\_\_

Фалиеева М.В. \_\_\_\_\_

Фазлеева Э.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" 201\_\_ г.