

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

" " 20__ г.

Программа дисциплины

Основы построения метода конечных элементов Б1.В.ДВ.22

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З.

Рецензент(ы):

Соловьев С.И.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных
технологий:

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201__ г

Регистрационный №

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Rafaيل.Dautov@gmail.com

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является подготовка студентов в области применения метода конечных элементов для решения краевых задач для дифференциальных уравнений

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.22 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин 'Алгебра и геометрия', 'Математический анализ', 'Обыкновенные дифференциальные уравнения'

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|--|
| ПК-1 (профессиональные компетенции) | Способность использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на ЭВМ, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение |
| ПК-10 (профессиональные компетенции) | Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных |
| ПК-12 (профессиональные компетенции) | Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальной математики |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и факты линейной алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений

2. должен уметь:

понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач линейной алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений

3. должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных элементов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

умение строить схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|------------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практи- ческие занятия | Лабора- торные работы | |
| 1. | Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка | 5 | | 0 | 0 | 10 | Компьютерная программа |
| 2. | Тема 2. Лагранжевы сплайны и квадратуры Гаусса | 5 | | 0 | 0 | 4 | Компьютерная программа |
| 3. | Тема 3. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка. | 5 | | 0 | 0 | 6 | Компьютерная программа |
| 4. | Тема 4. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка | 5 | | 0 | 0 | 14 | Компьютерная программа |
| 5. | Тема 5. Решение систем алгебраических уравнений | 5 | | 0 | 0 | 2 | |
| . | Тема . Итоговая форма контроля | 5 | | 0 | 0 | 0 | Зачет |
| | Итого | | | 0 | 0 | 36 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

лабораторная работа (10 часа(ов)):

О системе программирования МатЛаб. Вектора и векторные операции. Функции и их векторизация. Двумерная графика. Циклы и условный оператор. Матрицы плотные и разреженные и операции с ними. Формулировка краевой задачи для ОДУ второго порядка на примере задачи Неймана. Пространство ломаных и базис в нем. Интегральное тождество. Определение схемы МКЭ. Система алгебраических уравнений МКЭ. Алгоритм формирования системы МКЭ. Понятие о квадратурной формуле. Алгоритм вычисления матрицы жесткости и вектора сил конечного элемента. Программирование простейшей схемы МКЭ при произвольных краевых условиях. Решение тестовых задач. Измерение точности решения и определение порядка точности метода.

Тема 2. Лагранжевы сплайны и квадратуры Гаусса

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Понятие о задаче приближения функций. Интерполяционный полином Лагранжа. Барицентрическая формула. Остаточный член. Оценка погрешности вычисления производной. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Оценка вычисления функции и производной. Пространство лагранжевых сплайнов и лагражевый базис в нем. Ортогональные полиномы Лежандра. Трехчленная рекуррентная формула. Свойства корней. Интерполяционные квадратуры. Квадратуры Гаусса. Алгоритм вычисления узлов и весов квадратуры Гаусса. Программирование вычисления лагранжева сплайна на произвольной сетке узлов. Программирование вычисления узлов и весов квадратуры Гаусса в МатЛаб.

Тема 3. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Вывод интегрального тождества для смешанной краевой задачи для ОДУ второго порядка. Запись в абстрактной форме. Метод Галеркина. Система алгебраических уравнений метода Галеркина. Метод МКЭ произвольного порядка точности на основе лагранжевых сплайнов. Свойства билинейной формы. Оценка точности метода.

Тема 4. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Структура программы, реализующей МКЭ. Данные о решаемой задаче и данные метода МКЭ. Вывод алгоритма сборки системы МКЭ. Алгоритм вычисления локальных матриц жесткости и векторов сил элементов. Программирование вычисления глобальной матрицы жесткости и вектора сил для элементов произвольного порядка точности и при произвольных краевых условиях. Отладка программ. Решение тестовых задач. Измерение точности решения и практическое определение порядка точности метода.

Тема 5. Решение систем алгебраических уравнений

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Компактный метод Гаусса. Ленточные и профильные матрицы. Сохранение профиля матрицы при LU разложении. Понятие о перенумерации неизвестных и решении разреженных систем линейных алгебраических уравнений.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел дисциплины | Се-местр | Неде-ля семе-стра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудо-емкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|--|---|----------|-------------------|---------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных | | | | | |
| Регистрационный номер Страница 5 из 10. | | | | | | |

дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

5

10

Компью-
терная
програм-
ма

| N | Раздел дисциплины | Се-мestr | Неде-ля семе-стра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудо-емкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|----------|-------------------|---------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------|
| 2. | Тема 2. Лагранжевы сплайны и квадратуры Гаусса | 5 | | | 6 | Компьютерная программа |
| 3. | Тема 3. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка. | 5 | | | 4 | Компьютерная программа |
| 4. | Тема 4. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка | 5 | | | 16 | Компьютерная программа |
| | Итого | | | | 36 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программирование простейшей схемы МКЭ при произвольных краевых условиях. Решение тестовых задач. Измерение точности решения и определение порядка точности метода

Тема 2. Лагранжевы сплайны и квадратуры Гаусса

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программа вычисления лагранжева сплайна порядка m на произвольной сетке узлов.

Программа вычисления узлов и весов квадратуры Гаусса с произвольным числом узлов в МатЛаб.

Тема 3. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка.

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программа вычисления локальной матрицы жесткости и вектора сил для элементов произвольного порядка точности

Тема 4. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка

Компьютерная программа , примерные вопросы:

Программа вычисления глобальной матрицы жесткости и вектора сил для элементов произвольного порядка точности и при произвольных краевых условиях. Измерение точности решения и определение порядка точности метода

Тема 5. Решение систем алгебраических уравнений

Итоговая форма контроля

зачет (в 5 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Для контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета.

Примерные вопросы для зачета.

Формулировка краевой задачи для ОДУ второго порядка. Интерполяционный полином Лагранжа.

Барицентрическая формула. Остаточный член. Оценка погрешности вычисления производной.

Кусочно-полиномиальная интерполяция. Оценка вычисления функции и производной.

Квадратура Гаусса. Вывод интегрального тождества для смешанной краевой задачи для ОДУ второго порядка.

Метод Галеркина. Система алгебраических уравнений метода Галеркина.

Метод МКЭ произвольного порядка точности на основе лагранжевых сплайнов.

Алгоритм сборки системы МКЭ. Алгоритм вычисления локальных матриц жесткости и векторов сил.

7.1. Основная литература:

1. Радин, В.П. Метод конечных элементов в динамических задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.П. Радин, Ю.Н. Самогин, В.П. Чирков. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2013. - 316 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59668>
2. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие. - Казань: Казанский университет, 2012. - 240 с. Режим доступа: http://kpfu.ru/publication?p_id=47325
3. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения: учебное пособие. - Казань, 2010. - 94 с. Режим доступа: http://kpfu.ru/publication?p_id=21045

7.2. Дополнительная литература:

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 672 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42190>
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 639 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70767>
3. Шевцов, Г.С. Численные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 496 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/1800>
4. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 400 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/537>
5. Срочко, В.А. Численные методы. Курс лекций [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.А. Срочко. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 208 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/378>

7.3. Интернет-ресурсы:

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathhelp.spb.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Основы построения метода конечных элементов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в компьютерных классах, оснащенных доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____

"__" 201 ____ г.

Рецензент(ы):

Соловьев С.И. _____

"__" 201 ____ г.