

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Таюрский  
(ДО КФУ)

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Задачи на собственные значения и их приложения Б1.В.ДВ.7

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Соловьев С.И.

**Рецензент(ы):**

Даутов Р.З.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 958218

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Соловьев С.И. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики ,  
Sergei.Solovyev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины состоит в изучении современных сеточных методов решения прикладных задач на собственные значения.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Данная дисциплина относится к дисциплинам по выбору.

Читается на 4 курсе в 8 семестре для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика".

Изучение основано на дисциплинах: "Алгебра и геометрия",

"Математический анализ", "Функциональный анализ", "Дифференциальные уравнения", "Уравнения математической физики", "Численные методы", "Метод конечных элементов".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	Способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-10 (профессиональные компетенции)	Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
ПК-12 (профессиональные компетенции)	Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальной математики
ПК-9 (профессиональные компетенции)	Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Примеры прикладных задач на собственные значения, основные понятия теории гильбертовых пространств, постановку задачи на собственные значения в гильбертовом пространстве, результаты о существовании решений и их свойствах, постановку конечномерной аппроксимации задачи в гильбертовом пространстве, результаты о сходимости и погрешности аппроксимации, способы построения сеточных схем метода конечных разностей и метода конечных элементов для дифференциальных задач, результаты о сходимости и погрешности приближенных решений.

2. должен уметь:

Проводить вывод дифференциальных уравнений для прикладных задач, формулировать эти уравнения в виде задачи на собственные значения в гильбертовом пространстве, проводить исследования существования решений и их свойств, формулировать сеточные схемы метода конечных разностей и метода конечных элементов, строить матричные задачи, проводить исследования сходимости и погрешности сеточных методов.

3. должен владеть:

Методами теории гильбертовых пространств для формулировки и исследования постановок прикладных задач, сеточными методами построения приближенных решений, способами построения матричных задач сеточных аппроксимаций.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Применять общие результаты теории гильбертовых пространств, метода конечных разностей, метода конечных элементов для решения конкретных прикладных задач на собственные значения.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Приложения задач на собственные значения.	8		0	0	6	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Гильбертовы пространства.	8		0	0	6	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.	8		0	0	6	Контрольная работа
4.	Тема 4. Аппроксимация задачи в гильбертовом пространстве.	8		0	0	6	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Метод конечных разностей для дифференциальных задач.	8		0	0	6	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Метод конечных элементов для дифференциальных задач.	8		0	0	10	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	40	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Приложения задач на собственные значения.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Исследование собственных колебаний элементов строительных конструкций: струна, стержень, балка, мембрана, пластина. Вывод уравнений вынужденных колебаний. Вывод уравнений собственных колебаний. Постановка граничных условий.

### Тема 2. Гильбертовы пространства.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Линейные пространства, линейные нормированные пространства, линейные пространства со скалярным произведением, гильбертовы пространства, проекция в гильбертовом пространстве, линейные пространства с линейной формой, слабая сходимость в гильбертовом пространстве, линейные пространства с билинейной формой, раствор подпространств гильбертова пространства.

### Тема 3. Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Постановка задачи, исследование существования решений, минимаксные принципы, теорема сравнения.

### Тема 4. Аппроксимация задачи в гильбертовом пространстве.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Схема аппроксимации, существование приближенных решений, исследование сходимости, исследование погрешности.

### Тема 5. Метод конечных разностей для дифференциальных задач.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Формулировка сеточной схемы, построение системы метода конечных разностей, исследование сходимости, исследование погрешности.

## Тема 6. Метод конечных элементов для дифференциальных задач.

### лабораторная работа (10 часа(ов)):

Формулировка сеточной схемы, построение системы метода конечных элементов, исследование сходимости, исследование погрешности.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Приложения задач на собственные значения.	8		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
2.	Тема 2. Гильбертовы пространства.	8		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.	8		подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
4.	Тема 4. Аппроксимация задачи в гильбертовом пространстве.	8		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
5.	Тема 5. Метод конечных разностей для дифференциальных задач.	8		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
6.	Тема 6. Метод конечных элементов для дифференциальных задач.	8		подготовка к контрольной работе	7	контрольная работа
	Итого				32	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов. Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения. Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### **Тема 1. Приложения задач на собственные значения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование собственных колебаний элементов строительных конструкций: струна, стержень, балка, мембрана, пластина. Вывод уравнений вынужденных колебаний. Вывод уравнений собственных колебаний. Постановка граничных условий.

### **Тема 2. Гильбертовы пространства.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Линейные пространства, линейные нормированные пространства, линейные пространства со скалярным произведением, гильбертовы пространства, проекция в гильбертовом пространстве, линейные пространства с линейной формой, слабая сходимость в гильбертовом пространстве, линейные пространства с билинейной формой, раствор подпространств гильбертова пространства.

### **Тема 3. Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Постановка задачи, исследование существования решений, минимаксные принципы, теорема сравнения.

### **Тема 4. Аппроксимация задачи в гильбертовом пространстве.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Схема аппроксимации, существование приближенных решений, исследование сходимости, исследование погрешности.

### **Тема 5. Метод конечных разностей для дифференциальных задач.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Формулировка сеточной схемы, построение системы метода конечных разностей, исследование сходимости, исследование погрешности.

### **Тема 6. Метод конечных элементов для дифференциальных задач.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Формулировка сеточной схемы, построение системы метода конечных элементов, исследование сходимости, исследование погрешности.

### **Итоговая форма контроля**

зачет

Примерные вопросы к зачету:

Проекция в гильбертовом пространстве.

Слабая сходимость в гильбертовом пространстве.

Линейные пространства с билинейной формой.

Вариационное уравнение.

Задача минимизации функционала.

Раствор подпространств гильбертова пространства.

Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.

Существование решений.

Минимаксные принципы.

Дифференциальные задачи на собственные значения.

Пространства Соболева.

Постановки краевых задач для дифференциальных уравнений.

Обобщенная задача Дирихле.

Постановки дифференциальных задач на собственные значения.

Обобщенная спектральная задача Дирихле.

Доказательство простоты спектра.



Схема аппроксимации в гильбертовом пространстве.  
Существование приближённых решений.  
Исследование сходимости.  
Исследование погрешности.  
Построение пространства конечных элементов.  
Схема метода конечных элементов с точным интегрированием.  
Схема метода конечных элементов с численным интегрированием.  
Построение матричной задачи.  
Исследование сходимости сеточной схемы.  
Исследование погрешности сеточной схемы.

### 7.1. Основная литература:

Карчевский, М.М. Лекции по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2016. ? 164 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72982>. ? Загл. с экрана.

Карчевский, М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2016. ? 276 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72983>. ? Загл. с экрана.

Бахвалов, Н.С. Численные методы [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. ? Электрон. дан. ? Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. ? 639 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70767>. ? Загл. с экрана.

Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2015. ? 448 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65043>. ? Загл. с экрана.

### 7.2. Дополнительная литература:

Васильева, А.Б. Интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2009. ? 160 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>. ? Загл. с экрана.

Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2002. ? 256 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48171>. ? Загл. с экрана.

Радин, В.П. Метод конечных элементов в динамических задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.П. Радин, Ю.Н. Самогин, В.П. Чирков. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2013. ? 316 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59668>. ? Загл. с экрана.

Амосов, А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2014. ? 672 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42190>. ? Загл. с экрана.

Хелемский, А.Я. Лекции по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. ? Электрон. дан. ? Москва : МЦНМО, 2014. ? 560 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56415>. ? Загл. с экрана.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>  
Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>  
Справочник по компьютерной математике - <http://www.users.kaluga.ru/math/>



## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Задачи на собственные значения и их приложения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Соловьев С.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Даутов Р.З. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.