МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Отделение философии и религиоведения

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский
_______________ «___»________20__г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Философия математики Б1.В.ОД.6

Направление подготовки: 47.03.01 - Философия
Профиль подготовки: Социально-аксиологический профиль
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Автор(ы):
Хазиева Н.О.
Рецензент(ы):
Маслов Е.С.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Каримов А. Р.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" ___________ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института социально-философских наук и массовых коммуникаций (отделение философии и религиоведения):
Протокол заседания УМК No ____ от "____" ___________ 201__г

Регистрационный No 9415149319

Содержание

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Хазиева Н.О. кафедра социальной философии Отделение философии и религиоведения , NaOHazieva@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Ознакомить студентов с основными направлениями в философии математики;

Ознакомить студентов с главными этапами развития математики, и с соответствующими им этапами развития философии математики;

Сформировать представление о круге основных проблем, решаемых философией математики, о методах решения этих проблем, и о современном состоянии этих проблем.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 47.03.01 Философия и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная дисциплина относится к циклу Б2 направления "Философия" (бакалавриат).

Для освоения материала данного курса необходимо знание основ математики (в частности, теории множеств) и логики (в том числе основ математической логики).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции
ОПК-10 (профессиональные компетенции)	способностью использовать в профессиональной деятельности знание традиционных и современных проблем:философских проблем естественных, технических и гуманитарных наук (основные философские проблемы физики, математики, биологии, истории)

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

философии математики;

господствующие концепции современного этапа развития философии математики;

основные проблемы, стоящие перед философией математики, и современное состояние исследований по решению этих проблем;

специальную литературу в области философии и истории математики (авторов, книги, журналы, сайты);

место философии математики в общем контексте философского знания.

2. должен уметь:

применять полученные знания при анализе проблем философии науки;

пользоваться научной и справочной литературой по философии и истории математики;

анализировать специальную литературу, излагать устно и письменно свои выводы.

3. должен владеть:

терминологическим и понятийным аппаратом философии математики;
основами исследовательских навыков для работы в области философии математики.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Способность ориентироваться в многообразий различных концепций природы математического знания и отдельных его аспектов. Готовность интерпретировать отдельные фрагменты этих концепций в контексте поисков ответов на другие вопросы философского характера.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Что такое математика. Обзор некоторых точек зрения	7	1-2	2	2	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Математика и философия. Основные направления в философии математики	7	3-4	2	2	0	Реферат
3.	Тема 3. Теория множеств и ее роль в современной математике. Математика как наука о бесконечном. Георг Кантор.	7	5-6	2	2	0	Устный опрос
4.	Тема 4. Кризисы в математике. Парадоксы в логике и теории множеств	7	7-8	0	2	0	
5.	Тема 5. Программы обоснования математики начала XX века: логицизм (Г.Фреге, Б.Рассел, А.Н.Уайтхед), интуиционизм (Л.Э.Я.Брауэр, Г.Вейль) и формализм (программа Д.Гильберта).	7	9	0	2	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Аксиоматический метод в математике. Формализация. Математическое доказательство.	7	10-11	2	2	0	
7.	Тема 7. Теоремы К.Геделя и их значение.	7	12-13	2	2	0	
8.	Тема 8. Существование математических объектов. Математический платонизм. Аргументы "за" и "против".	7	14-15	2	2	0	
9.	Тема 9. Математика как язык науки	7	16	0	2	0	
10.	Тема 10. Современное состояние проблемы обоснования математики	7	17-18	2	2	0	
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			14	20	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Что такое математика. Обзор некоторых точек зрения

лекционное занятие (2 часа(ов)):

В отличие от многих других наук, предмет которых со временем практически не меняется (например, комплекс биологических наук изучал и изучает различные виды живых организмов и все, что связано с различными аспектами проявлений жизни, и эта формулировка фактически не зависит от текущего состояния исследований в биологии), понимание того, чем является математика, существенно менялось с течением времени, и, что принципиально важно, всегда зависело от того, чем именно математика занималась в данный момент. Например, в советские времена общепринятым стало определение математики, содержащееся в "Диалектике природы" Ф.Энгельса: математика изучает количественные отношения и пространственные формы реального мира (с упором на то, что главным тут является именно реальный, материальный мир). Разумеется, на самом деле это всего-навсего точка зрения эмпиризма, под которой могли бы подписаться очень многие математики и 18-го, и более ранних веков. Проблема заключалась (а может быть, все еще заключается) в том, что данное опеределение уже во времена Энгельса не охватывало все многообразие тех объектов, которые исследовала математика, причем не подпадали под него объекты, для математики отнюдь не второстепенные. В дальнейшем можно наблюдать ту же самую тенденцию: вся математика определяется через один или несколько наиболее актуальных на данный момент изучаемых ею объектов. Последний пример определений такого рода ? определение, данное в книге В.А.Канке "Философия математики, физики, химии и биологии", где математика фактически сводится к теории (алгебраических) категорий. Да, теория алгебраических категорий, скорее всего, станет фундаментом всей математики на ближайший период, но, с учетом уже имеющегося опыта, сводить к ней всю математику (и тем более на все времена) как минимум преждевременно. Общепринятого решения этой проблемы (и даже ее понимания) на данный момент, по-видимому, не имеется. Однако следует отметить точку зрения известного современного французского философа Алена Бадью, который считает, что математика на самом деле ? это онтология (и даже так: онтология ? это математика). Эта точка зрения нуждается в подробной расшифровке, т.к. речь идет не о той онтологии, которую можно было бы считать общеизвестной (Бадью говорит о "бытии-как-бытии", в его концепции отсутствует Dasein). Преимущество подхода Бадью в том, что полностью снимается привязка к текущему состоянию исследований, если угодно ? к математической моде. При этом философия математики становится частью "первой философии". Но пока эту концепцию нельзя назвать ни широко известной, ни, тем более, общепринятой.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Н.Бурбаки и тематические структуры. Формалистская философия математики. Точка зрения В.А.Канке.

Тема 2. Математика и философия. Основные направления в философии математики

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Историю философии математики можно начинать с учения Пифагора (числа как первооснова всего сущего). В ряде отношений близка к пифагореизму в истолковании математики философия Платона. Несомненно, важный вклад в философию математики (не говоря уже о логике) внес Аристотель. Три направления ? пифагорейское, платонистское, и эмпиристское, восходящее к Аристотелю ? отчетливо прослеживаются на протяжении всей истории философии, когда речь заходит о математике. Пифагореизм же (в современной интерпретации) можно считать "рабочим" мировоззрением современной предельно математизированной физики. В дальнйшем нельзя не отметить философские аспекты отношения к математике таких людей, как Ньютон и Лейбниц, и более подробно следует остановиться на взглядах на математику И.Канта. Кант (как и позднее Э.Гуссерль) был сторонником априоризма. Математический априоризм до сих пор занимает существенное место в философии математики (например, априористских взглядов придерживается В.Я.Перминов). Более кратко могут быть упомянуты конвенционализм (А.Пуанкаре) и номинализм. Программы обоснования математики начала 20-го века (логицизм, интуиционизм и формализм Д.Гильберта) рассматриваются далее отдельно, поэтому в данном разделе они опускаются. Заслуживает упоминания позиция Л.Витгенштейна (математика как языковая игра). Можно отметить и операционалистскую трактовку математики, данную Ж.Пиаже. В современных учебниках на русском языке (особенно написанных В.Я.Перминовым) наиболее предпочтительной называется формалистская концепция философии математики (формализм тут понимается несколько иначе, чем у Д.Гильберта, он более похож на концепцию математическиз структур Н.Бурбаки). Большое количество разнообразных концепций современных зарубежных философов описано в книгах В.В.Целищева и в уже упоминавшейся книге В.А.Канке (например, квазиэмпиристская концепция И.Лакатоса). Далее, важным классифицирующим признаком для различных концепций в философии математки является их принадлежность либо к фундаменталистскому, либо к нефундаменталистскому (социокультурному) направлению. И наконец, нельзя не отметить уже упоминавшуюся выше концепцию А.Бадью. Как выяснил А.Г.Черняков, нечто подобное высказывал еще в начале 20-го века Э.Гуссерль в книге "Формальная и трансцендентальная логика". По Гусерлю, математика ? это формальная онтология. (Заметим, впрочем, что сейчас термин "формальная онтология" с математикой чаще всего не связывается.) Концепцию Бадью нельзя считать (во всяком случае пока) имеющей преобладающее значение, но она дает интуитивно более предпочтительные ответы на некоторые фундаментальные вопросы, стоящие перед философией математики. Впрочем, у нее имеются и серъезные недостатки.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Платон, Аристотель, Декарт, Кант. Эмпиристский подход. Многообразие современных концепций.

Тема 3. Теория множеств и ее роль в современной математике. Математика как наука о бесконечном. Георг Кантор.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Теория множеств была создана Георгом Кантором в 1870-1890-х годах, и уже в 1897-м году на первом международном конгрессе математиков было признано, что она играет черезвычайно важную роль в математике. В дальнейшем, несмотря на обнаруженные парадоксы (которые после аксиоматизации теории множеств в 1907-м году были устранены), теория множеств быстро стала тем фундаментом, на котором основано все здание современной математики. Множества ? это та первичная "глина", из которой можно "вылепить" (точнее, было можно до создания теории (алгебраических) категорий и теории топосов) любые объекты, встречавшиеся в математике. Основное, что было сделано Кантором: а) в математику была введена актуальная бесконечность (вопреки запрету, наложенному еще Аристотелем), причем оказалось, что это понятие жизненно необходимо для математического анализа ? ядра всей современной математики и ее приложений к физике и т.п. ; б) было показано, что существует бесконечно много различных типов бесконечностей, начиная со счетной бесконечности, каковая есть тип бесконечности множества натуральных чисел (имеет счетную мощность; тип бесконечности называется мощностью данного множества). Множество всех действительных чисел (строгое построение которого было дано тем же Кантором в начале 1870-х годов; впрочем, еще четыре математика примерно в то же время опубликовали эквивалентные конструкции) обладает так называемой мощностью континуума. Кантор показал, что не существует способа взаимно-однозначно сопоставить каждому действительному числу натурального числа, и построил бесконечную иерархию не сводимых друг к другу типов бесконечностей. К 1920-м годам вся математика того времени была переведена на теоретико-множественные "рельсы". Поскольку для математического анализа главную роль играет множество действительных чисел, и другие "большие" множества, примерно в то же время (около 1920-го года) выдающийся математик Герман Вейль с полным основанием заявил, что математика ? это наука о бесконечном. Относительно недавно было замечено, что еще в позднеантичное время у неоплатоников в их рассуждениях о Едином и Многом (например, у Прокла) встречаются утверждения (и их доказательства), которые, по-сути, эквивалентны некоторым теоремам теории множеств. Впрочем, еще в 1980-х годах Ален Бадью в книге "Бытие и событие" (см. также его "Манифест философии") предложил онтологическую концепцию, во многих отношениях основывающуюся именно на идеологии аксиоматической теории множеств. Монопольное положение тории множеств как фундамента всей математики было поколеблено в 1970-х годах, когда обнаружилось, что существует огромный класс алгебраических категорий (так называемые элементарные топосы), в которых имеются внутренние средства для выражения (в принципе) всего того, что может быть выражено с помощью множеств, хотя в каждом конкретном случае получаются какие-то иные "математики". Это открытие смело можно сопоставить с открытием неевклидовых геометрий, только в данном случае речь идет об открытии бесчисленного количества не-теоретико-множественных "математик". Впрочем, математик (без кавычек) тем самым отнюдь не стало много, математика осталась единой, но черезвычайно широко раздвинула свои границы. Следует заметить, что сама теория множеств, если ее рассматривать как (алгебраическую) категорию, является примером топоса (весьма частным), а аксиомы, определяющие категории, логически независимы от аксиом теории множеств. Это означает, что в перспективе фундаментом всей математики на какое-то время может стать именно теория алгебраических категорий (созданная С.Маклейном и С.Эйленбергом около 1945-го года).

практическое занятие (2 часа(ов)):

История создания теории множеств. Актуапльная бесконечность в истории науки.

Тема 4. Кризисы в математике. Парадоксы в логике и теории множеств

практическое занятие (2 часа(ов)):

Речь идет 1) о первом кризисе оснований математики, который возник в Древней Греции во времена Пифагора после обнаружения несоизмеримости стороны квадрата и его диагонали, и был разрешен (по мнению современных историков математики) Евдоксом Книдским, создавшим теорию отношений; 2) о втором кризисе, который связан с созданием в 17-м веке дифференциального и интегрального исчисления, и суть его заключалась в том, что эти исчисления не имели строгого обоснования до середины 19-го века; 3) и о третьем кризисе, который начался с обнаружения парадоксов в Канторовской теории множеств. Закончен ли этот третий кризис ? тут мнения расходятся, хотя формально известные парадоксы к 1907-му году были устранены. Впрочем, сейчас в математике имеются и другие обстоятельства, которые можно считать либо кризисными, либо предвещающими кризис (например, отсутствие строгого обоснования у континуального интеграла). Следует, однако, помннить, что не исключена возможность того, что некоторые "кризисы" существуют в основном в умах отдельных представителей истории и философии науки, большей частью отнюдь не математиков. Что же касается парадоксов, то весьма важную роль в математике сыграл известный парадокс лжеца, а также целая серия парадоксов в так называемой наивной (предшествовавшей аксиоматической) теории множеств, вызвавших кризис оснований (один из таких парадоксов сыграл роковую роль в жизни Г.Фреге). Но, возможно, одним из самых недооцененных явлений в современной математике, которое вполне можно назвать и парадоксальным, и кризисным, является решение Полом Коэном в 1963-м году первой проблемы Гильберта. Точнее, не сам факт решения, а характер этого решения.

Тема 5. Программы обоснования математики начала XX века: логицизм (Г.Фреге, Б.Рассел, А.Н.Уайтхед), интуиционизм (Л.Э.Я.Брауэр, Г.Вейль) и формализм (программа Д.Гильберта).

практическое занятие (2 часа(ов)):

Парадоксы, обнаруженые в теории множеств в конце 19-го и начале 20-го веков, повлекли за собой то, что ныне называется третьим кризисом оснований математики. Многим крупным математикам показалось, что математика гибнет и ее надо спасать. Наиболее простой выход предложил в 1907-м году Э.Цермело: он аксиоматизировал теорию множеств, после чего в аксиоматизированной теории известные к тому времени парадоксы стали невозможными. Заметим, что аксиомами Цермело (в виде, усовершенствованном позднее Френкелем) математики пользуются до сих пор, и это, верятно, самая важная система аксиом современной математики. Но далеко не всех удовлетворил путь, предложенный Цермело. Было выдвинуто три большие программы обоснования (т.е "спасения") математики, имеющие не только математическое, но и философское значение. Первая из них, предложенная англичанами Б.Расселом и А.Н.Уайтхедом, заключалась в том, чтобы свести всю математику к логике, непротиворечивость которой предполагалась сама собой разумеющейся. Предшественником Рассела и Уайтхеда был Г.Фреге, ныне считающийся основателем аналитической философии. Вторая программа, называемая интуиционизмом, была выдвинута примерно в то же время голладцем Л.Э.Я.Брауэром. Суть ее заключалась в полном отказе от актуальной бесконечности, от закона исключенного третьего, и в признании в качестве реально существующих только тех математических объектов, которые допускают конструктивное построение. При этом конструктивность не получала точного определения, основной упор делался на интуитивную ясность. Математика по Брауэру становилась особым видом умственной деятельности человека, фактически не требующим использования естественного языка и даже логики. Логика становилась не слишком существенной частью самой матматики. Все это означало призыв к созданию какой-то совершенно новой математики, лишь частично совпадавшей с уже известной. Одним из последователей Брауэра некоторое время был крупный математик (известный также своими работами по физике и философии) Герман Вейль. Наконец, несколько позднее со своей программой обоснования математики выступил один из ведущих математиков начала 20-го века Д.Гильберт. Суть его замысла состояла в том, чтобы брать каждую отдельную математическую теорию, формализовывать ее, аксиоматизировать, и специальными методами, сугубо конструктивными и не использующими понятия актуальной бесконечности (финитными) обосновывать непротиворечивость и полноту системы аксиом этой теории. Полнота здесь означает, что каждое содержательно истинное в данной теории утверждение после формализации должно формально выводиться из аксиом. Именно это центральное в программе Гильберта предположение оказалось в конечном счете неверным вследствие теоремы Геделя о неполноте. Две другие программы обоснования математики также оказались несостоятельными с точки зрения достижения тех целей, ради которых они были задуманы. Тем не менее, отдельные фрагменты этих программ сохраняют свою значимость по сей день, и совершенно очевидно, что те усилия, которые были приложены создателями программ обоснования, не пропали даром. Например, усилиями логицистов и членов команды Гильберта в значительной степени была создана математическая логика в ее современном виде. Что касается интуиционизма, то интуиционистскими методами не удалось, например, получить существенную часть теорем математического анализа, который со времен Ньютона и Лейбница остается ядром всей современной математики, и в особенности ее приложений к физике и технике. Однако после появления в 1930-х годах строгого понятия алгоритма эстаферу от интуиционизма принял математический конструктивизм, представители которого внесли немалый вклад в современную теорию вычислимости. Кроме того, в 1970-е и 1980-е годы обнаружились существенные связи между некоторыми идеями интуиционистов (даже теми, которые казались ранее абсурдными) и математической теорией топосов. Математика, имеющаяся в некоторых топосах, весьма напоминает ту, которую пытались создать интуиционисты.

Тема 6. Аксиоматический метод в математике. Формализация. Математическое доказательство.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Аксиоматический метод является едва ли не основным методом организации и развития математического знания. Появившись еще в древнегреческой математике (прежде всего у Евклида), он прошел три основные этапа развития. Этап содержательной аксиоматизации, когда аксиомы выражали самоочевидные свойства какой-то одной и очень конкретной системы математических объектов, сменился в середине 19-го века этапом полуформальной аксиоматизации, суть которого в том, что аксиомы лишаются статуса самоочевидности, и становятся просто определением математического объекта, а объектов (или систем объектов), удовлетворяющих данным аксиомам, оказывается, как правило, очень много. Критически значимым для метода полуформальной аксиоматизации оказался 1899-й год, когда Д.Гильберт в своей книге "Основания геометрии" представил исчерпывающую аксиоматизацию евклидовой геометрии (у самого Евклида были существенные пробелы). Полуформальный аксиоматический метод остается основным "орудием труда" математиков и по сей день. Но примерно в то же время (несколькими годами позднее), когда вышла книга Гильберта, были заложены и основы метода формальной аксиоматизации. Обнаружилось, что все содержательные утверждения, которые возможны в математике, могут быть выражены в виде предложений (формул) особого символического языка (точнее - разных языков примерно одного и того же типа, называемых сейчас языками первого порядка). В частности, формулами являются и аксиомы. Это дало возможность точно определить математическое доказательство как конечную последовательность формул (предложений), получающихся из аксиом по точно определенным правилам. Сами математические доказательства, определенные таким способом, стали объектами изучения в математике. Появилась возможность строго доказывать полноту (или неполноту), непротиворечивость и другие свойства формализованных теорий. Что касается "обычных" математических доказательств (в полуформально аксиоматизированных теориях, каковыми является большинство математических теорий), то здесь центральное место занимают вопросы о строгости и достоверности таких доказательств. По-существу, единственной разработанной теорией, решающей вопросы о строгости и достоверности положительно, является концепция В.Я.Перминова, исходящая из допущения априористской природы математического знания. Для сторонников нефундаменталистского подхода к философии математики эта концепция, по-видимому, неубедительна, так как с социокультурной парадигмой априоризм несовместим.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Три этапа развития аксиоматического метода. Аксиоатический метод у Евклида. Аксиомы и постулаты. Геометрия Лобачевского.

Тема 7. Теоремы К.Геделя и их значение.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Речь идет о двух теоремах, доказанных Куртом Геделем (и опубликованных в 1932-м году). Первая теорема (теорема Геделя о неполноте) утверждает, что в любой достаточно богатой формализованной и аксиоматизированной математической теории при условии ее непротиворечивости существуют утверждения содержательно истинные, но не выводимые формально из аксиом. "Достаточно богатая" здесь означает, что аксиомы данной теории позволяют определить в ее рамках натуральные числа со всеми их свойствами. В частности, сама формализованная и аксиоматизированная теория натуральных чисел (арифметика) удовлетворяет условию первой теоремы Геделя. Вторая же теорема Геделя гласит, что непротиворечивость достаточно богатой формализованной теории не может быть доказана средствами самой этой теории. Несколько лет спустя А.Тарским и А.Черчем были доказаны две другие важные теоремы, в некотором смысле близкие к первой теореме Геделя и дополняющие ее. После опубликования этих результатов Геделя стало ясно, что основная цель программы обоснования математики, развиваемой Д.Гильбертом (формализм) в принципе не может быть достигнута. Заодно стало понятно и то, что программа логицистов (Рассела и Уайтхеда) также не достигает намеченной цели: математика принципиально не формализуема до конца и не сводится полностью к логике.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Разбор статьи А.Н.Паршина.

Тема 8. Существование математических объектов. Математический платонизм. Аргументы "за" и "против".

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Общепринятая в настоящее время в математике точка зрения заключается в следующем: математический объект существует в том и только в том случае, если его определение логически непротиворечиво. Таким образом, в этом случае необходимо говорить об особом понимании термина "существует", заметно отличающемся, например, от понимания, принятого в естественных науках. С точки зрения естественных наук (и некоторых философов) математические объекты "не существуют". Что, впрочем, нисколько не мешает им явно или неявно присутствовать и играть важную (часто - решающую) роль в получении и формулировках огромного числа научных результатов из самых разнообразных наук (и не только естественных). Поэтому можно утверждать, что в случае математики речь идет об особого рода реальности, не выражаемой через реалии физического мира. Математический платонизм заключается в признании наличия особого "мира идей", в котором и пребывают "первопричины", сущности математических объектов. Математика как человеческая деятельность с точки зрения платонизма оказывается выражением реалий этого мира идей на особом (математическом) языке. Стронником такого понимания математики был, например, величайший логик 20-го века Курт Гедель, а в настоящее время на позиции платонизма стоит весьма крупный физик и математик Роджер Пенроуз. Широко распространено понимание того, что математика, основанная на теории множеств, имеет явную тенденцию к платонистскому (само)восприятию: множества, функции, числа, и другие объекты субъективно воспринимаются математиком как нечто столь же реальное и субстанциальное, как и объекты физического мира, и практика работы математика не дает никаких примеров, противоречащих такому восприятию. В этой связи принято говорить о "рабочем платонизме" большинства математиков, активно занимающихся научными исследованиями. Эта позиция активно критикуется философами, однако в их аргументации (например, в известном рассуждении П.Бенацеррафа) имеются и слабые места. Что, возможно, еще существеннее, критики платонизма не могут предложить никакой столь же интуитивно убедительной для математиков альтернативы. Представления, находящиеся в русле аналитической философии (не говоря уже о концепциях, испытывающих влияние постмодернизма) не могут объяснить, например, "непостижимую эффективность математики в естественных науках" (Э.Вигнер), в то время как платонизм некое объяснение предлагает. Нельзя не упомянуть в связи с платонизмом и о теории наблюдения в квантовой физике, согласно которой сознание наблюдателя в принципе невозможно представить расположенным в том же (физическом) мире, в котором находится наблюдаемый объект. Так или иначе, налицо серьезная проблема, выходящая далеко за рамки собственно философии математики. Отметим еще и концепцию А.Бадью, более близкую к платонистской точке зрения, чем к формально-языковой или к прямолинейно материалистической. (Сам Бадью говорит о "платоновском жесте".) У Бадью математика оказывается одним из языков, нак которых с нами "говорит" Бытие, или (пользуясь метафорой Хайдеггера) одним из "домов Бытия".

практическое занятие (2 часа(ов)):

Позиция П.Бенацеррафа. Точка зрения Р.Пенроуза.

Тема 9. Математика как язык науки

практическое занятие (2 часа(ов)):

Речь идет прежде всего о возможностях и границах математизации знания. Самые разнообразные науки, казалось бы, все более математизируются, но насколько обоснованно, например, известное утверждение о том, что наука только тогда достигает совершенства, когда начинает пользоваться математикой? Существует ряд аргументов за и против возможности безграничной математизации. Разбор некоторых их них и составляет основное содержание данного раздела. Речь пойдет также о причинах, вызывающих потребность в математизации, и о некоторых закономерностях этого процесса. Даже в случае физики глубинные причины того, что эта наука успешно пользуется математикой, являются во многом загадочными. В конечном счете объяснить эту успешность (равно как и неуспешность математизации в некоторых других науках) можно только путем более глубокого проникновения в сущность самой математики.

Тема 10. Современное состояние проблемы обоснования математики

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Речь идет о неудовлетворенности части философов положением дел, сложившимся после того, как третий кризис оснований математики был некоторым образом завершен. В то время как для подавляющего большинства математиков "инцидент" был действительно исчерпан, философы продолжали задавать вопросы, и продолжали требовать строгого доказательства логической непротиворечивости, например, аксиом теории множеств. При этом уже стало общепризнанным, что попытки логицистов, интуиционистов и сторонников программы Гильберта свести всю математику либо к логике, либо к натуральным числам, либо к конечным множествам (а эти теории ревнители строгости были согласны считать непротиворечивыми), оказались тщетными. Ситуация усугубилась в 1963-м году, когда П.Коэн решил проблему, известную как "гипотеза континуума", причем решил таким образом, что стало даже возможным говорить о появлении нового парадокса теории множеств. Удовлетворительного объяснения этого "парадокса", по-видимому, не существует до сих пор. Однако большинство математиков продолжает заниматься своими делами так, как будто ничего не произошло. В "защиту" математики, "обвиняемой" в потенциальной противоречивости, можно выдвинуть, например, тезис о том, что если у какой-то теории отсутствует обоснование логической непротиворечивости (и не исключено даже, что такое обоснование невозможно в принципе), то это еще не означает, что такая теория обязательно противоречива. Тем более, что имеется история математики длиной в две с половиной тясячи лет, в которой нет примеров того, чтобы доказанные утверждения оказались потом невереными, т.е. отсутствуют признаки внутренней противоречивости. Однако некоторые критики математики отказываются считать этот пример убедительным, так как, по их мнению, неэмпирическая наука не может быть обоснована эмпирическими средствами. Следует отметить точку зрения Л.Витгенштейна, который, исходя из своей концепции, где математика считается "языковой игрой", правила которой не требуют какого-либо обоснования, отказывался рассматривать проблему обоснования математики как имеющую значение. Отметим, далее, концепцию (пока еще, видимо, не завершенную) И.Я.Перминова, согласно которой сообщество математиков в процессе своей математической деятельности очищает математику от неверных и противоречивых положений, осуществляет взаимосогласованность отдельных ее частей, и таким образом, как бы автоматически и непрерывно осуществляет фактическое обоснование своей науки. Наконец, в концепции А.Бадью, в которой математика как "язык" выражает глубинные свойства базового уровня Бытия ("бытия-как-бытия"), проблема обоснования либо снимается вообще (что значит обосновать непротиворечивость Бытия?!), либо переводится на принципиально иной уровень. Но все это, по-видимому, еще слабо разработано (или же мало известно в России). Завершая обсуждение, следует отметить, что абсолютное большинство действующих математиков (равно как и тех, кто пользуется математикой в своей профессиональной деятельности) не воспринимают сейчас проблему обоснования математики как сколь бы то ни было существенную (или даже воспринимают как несуществующую).

практическое занятие (2 часа(ов)):

Точка зрения В.Я.Перминова.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самосто-ятельной работы
1.	Тема 1. Что такое математика. Обзор некоторых точек зрения	7	1-2	подготовка к устному опросу	12	устный опрос

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Математика и философия. Основные направления в философии математики	7	3-4	подготовка к реферату	12	реферат
3.	Тема 3. Теория множеств и ее роль в современной математике. Математика как наука о бесконечном. Георг Кантор.	7	5-6	подготовка к устному опросу	14	устный опрос
	Итого				38	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Лекции, семинары, устный опрос, рефераты, выступление студентов с рефератами, обсуждение рефератов.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Что такое математика. Обзор некоторых точек зрения

устный опрос , примерные вопросы:

1. Пифагореизм вчера и сегодня 2. Платон и математика 3. Аристотель и математика 4. Аристотель и логика. Логика аристотелева и логика математическая 5. "Начала" Евклида и их значение 6. Рене Декарт и математика переменных величин 7. И.Ньютон и Г.-В.Лейбниц - творцы "высшей математики" (математического анализа). 8. Кант и математика 9. Философия Канта и неевклидовы геометрии 10. Гегель и математика 11. Философские взгляды Георга Кантора и их влияние на созданную им теорию множеств 12. Готлоб Фреге 13. Философские взгляды Анри Пуанкаре 14. Бертран Рассел и его "математическая философия"

Тема 2. Математика и философия. Основные направления в философии математики

реферат , примерные темы:

1. Пифагореизм вчера и сегодня 2. Платон и математика 3. Аристотель и математика 4. Аристотель и логика. Логика аристотелева и логика математическая 5. "Начала" Евклида и их значение 6. Рене Декарт и математика переменных величин 7. И.Ньютон и Г.-В.Лейбниц ? творцы "высшей математики" (математического анализа). 8. Кант и математика 9. Философия Канта и неевклидовы геометрии 10. Гегель и математика

Тема 3. Теория множеств и ее роль в современной математике. Математика как наука о бесконечном. Георг Кантор.

устный опрос , примерные вопросы:

1. История создания теории множеств. 2. Актуапльная бесконечность в истории науки. 3 Три этапа развития аксиоматического метода. 4. Аксиоатический метод у Евклида. Аксиомы и постулаты. 5. Геометрия Лобачевского. 6. Пифагорейцы: Евдокс Книдский. 7. Дифференциальное и интегральное исчисления. 8. Парадоксы в Канторовской теории множеств. 9. Теорема Гёделя. 10. Критика философии математики.

Тема 4. Кризисы в математике. Парадоксы в логике и теории множеств

Тема 5. Программы обоснования математики начала XX века: логицизм (Г.Фреге, Б.Рассел, А.Н.Уайтхед), интуиционизм (Л.Э.Я.Брауэр, Г.Вейль) и формализм (программа Д.Гильберта).

Тема 6. Аксиоматический метод в математике. Формализация. Математическое доказательство.

Тема 7. Теоремы К.Геделя и их значение.

Тема 8. Существование математических объектов. Математический платонизм. Аргументы "за" и "против".

Тема 9. Математика как язык науки

Тема 10. Современное состояние проблемы обоснования математики

Итоговая форма контроля

зачет (в 7 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Вопросы к зачёту.

1. Что такое математика. Обзор некоторых точек зрения.
2. Основные направления в философии математики
3. Теория множеств и ее роль в современной математике
4. Математическая бесконечность..
5. Кризисы в математике
6. Парадоксы в логике и теории множеств.
7. Программы обоснования математики начала XX века: логицизм (Г.Фреге, Б.Рассел, А.Н.Уайтхед)
8. Программы обоснования математики начала XX века: интуиционизм (Л.Э.Я.Брауэр, Г.Вейль)
9. Программы обоснования математики начала XX века: формализм (программа Д.Гильберта).
10. Аксиоматический метод в математике. Формализация. Математическое доказательство.
11. Теоремы Геделя и их значение.
12. Современное состояние проблемы обоснования математики.
13. Существование математических объектов. Математический платонизм.
14. Математика как язык науки
15. Эмпиризм и математика
16. Математический платонизм: за и против.
17. Н.Бурбаки и математические структуры. Формалистское направление в философии математики
18. Фундаменталистское и нефундаменталистское направления в философии математики
19. Математический априоризм: от Канта и Гуссерля до В.Я.Перминова
20. Л.Виттгенштейн и философия математики
21. И.Лакатос и философия математики
22. Основные этапы развития математического знания
23. Математика в "Закате Европы" Шпенглера

7.1. Основная литература:

Лешкевич Татьяна Геннадьевна Философия науки: Учебное пособие для аспирантов и соискателей ученой степени / Т.Г. Лешкевич. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 272 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Аспирантура). (переплет) ISBN 978-5-16-009213-3 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/427381

Никифоров А. Л. Философия и история науки: Учебное пособие / А.Л. Никифоров. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 176 с.

Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=429039

Миронов В. В. Философия: Введение в метафизику и онтология: Учебник / В.В. Миронов, А.В. Иванов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 310 с.

Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=442968

Миронов В. В. Философия: гносеология и аксиология: Учебник / В.В. Миронов, А.В. Иванов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 335 с.

Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=442971

Бардушкин В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 т. Т. 1 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. ? М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. ? 304 с. Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=615108

7.2. Дополнительная литература:

Кузнецов В. Г. Философия: Учебник / В.Г. Кузнецов, И.Д. Кузнецова, К.Х. Момджян, В.В. Миронов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 519 с.

Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=397769

Чумаков А. Н. Философия: Учебник / Под ред. А.Н. Чумакова. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 432 с.

Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=418733

История и философия науки. Математика, вычислительная техника, информатика: Учебное пособие / Петров Ю.П. - СПб:БХВ-Петербург, 2005. - 448 с. ISBN 5-94157-689-7 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/940447

7.3. Интернет-ресурсы:

Владимиров Ю.С. Метафизика. ? М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=8390

Ершов Ю.Л., Целищев В.В.Алгоритмы и вычислимость в человеческом познании ? М.: Сибирское отделение Российской академии наук, 2012. ? 505 с. - http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=10202

Информационная безопасность компьютерных систем и сетей: Учебное пособие / В.Ф. Шаньгин. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 416 с.: - http://znanium.com/bookread.php?book=423927

Криптографические методы защиты информации. Том 3: Учебно-методическое пособие / А.В. Бабаш. - 2-е изд. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 216 с.: - http://znanium.com/bookread.php?book=432654

Панин, В. В. Основы теории информации [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / В. В. Панин. - 4-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 438 с.. - http://znanium.com/bookread.php?book=366057

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Философия математики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB,audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудованием имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе " БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС " БиблиоРоссика " представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Студентам раздается распечатанный текст программы курса со списком литературы, а также DVD-диск с набором книг и статей (в электронной форме) по философии и истории математики.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 47.03.01 "Философия" и профилю подготовки Социально-аксиологический профиль .

Автор(ы):
Хазиева Н.О. ____________________
"__" _________ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Маслов Е.С. ____________________
"__" _________ 201 __ г.