

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Гаурский

\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Решение олимпиадных задач по математике Б1.В.ДВ.18

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и иностранный язык (английский)

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киндер М.И.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81724819

Казань  
2019

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования , mkinder@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Основная цель дисциплины - познакомить студентов с некоторыми нестандартными задачами школьной математики, сформировать навык самостоятельного решения сложных задач по математике. Такие задачи обычно встречаются на школьных и студенческих математических олимпиадах, их можно использовать для организации исследовательской работы школьников. Материал спецкурса можно использовать в профессиональной работе будущих учителей математики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.18 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 5 курсе, 9 семестр.

Дисциплина относится к вариативной части профессионального цикла, изучается в 9 семестре. В ходе изучения дисциплины происходит систематизация и обобщение знаний по курсу элементарной математики, знакомство с основными методами решения олимпиадных задач по элементарной математике.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	Владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения.
ОК-2 (общекультурные компетенции)	Владение культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способность понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, способность пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания;
ОК-3 (общекультурные компетенции)	Способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики.
ОК-4 (общекультурные компетенции)	Способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности, применять методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследования.

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-5 (общекультурные компетенции)	Владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе задач прикладного характера.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

методы решения логических задач ('раскраски', инварианты, принцип 'крайнего', математические игры и др.);  
основные методы решения задач по математическому анализу и алгебре многочленов;  
методы решения олимпиадных задач комбинаторного характера;  
методы решения графовых задач.

2. должен уметь:

решать несложные логические задачи школьных и районных математических олимпиад;  
решать типовые задачи математического анализа, алгебры и теории многочленов.

3. должен владеть:

основными понятиями и методами теории графов для решения задач 'на графы';  
основными понятиями и методами решения задач дискретной математики (в частности, комбинаторики).

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания для исследования и решения задач в учебно-практической деятельности учителя математики.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 9 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1	Тема 1. ЛОГИЧЕСКИЕ						

## ЗАДАЧИ-1. Задачи на "раскраску".

9

1

2

0

2

Письменное  
домашнее

## задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ-2. Инварианты.	9	2	0	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ-1. Симметричные и парные стратегии.	9	3	2	0	2	
4.	Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ-2. Стратегия остатков. Игра Баше и ее разновидности. "Двоичные" стратегии.	9	4	0	0	2	
5.	Тема 5. ГРАФЫ-1. Лемма о рукопожатиях. Связные графы. Достаточные условия связности графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов.	9	5	2	0	2	
6.	Тема 6. ГРАФЫ-2. Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.	9	6	0	0	2	
7.	Тема 7. ГРАФЫ-3. Плоские графы. Теорема Эйлера. Ориентированные графы. Турниры. Построения графов с заданными степенями вершин.	9	7	2	0	2	
8.	Тема 8. ГРАФЫ-4. Инварианты графа. Плотность графа. Граф Турана. Хроматическое число графа.	9	8	0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА-1. Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Понятие о среднем гармоническом. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим.	9	9	2	0	2	
10.	Тема 10. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА-2. Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Иенсена.	9	10	0	0	2	
11.	Тема 11. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ-1. Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.	9	11	2	0	2	
12.	Тема 12. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ-2. Функциональное уравнения Иенсена. Решение систем функциональных уравнений. Функциональные уравнения для функций натурального аргумента.	9	12	0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. ГЕОМЕТРИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА. Теоремы Чевы и Менелая. Замечательные точки треугольника. Точки Жергона и Нагеля. Прямая и обратная теорема Симсона.	9	13	2	0	2	
14.	Тема 14. ГЕОМЕТРИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА. Теорема о полном четырехстороннике. Теорема Гаусса. Теорема Птолемея. Обратная теорема Птолемея и ее следствия.	9	14	0	0	2	
15.	Тема 15. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-1. Построения одной линейкой. Линейка и неподвижный круг. Теорема Штейнера и система задач, приводящая к доказательству теоремы. линейки.	9	15	2	0	2	
16.	Тема 16. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-2. Построения одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони и система задач, приводящая к доказательству теоремы.	9	16	0	0	2	
17.	Тема 17. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-3. Построения различными инструментами. Построения на ограниченной части плоскости.	9	17	2	0	2	
18.	Тема 18. ИТОГОВОЕ ЗАНЯТИЕ. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.	9	18	0	0	2	
	Тема . Итоговая форма контроля	9		0	0	0	Зачет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Итого				18	0	36	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ-1. Задачи на "раскраску".

#### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Задачи на "раскраску". Применение различных раскрасок в задачах на разбиение. "Шахматная" и "диагональная" раскраски.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Задачи на "раскраску". Раскраска "зепрой" и "в крапинку", Специальные раскраски.

### Тема 2. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ-2. Инварианты.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Инварианты. Остатки от деления как инвариант. Геометрические инварианты. Полуинварианты. Принцип "крайнего".

### Тема 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ-1. Симметричные и парные стратегии.

#### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Игры-шутки. Понятие о выигрышной стратегии. Простейшие стратегии.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Простейшие стратегии: симметричные и парные стратегии. Игры на шахматной доске. Стратегия остатков. Игра Баше и ее разновидности.

### Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ-2. Стратегия остатков. Игра Баше и ее разновидности. "Двоичные" стратегии.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

"Двоичные" стратегия. Игры "Ним", "Цзяньшицзы" с двумя множествами предметов и их разновидности. Изоморфные игры. Разные стратегии.

### Тема 5. ГРАФЫ-1. Лемма о рукопожатиях. Связные графы. Достаточные условия связности графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов.

#### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Олимпиадные задачи теории графов. Лемма о рукопожатиях. Связные графы. Связные компоненты графа. Достаточные условия связности графов.

#### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Эйлеровы графы. Уникурсальные кривые. Гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов.

**Тема 6. ГРАФЫ-2. Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.

**Тема 7. ГРАФЫ-3. Плоские графы. Теорема Эйлера. Ориентированные графы. Турниры. Построения графов с заданными степенями вершин.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Плоские графы. Теорема Эйлера.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Ориентированные графы. Турниры. Построения графов с заданными степенями вершин.

**Тема 8. ГРАФЫ-4. Инварианты графа. Плотность графа. Граф Турана. Хроматическое число графа.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Инварианты графа. Плотность графа. Граф Турана. Хроматическое число графа.

**Тема 9. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА-1. Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Понятие о среднем гармоническом.**

**Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом.

Применение при доказательстве неравенств. Понятие о среднем гармоническом. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Геометрическая интерпретация классических неравенств.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Некоторые методы доказательства неравенств: выделение полного квадрата и полного куба.

Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом.

Применение при доказательстве неравенств. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Применение неравенства о среднем гармоническом.

**Тема 10. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА-2. Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Йенсена.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Среднее квадратическое. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Йенсена. Применение различных классических неравенств о средних.

**Тема 11. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ-1. Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Разделение переменных. Симметрия и цикличность.

**Тема 12. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ-2. Функциональные уравнения Йенсена. Решение систем функциональных уравнений. Функциональные уравнения для функций натурального аргумента.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Функциональные уравнения Йенсена. Функциональные уравнения в классе непрерывных функций. Сведение функционального уравнения к дифференциальному. Решение систем функциональных уравнений. Функциональные уравнения для функций натурального аргумента.

**Тема 13. ГЕОМЕТРИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА. Теоремы Чевы и Менелая. Замечательные точки треугольника. Точки Жергона и Нагеля. Прямая и обратная теорема Симсона.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теоремы Чевы и Менелая. Точки Жергона и Нагеля. Прямая Симсона. Обратная теорема Симсона. Пространственные обобщения теорем Чевы и Менелая.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Теоремы Чевы и Менелая. Замечательные точки треугольника. Точки Жергона и Нагеля. Прямая и обратная теорема Симсона. Теоремы Сальмона и Микеля. Пространственные обобщения теорем Чевы и Менелая.

**Тема 14. ГЕОМЕТРИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА. Теорема о полном четырехстороннике. Теорема Гаусса. Теорема Птолемея. Обратная теорема Птолемея и ее следствия.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Теорема о полном четырехстороннике. Теорема Гаусса. Теорема Птолемея. Обратная теорема Птолемея и ее следствия (теорема Помпею). Замечательные свойства трапеции и следствия из нее.

**Тема 15. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-1. Построения одной линейкой. Линейка и неподвижный круг. Теорема Штейнера и система задач, приводящая к доказательству теоремы. линейки.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Построения одной линейкой. Линейка и неподвижный круг. Теорема Штейнера и система задач, приводящая к доказательству теоремы.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Построения одной линейкой. Линейка и неподвижный круг. Невозможность решения некоторых задач на построение с помощью одной линейки.

**Тема 16. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-2. Построения одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони и система задач, приводящая к доказательству теоремы.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Построения одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони и система задач, приводящая к доказательству теоремы. Невозможность решения некоторых задач на построение с помощью одного циркуля (и линейки).

**Тема 17. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-3. Построения различными инструментами. Построения на ограниченной части плоскости.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Построения различными инструментами. Угольник и линейка. Двусторонняя линейка.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Построения различными инструментами. Кронциркуль и линейка. Линейка с делениями. Двусторонняя линейка. Построения на ограниченной части плоскости.

**Тема 18. ИТОГОВОЕ ЗАНЯТИЕ. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Контрольная работа.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. ЛОГИЧЕСКИЕ					

## ЗАДАЧИ-1. Задачи на "раскраску".

		подготовка
9	1	

домашнего задания

## домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ-2. Инварианты.	9	2	подготовка домашнего задания	3	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ-1. Симметричные и парные стратегии.	9	3	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ-2. Стратегия остатков. Игра Баше и ее разновидности. "Двоичные" стратегии.	9	4	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. ГРАФЫ-1. Лемма о рукопожатиях. Связные графы. Достаточные условия связности графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов.	9	5	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. ГРАФЫ-2. Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.	9	6	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. ГРАФЫ-3. Плоские графы. Теорема Эйлера. Ориентированные графы. Турниры. Построения графов с заданными степенями вершин.	9	7	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. ГРАФЫ-4. Инварианты графа. Плотность графа. Граф Турана. Хроматическое число графа.	9	8	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА-1. Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Понятие о среднем гармоническом. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим.	9	9	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА-2. Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Йенсена.	9	10	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ-1. Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.	9	11	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ-2. Функциональное уравнение Йенсена. Решение систем функциональных уравнений. Функциональные уравнения для функций натурального аргумента.	9	12	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
13.	Тема 13. ГЕОМЕТРИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА. Теоремы Чевы и Менелая. Замечательные точки треугольника. Точки Жергона и Нагеля. Прямая и обратная теорема Симсона.	9	13	подготовка домашнего задания	8	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. ГЕОМЕТРИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА. Теорема о полном четырехстороннике. Теорема Гаусса. Теорема Птолемея. Обратная теорема Птолемея и ее следствия.	9	14	подготовка домашнего задания	8	Письменное домашнее задание
15.	Тема 15. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-1. Построения одной линейкой. Линейка и неподвижный круг. Теорема Штейнера и система задач, приводящая к доказательству теоремы. линейки.	9	15	подготовка домашнего задания	8	Письменное домашнее задание
16.	Тема 16. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-2. Построения одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони и система задач, приводящая к доказательству теоремы.	9	16	подготовка домашнего задания	8	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-3. Построения различными инструментами. Построения на ограниченной части плоскости.	9	17	подготовка домашнего задания	8	Письменное домашнее задание
18.	Тема 18. ИТОГОВОЕ ЗАНЯТИЕ. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.	9	18	подготовка домашнего задания	3	Письменное домашнее задание
	Итого				90	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, в форме эвристической беседы и дискуссии, технологии модульного обучения, проектная деятельность.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ-1. Задачи на "раскраску".**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Задачи на "раскраску". Применение различных раскрасок в задачах на разбиение. "Шахматная" и "диагональная" раскраски. Задачи на "раскраску". Раскраска "зеброй" и "в крапинку", Специальные раскраски.

### **Тема 2. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ-2. Инварианты.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Инварианты. Остатки от деления как инвариант. Геометрические инварианты. Полуинварианты. Принцип "крайнего".

### **Тема 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ-1. Симметричные и парные стратегии.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Игры-шутки. Понятие о выигрышной стратегии. Простейшие стратегии. Простейшие стратегии: симметричные и парные стратегии. Игры на шахматной доске. Стратегия остатков. Игра Баше и ее разновидности.

### **Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ-2. Стратегия остатков. Игра Баше и ее разновидности. "Двоичные" стратегии.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

"Двоичные" стратегия. Игры "Ним", "Цзяньшицзы" с двумя множествами предметов и их разновидности. Изоморфные игры. Разные стратегии.

### **Тема 5. ГРАФЫ-1. Лемма о рукопожатиях. Связные графы. Достаточные условия связности графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Олимпиадные задачи теории графов. Лемма о рукопожатиях. Связные графы. Связные компоненты графа. Достаточные условия связности графов. Эйлеровы графы. Уникурсальные кривые. Гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов.

### **Тема 6. ГРАФЫ-2. Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.

### **Тема 7. ГРАФЫ-3. Плоские графы. Теорема Эйлера. Ориентированные графы. Турниры. Построения графов с заданными степенями вершин.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Плоские графы. Теорема Эйлера. Ориентированные графы. Турниры. Построения графов с заданными степенями вершин.

### **Тема 8. ГРАФЫ-4. Инварианты графа. Плотность графа. Граф Турана. Хроматическое число графа.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Инварианты графа. Плотность графа. Граф Турана. Хроматическое число графа.

### **Тема 9. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА-1. Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Понятие о среднем гармоническом. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Применение при доказательстве неравенств. Понятие о среднем гармоническом. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Геометрическая интерпретация классических неравенств. Некоторые методы доказательства неравенств: выделение полного квадрата и полного куба. Применение при доказательстве неравенств. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Применение неравенства о среднем гармоническом.

#### **Тема 10. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА-2. Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Йенсена.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Среднее квадратическое. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Йенсена. Применение различных классических неравенств о средних

#### **Тема 11. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ-1. Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши. Различные методы решения функциональных уравнений. Метод подстановок (групповой метод). Разделение переменных. Симметрия и цикличность.

#### **Тема 12. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ-2. Функциональные уравнения Йенсена. Решение систем функциональных уравнений. Функциональные уравнения для функций натурального аргумента.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Функциональные уравнения Йенсена. Функциональные уравнения в классе непрерывных функций. Сведение функционального уравнения к дифференциальному. Решение систем функциональных уравнений. Функциональные уравнения для функций натурального аргумента.

#### **Тема 13. ГЕОМЕТРИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА. Теоремы Чевы и Менелая. Замечательные точки треугольника. Точки Жергона и Нагеля. Прямая и обратная теорема Симсона.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Теоремы Чевы и Менелая. Точки Жергона и Нагеля. Прямая Симсона. Обратная теорема Симсона. Замечательные точки треугольника. Теоремы Сальмона и Микеля. Пространственные обобщения теорем Чевы и Менелая.

#### **Тема 14. ГЕОМЕТРИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА. Теорема о полном четырехстороннике. Теорема Гаусса. Теорема Птолемея. Обратная теорема Птолемея и ее следствия.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Теорема о полном четырехстороннике. Теорема Гаусса. Теорема Птолемея. Обратная теорема Птолемея и ее следствия (теорема Помпею). Замечательные свойства трапеции и следствия из нее

#### **Тема 15. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-1. Построения одной линейкой. Линейка и неподвижный круг. Теорема Штейнера и система задач, приводящая к доказательству теоремы. линейки.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Построения одной линейкой. Линейка и неподвижный круг. Теорема Штейнера и система задач, приводящая к доказательству теоремы. Невозможность решения некоторых задач на построение с помощью одной линейки.

#### **Тема 16. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-2. Построения одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони и система задач, приводящая к доказательству теоремы.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Построения одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони и система задач, приводящая к доказательству теоремы. Невозможность решения некоторых задач на построение с помощью одного циркуля (и линейки).

### **Тема 17. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ-3. Построения различными инструментами.**

#### **Построения на ограниченной части плоскости.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Построения различными инструментами. Угольник и линейка. Двусторонняя линейка. Кронциркуль и линейка. Линейка с делениями. Двусторонняя линейка. Построения на ограниченной части плоскости.

### **Тема 18. ИТОГОВОЕ ЗАНЯТИЕ. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.**

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Контрольная работа.

#### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 9 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

#### **ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ.**

1. Способы решения задач на "раскраску" с примерами. Решение задач из олимпиадной практики.
2. Инварианты. Различные типы инвариантов. Решение задач из олимпиадной практики.
3. Полуинварианты. Решение задач из олимпиадной практики.
4. Задачи на принцип "крайнего". Решение задач из олимпиадной практики.
5. Игры. Существование стратегии в конечных играх. Симметричные стратегии. Решение задач из олимпиадной практики.
6. Игры. Парные стратегии. Игры на шахматной доске. Решение задач из олимпиадной практики.
7. Стратегия остатков. Анализ игры Баше и ее разновидности.
8. "Двоичные" стратегия. Анализ игры "Ним" и некоторых ее разновидностей.
9. "Двоичные" стратегия. Анализ игры "Цзяньшицзы" с двумя множествами предметов.
10. Графы. Лемма о рукопожатиях. Эйлеровы графы. Связные графы. Достаточные условия связности графов.
11. Графы. Гамильтоновы графы. Достаточные условия для гамильтоновых графов. Решение задач из олимпиадной практики.
12. Деревья. Необходимые и достаточные условия для графов-деревьев.
13. Двудольные графы. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах и следствия из нее.
14. Плоские графы. Теорема Эйлера.
15. Ориентированные графы. Турниры. Построения графов с заданными степенями вершин.
16. Инварианты графа. Плотность графа. Граф Турана.
17. Замечательные неравенства. Классические неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом. Решение задач из олимпиадной практики.
18. Замечательные неравенства. Неравенства между средними: гармоническим, геометрическим и арифметическим. Геометрическая интерпретация классических неравенств. Решение задач из олимпиадной практики.
19. Неравенство Буняковского-Коши и его применения. Среднее квадратическое. Решение задач из олимпиадной практики.
20. Неравенства Бернулли, Минковского. Неравенство Иенсена. Решение задач из олимпиадной практики.
21. Функциональные уравнения. Итерации функций. Метод подстановок (групповой метод). Решение задач из олимпиадной практики.

22. Функциональные уравнения. Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.
23. Функциональные уравнения Йенсена. Функциональные уравнения в классе непрерывных функций. Сведение функционального уравнения к дифференциальному. Решение систем функциональных уравнений.
24. Теоремы Чебы и Менелая. Замечательные точки треугольника. Точки Жергона и Нагеля.
25. Прямая Симсона. Обратная теорема Симсона. Теоремы Сальмона и Микеля.
26. Теоремы Чебы и Менелая и их пространственные обобщения.
27. Теорема о полном четырехстороннике. Теорема Гаусса.
28. Теорема Птолемея. Обратная теорема Птолемея и ее следствия (теорема Помпею). Замечательные свойства трапеции и следствия из нее.
29. Построения одной линейкой. Линейка и неподвижный круг. Теорема Штейнера и система задач, приводящая к доказательству теоремы.
30. Построения одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони и система задач, приводящая к доказательству теоремы.
31. Построения различными инструментами. Кронциркуль и линейка.
32. Построения различными инструментами. Угольник и линейка.
33. Построения различными инструментами. Линейка с делениями.
34. Построения различными инструментами. Двусторонняя линейка.
35. Построения на ограниченной части плоскости.

### 7.1. Основная литература:

1. Математика в задачах. Сборник материалов выездных школ команды Москвы на Всероссийскую математическую олимпиаду. [Электронный ресурс] : сб. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2009. - 486 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71861>
2. Блинков, А.Д. Классические средние в арифметике и геометрии. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 168 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80137>.
3. Медников, Л.Э. Чётность. [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 60 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9371>.
4. Московские математические регаты. Часть 1. 1998-2006. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 349 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80122>
5. Московские математические регаты. Часть 2. 2006-2013. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 318 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80123>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Раскина, И.В. Логические задачи. [Электронный ресурс] / И.В. Раскина, Д.Э. Шноль. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2015. - 120 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71840>
2. Шень, А. Простые и составные числа. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 16 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9446>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Математические этюды - <http://www.etudes.ru>  
Международный математический конкурс - <http://mathkang.ru/>  
Московская математическая олимпиада школьников - <http://olympiads.mccme.ru/mmo/>  
Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО) - <http://www.mccme.ru>  
Научно-популярный физико-математический журнал - <http://kvant.mccme.ru>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Решение олимпиадных задач по математике" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитории для лекций и практических занятий, рекомендованная для изучения литература.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика и иностранный язык (английский).

Автор(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.