

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Алгебра Б1.В.ОД.4

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и иностранный язык (английский)

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киндер М.И.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Агафонов А. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,  
mkinder@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Алгебра является одной из основных дисциплин, изучаемых студентами-математиками. Эти дисциплины (математический анализ, геометрия и алгебра) имеют ряд точек соприкосновения, а местами и перекрытий, и вместе составляют фундамент, на котором строится все здание современной математической науки. В этом курсе обобщается основное содержание школьной алгебры, а именно изучаются уравнения произвольных систем. Теория многочленов посвящена изучению одного уравнения от одного неизвестного, по уже произвольной степени.

Рассматривается также теория симметрических многочленов и ее приложения в элементарной алгебре. Значительное место отводится изучению основных алгебраических структур - групп, колец, полей, которые имеют многочисленные практические приложения. Курс завершается изучением линейных пространств и линейных операторов. Многие вопросы тесно связаны со школьной программой и могут служить основой для школьных факультативов.

Целями освоения дисциплины являются формирование представлений о кольце многочленов и поле комплексных чисел, их приложениях к элементарной алгебре, формирование представлений об алгебраических структурах, как базисе построения школьной математики; ознакомление студентов с кругом задач классической и современной алгебры; прояснение роля алгебраических понятий во взаимосвязи с другими математическими дисциплинами; сформировать у студентов элементы математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики, изучаемых в школе.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.1 Профессиональный" и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе ( 1, 2 семестры).

Дисциплина "Алгебра" изучается в рамках вариативной части профессионального цикла Б3 в 1 курсе. Ее изучение основывается на таких математических понятиях, как множество, многочлен, функция, рассматриваемых в школьном курсе математики, и продолжает развитие идей и методов данного курса. Поэтому, для успешного усвоения курса "Алгебра" необходимо знание основных формул, изучаемых в школьной алгебре, свойств элементарных функций, умение решать квадратные уравнения, знание основных значений тригонометрических функций.

Курс "Алгебра" имеет связи с другими математическими дисциплинами. Например, разделы "Линейные пространства" и "Линейные операторы" тесно связаны с курсом "Геометрия", который дает для данного раздела многочисленные примеры. В свою очередь геометрия активно использует понятия линейно-зависимой и линейно-независимой системы векторов, которые изучаются в курсе алгебры. Умение оперировать комплексными числами и знание тригонометрической формы комплексного числа необходимы для изучения курса "Теория функций комплексного переменного".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10. (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-11. (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12. (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом;
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, пользоваться языком математики, выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории комплексных чисел, теории многочленов, теории алгебраических структур, теории линейных пространств и теории линейных операторов; определения и свойства математических объектов в этих областях; формулировки утверждений, методы доказательства основных из них, возможные сферы их приложений в школьной математике

2. должен уметь:

решать алгебраические задачи вычислительного и теоретического характера, аргументированно обосновывать основные положения курса "Алгебра"

3. должен владеть:

алгебраической терминологией; математическим аппаратом теории многочленов, теории комплексных чисел, теории групп, колец и полей, теории линейных пространств и линейных операторов

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания на практике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных(ые) единиц(ы) 324 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Комплексные числа	1	1-4	8	0	8	Письменное домашнее задание Контрольная работа
2.	Тема 2. Введение в теорию многочленов	1	5-8	8	0	8	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Неприводимые многочлены	1	9-12	8	0	8	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Корни многочленов	1	13-15	6	0	6	Контрольная работа Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Многочлены от нескольких переменных	1	16-18	6	0	6	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Группы	2	1-5	10	0	12	Письменное домашнее задание Контрольная работа
7.	Тема 7. Кольца и поля	2	6-7	4	0	6	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Расширение поля. Алгебраические числа.	2	6-8	6	0	6	Письменное домашнее задание Контрольная работа
9.	Тема 9. Линейные пространства	2	11-13	6	0	6	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Евклидовы пространства	2	14-15	4	0	6	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Линейные операторы	2	16-18	6	0	8	Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			72	0	80	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Комплексные числа

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

1. Множество комплексных чисел. Основные свойства операций сложения и умножения. Поле комплексных чисел. Мнимая единица. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. 2. Сопряженные комплексные числа и их свойства. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. 3. Возведение в степень комплексных чисел. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексных чисел. 4. Корни из единицы. Первообразные корни и их свойства. Решение двучленных уравнений.

#### *лабораторная работа (8 часа(ов)):*

1. Множество комплексных чисел. Основные свойства операций сложения и умножения. Мнимая единица. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. 2. Сопряженные комплексные числа и их свойства. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. 3. Возведение в степень комплексных чисел. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексных чисел. 4. Корни из единицы. Решение двучленных уравнений.

### Тема 2. Введение в теорию многочленов

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

5. Кольца и поля. Область целостности. Многочлены от одной переменной. Алгебраическое равенство многочленов. Действия над многочленами и их свойства. Кольцо многочленов. 6. Степень многочлена. Теорема о степени суммы и произведения. Значение и корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни. Теорема о числе корней многочлена. 7. Функциональное равенство многочленов. Эквивалентность двух определений. Деление многочленов с остатком над данным полем. Наибольший общий делитель (НОД) двух многочленов. Свойства НОД. 8. Алгоритм Евклида. Взаимно-простые многочлены и их свойства. Наименьшее общее кратное (НОК) двух многочленов.

#### *лабораторная работа (8 часа(ов)):*

5. Действия над многочленами и их свойства. Кольцо многочленов. 6. Степень многочлена. Теорема о степени суммы и произведения. Значение и корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни. Теорема о числе корней многочлена. 7. Деление многочленов с остатком над данным полем. Наибольший общий делитель (НОД) двух многочленов. Свойства НОД. 8. Алгоритм Евклида. Взаимно-простые многочлены и их свойства. Наименьшее общее кратное (НОК) двух многочленов.

### Тема 3. Неприводимые многочлены

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

9. Приводимые и неприводимые многочлены. Свойства неприводимых многочленов. Разложение многочленов на неприводимые множители. Каноническое разложение. 10. Производная многочлена. Формула Тейлора и Маклорена. Неприводимые кратные множители. 11. Разложение многочлена на кратные множители. Многочлены с комплексными коэффициентами. Основная теорема алгебры (без доказательства) и следствия из него. Каноническое разложение над полем комплексных чисел. Формулы Виета. 12. Многочлены с действительными коэффициентами. Теорема о комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. Число комплексных и действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Каноническое разложение над полем действительных чисел.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

9. Разложение многочленов на неприводимые множители. Каноническое разложение. 10. Производная многочлена. Формула Тейлора и Маклорена. 11. Разложение многочлена на кратные множители. Многочлены с комплексными коэффициентами. Формулы Виета. 12. Многочлены с действительными коэффициентами. Каноническое разложение над полем действительных чисел.

**Тема 4. Корни многочленов**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

13. Уравнения 3-4 степени. (Метод Кардано и метод Феррари). 14. Многочлены с целыми коэффициентами. Рациональные корни. Критерий неприводимости Эйзенштейна. 15. Границы действительных корней. Отделение действительных корней методом Штурма.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

13. Решении уравнений 3-4 степени. (Метод Кардано и метод Феррари). 14. Многочлены с целыми коэффициентами. Рациональные корни. Критерий неприводимости Эйзенштейна. 15. Границы действительных корней. Отделение действительных корней методом Штурма.

**Тема 5. Многочлены от нескольких переменных**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

17. Построение кольца многочленов от нескольких переменных. Лексикографический порядок. Симметрические многочлены. 18. Элементарные симметрические многочлены. Леммы о старшем члене симметрического многочлена. Основная теорема о симметрических многочленах. 19. Результант и его приложения.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

17. Построение кольца многочленов от нескольких переменных. Лексикографический порядок. Симметрические многочлены. 18. Элементарные симметрические многочлены. 19. Применение результата при решении задач.

**Тема 6. Группы**

**лекционное занятие (10 часа(ов)):**

1. Бинарная алгебраическая операция. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральные и симметрические элементы относительно данной алгебраической операции. Алгебры и алгебраические системы. 2. Полугруппа. Моноид. Группа и ее свойства. Примеры групп. Подгруппа. Пересечение подгрупп. Группы подстановок. 3. Смежные классы группы по данной группе. Свойства смежных классов. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель группы. Критерий нормальности подгруппы. 4. Фактор-группа. Примеры. Порядок элемента. Циклические группы. Строение конечных и бесконечных циклических групп. 5. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Ядро гомоморфизма. Естественный гомоморфизм. Теорема о гомоморфизме групп.

**лабораторная работа (12 часа(ов)):**

1. Бинарная алгебраическая операция. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральные и симметрические элементы относительно данной алгебраической операции. Алгебры и алгебраические системы. 2. Полугруппа. Моноид. Группа и ее свойства. Примеры групп. Подгруппа. Пересечение подгрупп. Группы подстановок. 3. Смежные классы группы по данной группе. Свойства смежных классов. Теорема Лагранжа. 4. Нормальный делитель группы. Критерий нормальности подгруппы. 5. Фактор-группа. 6. Порядок элемента. Циклические группы. Строение конечных и бесконечных циклических групп. 7. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Ядро гомоморфизма.

### **Тема 7. Кольца и поля**

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

6. Кольцо. Основные свойства колец. Примеры. Делители нуля. Подкольцо. Критерий подкольца. Изоморфизм колец. 7. Поле. Основные свойства полей. Изоморфизм полей. Числовые поля. Характеристика поля. Свойства полей конечной характеристики.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

8. Кольцо. Основные свойства колец. Делители нуля. 9. Подкольцо. Критерий подкольца. 10. Поле. Основные свойства полей. Числовые поля. Характеристика поля. Свойства полей конечной характеристики.

### **Тема 8. Расширение поля. Алгебраические числа.**

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

8. Подполе. Расширение поля. Конечное расширение. Степень расширения. Теорема о степенях. Алгебраические и трансцендентные числа. Минимальный многочлен алгебраического числа. 9. Простое алгебраическое расширение. Составные алгебраические расширения. Связь конечных и алгебраических расширений. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби. 10. Приложения теории алгебраических чисел к задачам построения с помощью циркуля и линейки. Задачи удвоения куба, трисекции угла, квадратуры круга и построения правильного семиугольника.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

11. Подполе. Расширение поля. Конечное расширение. Степень расширения. 12. Алгебраические и трансцендентные числа. Минимальный многочлен алгебраического числа. 13. Простое алгебраическое расширение. Составные алгебраические расширения. Связь конечных и алгебраических расширений. 14. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.

### **Тема 9. Линейные пространства**

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

11. Линейные пространства. Примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов и теорема об их ранге. Элементарные преобразования систем векторов. 12. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Подпространство. Критерий подпространства. Линейная оболочка системы векторов. 13. Сумма, прямая сумма и пересечение подпространств. Теорема об их размерности. Линейное многообразие. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

15. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Элементарные преобразования систем векторов. 16. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. 17. Подпространство. Критерий подпространства. Линейная оболочка системы векторов. 18. Сумма, прямая сумма и пересечение подпространств. 19. Линейное многообразие.

### **Тема 10. Евклидовы пространства**

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

14. Скалярное произведение векторов. Евклидово пространство. Ортогональность векторов. Свойства ортогональных систем. Линейная независимость ортогональных векторов. Норма вектора. 15. Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства. Ортогональное дополнение. Теорема о прямой сумме подпространства и его ортогонального дополнения. Изоморфизм евклидовых пространств.



**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

20. Скалярное произведение векторов. Евклидово пространство. 21. Ортогональность векторов. Свойства ортогональных систем. Норма вектора. 22. Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства. Ортогональное дополнение.

**Тема 11. Линейные операторы**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

16. Линейные операторы. Основные свойства линейных операторов. Матрица линейного оператора. Связь между вектором и его образом. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь между координатами вектора в различных базисах. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. 17. Действия над линейными операторами и их свойства. Образ и ранг, ядро и дефект линейного оператора. Обратимые и обратные операторы. невырожденные операторы. Критерий обратимости оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. 18. Спектр линейного оператора. Линейные операторы с простым спектром. Подобие матриц. Условие подобия матрицы линейных операторов диагональной матрице.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

23. Линейные операторы. Основные свойства линейных операторов. 24. Матрица линейного оператора. Связь между вектором и его образом. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь между координатами вектора в различных базисах. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. 25. Действия над линейными операторами и их свойства. 26. Образ и ранг, ядро и дефект линейного оператора. 27. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Комплексные числа	1	1-4	подготовка домашнего задания	3	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	3	Письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	Контрольная работа
2.	Тема 2. Введение в теорию многочленов	1	5-8	подготовка домашнего задания	5	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Неприводимые многочлены	1	9-12	подготовка домашнего задания	5	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	5	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Корни многочленов	1	13-15	подготовка домашнего задания	3	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	Контрольная работа
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
5.	Тема 5. Многочлены от нескольких переменных	1	16-18	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
6.	Тема 6. Группы	2	1-5	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
7.	Тема 7. Кольца и поля	2	6-7	подготовка домашнего задания	1	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Расширение поля. Алгебраические числа.	2	6-8	подготовка домашнего задания	1	Письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	Контрольная работа
9.	Тема 9. Линейные пространства	2	11-13	подготовка домашнего задания	1	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Евклидовы пространства	2	14-15	подготовка домашнего задания	1	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Линейные операторы	2	16-18	подготовка домашнего задания	1	Письменное домашнее задание
	Итого				64	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, в форме эвристической беседы и дискуссии, технологии модульного обучения, проектная деятельность.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Комплексные числа

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Запишите число в алгебраической и тригонометрической форме. 2. Решите квадратное уравнение. 3. Найдите и нарисуйте на комплексной плоскости все значения корней из комплексного числа. 4. Нарисуйте на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих заданным условиям. 5. Решите двучленное уравнение.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Изобразите на комплексной плоскости все значения корней из комплексного числа. 2. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих заданным условиям. 3. Вычислите выражение с помощью формулы Муавра. 4. Решите двучленные уравнения.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Изобразите на комплексной плоскости все значения корней из комплексного числа. 2. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих заданным условиям. 3. Вычислите выражение с помощью формулы Муавра. 4. Решите двучленные уравнения.

### Тема 2. Введение в теорию многочленов

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найдите линейное представление наибольшего общего делителя многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$ . 2. Найдите два многочлена с действительными коэффициентами, для которых наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное равны, соответственно,  $D(x)$  и  $K(x)$ . 3. Пользуясь алгоритмом Евклида, освободитесь от иррациональности в знаменателе данной дроби.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Теорема о делении с остатком для многочленов. Теорема Безу. Многочлен  $f(x)$  при делении на  $x + 1$  даёт остаток 2, а при делении на  $x + 3$  - остаток 4. Найдите остаток при делении  $f(x)$  на  $(x + 1)(x + 3)$ . 2. Нахождение остатков с помощью теоремы Безу.

### Тема 3. Неприводимые многочлены

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найдите разложения многочленов  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ . 2. Кратные множители многочлена и его производной.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найдите разложения многочленов  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ . 2. Кратные множители многочлена и его производной.

### Тема 4. Корни многочленов

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Решите следующие задачи, применяя формулы Виета. 2. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Кардано и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 3. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Феррари и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 4. Найдите все рациональные корни многочлена  $f(x)$  и разложите его на неприводимые множители над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ . 5. Отделите действительные корни многочлена методом Штурма.

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найдите линейное представление наибольшего общего делителя многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$ . 2. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Кардано(Феррари) и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 3. Пользуясь алгоритмом Евклида, освободитесь от иррациональности в знаменателе данной дроби.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найдите линейное представление наибольшего общего делителя многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$ . 2. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Кардано(Феррари) и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 3. Пользуясь алгоритмом Евклида, освободитесь от иррациональности в знаменателе данной дроби.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Решите следующие задачи, применяя формулы Виета. 2. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Кардано и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 3. Решите уравнение  $f(x) = 0$  методом Феррари и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 4. Найдите все рациональные корни многочлена  $f(x)$  и разложите его на неприводимые множители над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ . 5. Отделите действительные корни многочлена методом Штурма.

### **Тема 5. Многочлены от нескольких переменных**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Дополните многочлен до симметрического так, чтобы он содержал минимально возможное число элементов. 2. Выразите симметрический многочлен через элементарные симметрические многочлены. 3. Вычислите значение симметрического многочлена  $f(x,y,z)$  от корней многочлена  $g(u)$ . 4. Решите систему уравнений. 5. При каких значениях параметра  $t$  многочлены  $f(x)$  и  $g(x)$  имеют общие корни?

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Представить многочлены через элементарные симметрические многочлены. 2. Решите систему уравнений. 3. Разложите симметрические многочлены на множители. 4. Докажите тождества.

### **Тема 6. Группы**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Образует ли множество  $A$  алгебру относительно операции  $*$ . Какими свойствами обладает операция  $*$ ? 2. Докажите, что алгебра  $(G, *)$  является группой. Будет ли подмножество  $H$  подгруппой? 3. Найдите порядки всех элементов конечной группы  $(G, *)$ . Выделите среди них образующие группы. Будет ли группа  $(G, *)$  циклической? 4. Докажите, что отображение  $f : G \rightarrow G'$  является гомоморфизмом группы  $(G, *)$  на группу  $(G', +)$ . Будет ли  $f$  изоморфизмом групп?

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Бинарные алгебраические операции, свойства. 2. Группы, подгруппы. 3. Разложение группы по подгруппе. 4. Нормальный делитель. 5. Фактор-группы. 6. Порядок элемента. Циклические группы. 7. Гомоморфизм и изоморфизм групп.

### **Тема 7. Кольца и поля**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Проверьте, образует ли множество  $K$  кольцо относительно двух заданных операций. 2. Является ли подмножество  $M$  подкольцом кольца  $K$ ? 3. Является ли данное множество полем относительно заданных операций? 4. Является ли данное множество областью целостности относительно заданных операций?

### **Тема 8. Расширение поля. Алгебраические числа.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Докажите, что множество  $K$  является кольцом относительно операций сложения и умножения матриц. Будет ли  $(K, +, *)$  коммутативным кольцом с единицей? 2. Докажите, что число  $a$  является алгебраическим над полем  $\mathbb{Q}$ . Определите его степень и найдите минимальный многочлен. Укажите базис поля  $\mathbb{Q}[a]$ . 3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби. 4. Число  $a$  является корнем заданного уравнения. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Докажите, что множество  $K$  является кольцом относительно операций сложения и умножения матриц. Будет ли  $(K, +, *)$  коммутативным кольцом с единицей? 2. Докажите, что число  $a$  является алгебраическим над полем  $Q$ . Определите его степень и найдите минимальный многочлен. Укажите базис поля  $Q[a]$ . 3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби. 4. Число  $a$  является корнем заданного уравнения. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби.

### **Тема 9. Линейные пространства**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Проверьте, является ли множество  $V$  линейным пространством над полем  $P$ . 2. Найдите базис и размерность линейного пространства  $V$  над полем  $R$ . Установите изоморфизм с соответствующим арифметическим пространством. 3. Найдите базис и размерность суммы и пересечения заданных подпространств.

### **Тема 10. Евклидовы пространства**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Является ли линейное пространство  $V$  над  $R$  евклидовым относительно указанного отображения. 2. Найти ортогональный и ортонормальный базисы линейной оболочки системы векторов. 3. Представить вектор  $x$  в виде суммы векторов, являющихся элементами заданного пространства и его ортогонального дополнения. Найти базис ортогонального дополнения.

### **Тема 11. Линейные операторы**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Являются ли указанные преобразования линейными? Для линейных преобразований найдите их матрицу в стандартном базисе. 2. Найти образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора, заданного матрицей  $A$ . Что представляет собой образ и ядро линейного оператора? 3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора  $f$ , действующего в линейном пространстве  $V$ . Привести геометрическую иллюстрацию полученного решения.

### **Итоговая форма контроля**

экзамен

### **Итоговая форма контроля**

экзамен

Примерные вопросы к экзамену:

1. Множество комплексных чисел. Операции сложения и умножения упорядоченных пар и свойства операций.
2. Мнимая единица. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме.
3. Комплексные числа и координатная плоскость. Сопряженные комплексные числа и их свойства. Геометрический смысл действий над комплексными числами.
4. Модуль и аргумент комплексного числа. Свойства модуля. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Правила умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической форме. Геометрический смысл умножения и деления комплексных чисел.
5. Возведение комплексного числа в степень. Формула Муавра и ее применение. Извлечение корней из комплексных чисел в алгебраической и тригонометрических формах.
6. Корни из единицы и их геометрические свойства. Первообразные корни из единицы и их нахождение. Теорема о числе первообразных корней.
7. Определение кольца и поля. Делители нуля. Область целостности.
8. Многочлены от одной переменной и действия над ними. Основные свойства действий над многочленами. Кольцо многочленов.
9. Степень многочлена. Теорема о степени суммы и произведения многочленов.
10. Значения многочлена. Корни многочлена. Теорема Безу.
11. Деление многочлена на  $(x-c)$ . Схема Горнера и его обоснование.
12. Кратные корни многочлена. Теорема о максимальном числе корней.

13. Функциональное равенство многочленов.
14. Теорема о делении с остатком.
15. НОД двух многочленов. Алгоритм Евклида. Основные свойства НОД двух многочленов.
16. Взаимно-простые многочлены. Основные свойства взаимно-простых многочленов.
17. НОК двух многочленов. НОД и НОК нескольких многочленов.
18. Приводимые и неприводимые многочлены. Основные свойства неприводимых многочленов.
19. Разложение многочлена на неприводимые множители. Каноническое разложение многочлена.
20. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби с помощью алгоритма Евклида.
21. Основная теорема алгебры. Каноническое разложение многочлена над полем  $\mathbb{C}$ .
22. Теорема о комплексном корне многочлена из  $\mathbb{R}[x]$ .
23. Теорема Виета.
24. Решение уравнений 3 степени методом Кардано.
25. Решение уравнений 4 степени методом Феррари.
26. Рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
27. Критерий Эйзенштейна. Приводимость многочленов 2 и 3 степени над полем  $\mathbb{Q}$ .
28. Границы действительных корней. Отделение действительных корней методом Штурма.

Примерные экзаменационные билеты:

БИЛЕТ ♦ 00.

1. Множество комплексных чисел. Операции сложения и умножения с помощью упорядоченных пар и свойства операций.
2. Схема Горнера и его обоснование.
3. Решить уравнение.
4. Определить кратность корня  $x = -i$  многочлена  $f(x) = x^5 + (1+4i)x^4 + (4i-6)x^3 - (6+4i)x^2 + (1-4i)x + 1$ .

БИЛЕТ ♦ 000

1. Определение бинарной алгебраической операции. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральные и симметрические элементы относительно данной алгебраической операции.
2. Задача об удвоении куба.
3. Докажите, что множество  $G$  образует группу относительно операции  $*$ . Является ли множество  $H$  подгруппой группы  $G$ ?
4. Докажите, что число  $\sqrt{2}$  является алгебраическим. Найдите его минимальный многочлен и степень.

### 7.1. Основная литература:

1. Винберг, Э.Б. Курс алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Э.Б. Винберг. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2013. - 590 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56396>.
2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник / А.Г. Курош. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 432 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30198>.

### 7.2. Дополнительная литература:

Начала алгебры, Ч. 1. Алгебраические структуры, комплексные числа, системы линейных уравнений, матрицы, определители матриц, линейные пространства и линейные отображения, , 2005г.

Линейная алгебра в примерах и задачах, Бортакровский, Александр Сергеевич;Пантелеев, Андрей Владимирович, 2005г.

Элементы алгебры: комплексные числа, системы линейных уравнений, многочлены, Ильин, Сергей Николаевич, 2006г.

Ефимов, Н.В. Квадратичные формы и матрицы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Ефимов. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2012. - 168 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59543>.

Шилин, И.А. Введение в алгебру. Группы [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.А. Шилин. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 208 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4120>.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

бесплатный ресурс для студентов. - <http://math24.ru/index.html>

справочник математических формул. - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. -

[www.newlibrary.ru/book/kurosh\\_a\\_g/kurs\\_vysshei\\_algebry.html](http://www.newlibrary.ru/book/kurosh_a_g/kurs_vysshei_algebry.html)

2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. - <http://rutracker.org/forum/viewtopic.php?t=3056928>

3. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. - <http://bookinist.net/books/bookid-3307.html>

4. Бурбаки Н. Алгебра. Часть 1. Алгебраические структуры. Линейная и полилинейная алгебра. - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

1. На кафедре высшей математики и математического моделирования имеется собственный кафедральный фонд книг (свыше 700 книг).
2. На кафедре имеется оборудование, позволяющее размножить брошюровать методические пособия и учебники.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика и иностранный язык (английский).



Автор(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.