

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Алгебра Б3.В.1

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киндер М.И.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,  
mkinder@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Алгебра является одной из основных дисциплин, изучаемых студентами-математиками. Эти дисциплины (математический анализ, геометрия и алгебра) имеют ряд точек соприкосновения, а местами и перекрытий, и вместе составляют фундамент, на котором строится все здание современной математической науки. В этом курсе обобщается основное содержание школьной алгебры, а именно изучаются уравнения произвольных систем. Теория многочленов посвящена изучению одного уравнения от одного неизвестного, по уже произвольной степени.

Рассматривается также теория симметрических многочленов и ее приложения в элементарной алгебре. Значительное место отводится изучению основных алгебраических структур - групп, колец, полей, которые имеют многочисленные практические приложения. Курс завершается изучением линейных пространств и линейных операторов. Многие вопросы тесно связаны со школьной программой и могут служить основой для школьных факультативов.

Целями освоения дисциплины являются формирование представлений о кольце многочленов и поле комплексных чисел, их приложениях к элементарной алгебре, формирование представлений об алгебраических структурах, как базисе построения школьной математики; ознакомление студентов с кругом задач классической и современной алгебры; прояснение роля алгебраических понятий во взаимосвязи с другими математическими дисциплинами; сформировать у студентов элементы математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики, изучаемых в школе.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.1 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.1 Профессиональный" и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе ( 1, 2 семестры).

Дисциплина "Алгебра" изучается в рамках вариативной части профессионального цикла Б3 в 1 курсе. Ее изучение основывается на таких математических понятиях, как множество, многочлен, функция, рассматриваемых в школьном курсе математики, и продолжает развитие идей и методов данного курса. Поэтому, для успешного усвоения курса "Алгебра" необходимо знание основных формул, изучаемых в школьной алгебре, свойств элементарных функций, умение решать квадратные уравнения, знание основных значений тригонометрических функций.

Курс "Алгебра" имеет связи с другими математическими дисциплинами. Например, разделы "Линейные пространства" и "Линейные операторы" тесно связаны с курсом "Геометрия", который дает для данного раздела многочисленные примеры. В свою очередь геометрия активно использует понятия линейно-зависимой и линейно-независимой системы векторов, которые изучаются в курсе алгебры. Умение оперировать комплексными числами и знание тригонометрической формы комплексного числа необходимы для изучения курса "Теория функций комплексного переменного".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
------------------	---------------------------------------

СПК-10.

(профессиональные

компетенции)

способен понимать универсальный характер законов логики

математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-11. (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12. (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом;
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, пользоваться языком математики, выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории комплексных чисел, теории многочленов, теории алгебраических структур, теории линейных пространств и теории линейных операторов; определения и свойства математических объектов в этих областях; формулировки утверждений, методы доказательства основных из них, возможные сферы их приложений в школьной математике

2. должен уметь:

решать алгебраические задачи вычислительного и теоретического характера, аргументированно обосновывать основные положения курса "Алгебра"

3. должен владеть:

алгебраической терминологией; математическим аппаратом теории многочленов, теории комплексных чисел, теории групп, колец и полей, теории линейных пространств и линейных операторов

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания на практике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных(ые) единиц(ы) 324 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

## Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Комплексные числа	1	1-4	8	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Введение в теорию многочленов	1	5-8	8	0	8	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Неприводимые многочлены	1	9-12	8	0	8	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Корни многочленов	1	13-15	6	0	6	Контрольная работа Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Многочлены от нескольких переменных	1	16-18	6	0	6	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Группы	2	1-5	10	0	14	Письменное домашнее задание Контрольная работа
7.	Тема 7. Кольца и поля	2	6-7	4	0	6	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Расширение поля. Алгебраические числа.	2	6-8	6	0	6	Письменное домашнее задание Контрольная работа
9.	Тема 9. Линейные пространства	2	11-13	6	0	6	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Евклидовы пространства	2	14-15	4	0	6	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Линейные операторы	2	16-18	6	0	6	Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			72	0	80	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Комплексные числа

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

1. Множество комплексных чисел. Основные свойства операций сложения и умножения. Поле комплексных чисел. Мнимая единица. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. 2. Сопряженные комплексные числа и их свойства. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. 3. Возведение в степень комплексных чисел. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексных чисел. 4. Корни из единицы. Первообразные корни и их свойства. Решение двучленных уравнений.

#### *лабораторная работа (8 часа(ов)):*

1. Множество комплексных чисел. Основные свойства операций сложения и умножения. Мнимая единица. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. 2. Сопряженные комплексные числа и их свойства. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. 3. Возведение в степень комплексных чисел. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексных чисел. 4. Корни из единицы. Решение двучленных уравнений.

### Тема 2. Введение в теорию многочленов

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

5. Кольца и поля. Область целостности. Многочлены от одной переменной. Алгебраическое равенство многочленов. Действия над многочленами и их свойства. Кольцо многочленов. 6. Степень многочлена. Теорема о степени суммы и произведения. Значение и корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни. Теорема о числе корней многочлена. 7. Функциональное равенство многочленов. Эквивалентность двух определений. Деление многочленов с остатком над данным полем. Наибольший общий делитель (НОД) двух многочленов. Свойства НОД. 8. Алгоритм Евклида. Взаимно-простые многочлены и их свойства. Наименьшее общее кратное (НОК) двух многочленов.

#### *лабораторная работа (8 часа(ов)):*

5. Действия над многочленами и их свойства. Кольцо многочленов. 6. Степень многочлена. Теорема о степени суммы и произведения. Значение и корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни. Теорема о числе корней многочлена. 7. Деление многочленов с остатком над данным полем. Наибольший общий делитель (НОД) двух многочленов. Свойства НОД. 8. Алгоритм Евклида. Взаимно-простые многочлены и их свойства. Наименьшее общее кратное (НОК) двух многочленов.

### Тема 3. Неприводимые многочлены

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*



9. Приводимые и неприводимые многочлены. Свойства неприводимых многочленов. Разложение многочленов на неприводимые множители. Каноническое разложение. 10. Производная многочлена. Формула Тейлора и Маклорена. Неприводимые кратные множители. 11. Разложение многочлена на кратные множители. Многочлены с комплексными коэффициентами. Основная теорема алгебры (без доказательства) и следствия из него. Каноническое разложение над полем комплексных чисел. Формулы Виета. 12. Многочлены с действительными коэффициентами. Теорема о комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. Число комплексных и действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Каноническое разложение над полем действительных чисел.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

9. Разложение многочленов на неприводимые множители. Каноническое разложение. 10. Производная многочлена. Формула Тейлора и Маклорена. 11. Разложение многочлена на кратные множители. Многочлены с комплексными коэффициентами. Формулы Виета. 12. Многочлены с действительными коэффициентами. Каноническое разложение над полем действительных чисел.

**Тема 4. Корни многочленов**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

13. Уравнения 3-4 степени. (Метод Кардано и метод Феррари). 14. Многочлены с целыми коэффициентами. Рациональные корни. Критерий неприводимости Эйзенштейна. 15. Границы действительных корней. Отделение действительных корней методом Штурма.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

13. Решении уравнений 3-4 степени. (Метод Кардано и метод Феррари). 14. Многочлены с целыми коэффициентами. Рациональные корни. Критерий неприводимости Эйзенштейна. 15. Границы действительных корней. Отделение действительных корней методом Штурма.

**Тема 5. Многочлены от нескольких переменных**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

17. Построение кольца многочленов от нескольких переменных. Лексикографический порядок. Симметрические многочлены. 18. Элементарные симметрические многочлены. Леммы о старшем члене симметрического многочлена. Основная теорема о симметрических многочленах. 19. Результант и его приложения.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

17. Построение кольца многочленов от нескольких переменных. Лексикографический порядок. Симметрические многочлены. 18. Элементарные симметрические многочлены. 19. Применение результанта при решении задач.

**Тема 6. Группы**

**лекционное занятие (10 часа(ов)):**

1. Бинарная алгебраическая операция. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральные и симметрические элементы относительно данной алгебраической операции. Алгебры и алгебраические системы. 2. Полугруппа. Моноид. Группа и ее свойства. Примеры групп. Подгруппа. Пересечение подгрупп. Группы подстановок. 3. Смежные классы группы по данной группе. Свойства смежных классов. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель группы. Критерий нормальности подгруппы. 4. Фактор-группа. Примеры. Порядок элемента. Циклические группы. Строение конечных и бесконечных циклических групп. 5. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Ядро гомоморфизма. Естественный гомоморфизм. Теорема о гомоморфизме групп.

**лабораторная работа (14 часа(ов)):**

1. Бинарная алгебраическая операция. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральные и симметрические элементы относительно данной алгебраической операции. Алгебры и алгебраические системы. 2. Полугруппа. Моноид. Группа и ее свойства. Примеры групп. Подгруппа. Пересечение подгрупп. Группы подстановок. 3. Смежные классы группы по данной группе. Свойства смежных классов. Теорема Лагранжа. 4. Нормальный делитель группы. Критерий нормальности подгруппы. 5. Фактор-группа. 6. Порядок элемента. Циклические группы. Строение конечных и бесконечных циклических групп. 7. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Ядро гомоморфизма.

### **Тема 7. Кольца и поля**

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

6. Кольцо. Основные свойства колец. Примеры. Делители нуля. Подкольцо. Критерий подкольца. Изоморфизм колец. 7. Поле. Основные свойства полей. Изоморфизм полей. Числовые поля. Характеристика поля. Свойства полей конечной характеристики.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

8. Кольцо. Основные свойства колец. Делители нуля. 9. Подкольцо. Критерий подкольца. 10. Поле. Основные свойства полей. Числовые поля. Характеристика поля. Свойства полей конечной характеристики.

### **Тема 8. Расширение поля. Алгебраические числа.**

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

8. Подполе. Расширение поля. Конечное расширение. Степень расширения. Теорема о степенях. Алгебраические и трансцендентные числа. Минимальный многочлен алгебраического числа. 9. Простое алгебраическое расширение. Составные алгебраические расширения. Связь конечных и алгебраических расширений. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби. 10. Приложения теории алгебраических чисел к задачам построения с помощью циркуля и линейки. Задачи удвоения куба, трисекции угла, квадратуры круга и построения правильного семиугольника.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

11. Подполе. Расширение поля. Конечное расширение. Степень расширения. 12. Алгебраические и трансцендентные числа. Минимальный многочлен алгебраического числа. 13. Простое алгебраическое расширение. Составные алгебраические расширения. Связь конечных и алгебраических расширений. 14. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.

### **Тема 9. Линейные пространства**

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

11. Линейные пространства. Примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов и теорема об их ранге. Элементарные преобразования систем векторов. 12. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Подпространство. Критерий подпространства. Линейная оболочка системы векторов. 13. Сумма, прямая сумма и пересечение подпространств. Теорема об их размерности. Линейное многообразие. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме.

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

15. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Элементарные преобразования систем векторов. 16. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. 17. Подпространство. Критерий подпространства. Линейная оболочка системы векторов. 18. Сумма, прямая сумма и пересечение подпространств. 19. Линейное многообразие.

### **Тема 10. Евклидовы пространства**

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

14. Скалярное произведение векторов. Евклидово пространство. Ортогональность векторов. Свойства ортогональных систем. Линейная независимость ортогональных векторов. Норма вектора. 15. Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства. Ортогональное дополнение. Теорема о прямой сумме подпространства и его ортогонального дополнения. Изоморфизм евклидовых пространств.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

20. Скалярное произведение векторов. Евклидово пространство. 21. Ортогональность векторов. Свойства ортогональных систем. Норма вектора. 22. Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства. Ортогональное дополнение.

**Тема 11. Линейные операторы**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

16. Линейные операторы. Основные свойства линейных операторов. Матрица линейного оператора. Связь между вектором и его образом. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь между координатами вектора в различных базисах. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. 17. Действия над линейными операторами и их свойства. Образ и ранг, ядро и дефект линейного оператора. Обратимые и обратные операторы. Невырожденные операторы. Критерий обратимости оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. 18. Спектр линейного оператора. Линейные операторы с простым спектром. Подобие матриц. Условие подобия матрицы линейных операторов диагональной матрице.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

23. Линейные операторы. Основные свойства линейных операторов. 24. Матрица линейного оператора. Связь между вектором и его образом. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь между координатами вектора в различных базисах. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. 25. Действия над линейными операторами и их свойства. 26. Образ и ранг, ядро и дефект линейного оператора. 27. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Комплексные числа	1	1-4	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	Контрольная работа
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
2.	Тема 2. Введение в теорию многочленов	1	5-8	подготовка домашнего задания	5	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Неприводимые многочлены	1	9-12	подготовка домашнего задания	5	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	5	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Корни многочленов	1	13-15	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
5.	Тема 5. Многочлены от нескольких переменных	1	16-18	подготовка домашнего задания	5	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
6.	Тема 6. Группы	2	1-5	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	Контрольная работа
7.	Тема 7. Кольца и поля	2	6-7	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
				подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Расширение поля. Алгебраические числа.	2	6-8	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
9.	Тема 9. Линейные пространства	2	11-13	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Евклидовы пространства	2	14-15	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Линейные операторы	2	16-18	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
	Итого				82	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, в форме эвристической беседы и дискуссии, технологии модульного обучения, проектная деятельность.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Комплексные числа**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Запишите комплексное число в алгебраической и тригонометрической форме. 2. Извлечь корень в алгебраической форме. 3. Изобразите на комплексной плоскости все значения корней из комплексного числа. 4. Изобразите множество точек, удовлетворяющих заданным условиям. 5. Вычислите выражение с помощью формулы Муавра. 6. Решите двучленное уравнение.

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Изобразите на комплексной плоскости все значения корней из комплексного числа. 2. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих заданным условиям. 3. Вычислите выражение с помощью формулы Муавра. 4. Решите двучленные уравнения.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Запишите комплексное число в алгебраической и тригонометрической форме. 2. Решите квадратное уравнение. 3. Изобразите на комплексной плоскости все значения корней из комплексного числа. 4. Изобразите множество точек, удовлетворяющих заданным условиям. 5. Решите двучленное уравнение.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Решение геометрических задач с помощью комплексных чисел. 2. Решение уравнений в комплексных числах.

### **Тема 2. Введение в теорию многочленов**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найдите линейное представление наибольшего общего делителя многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$ . 2. Найдите два многочлена с действительными коэффициентами, для которых наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное равны, соответственно,  $D(x)$  и  $K(x)$ . 3. Пользуясь алгоритмом Евклида, освободитесь от иррациональности в знаменателе данной дроби.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Теорема о делении с остатком для многочленов. Теорема Безу. Многочлен  $f(x)$  при делении на  $x + 1$  даёт остаток 2, а при делении на  $x + 3$  - остаток 4. Найдите остаток при делении  $f(x)$  на  $(x + 1)(x + 3)$ . 2. Нахождение остатков с помощью теоремы Безу.

### **Тема 3. Неприводимые многочлены**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найдите разложения многочленов  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ . 2. Отделите кратные множители многочлена  $f(x)$ . 3. Выяснить приводимость многочленов в  $\mathbb{Q}[x]$ .

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Разложения многочленов на неприводимые множители над различными полями. 2. Кратные множители многочлена и его производной. 3. Кратные корни многочленов.

### **Тема 4. Корни многочленов**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Решите следующие задачи, применяя формулы Виета. 2. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Кардано и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 3. Решите уравнение  $f(x) = 0$  методом Феррари и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 4. Найдите все рациональные корни многочлена  $f(x)$  и разложите его на неприводимые множители над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ . 5. Отделите действительные корни многочлена методом Штурма.

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найдите линейное представление наибольшего общего делителя многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$ . 2. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Кардано(Феррари) и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 3. Пользуясь алгоритмом Евклида, освободитесь от иррациональности в знаменателе данной дроби.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Решите следующие задачи, применяя формулы Виета. 2. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Кардано и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 3. Решите уравнение  $f(x) = 0$  методом Феррари и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 4. Найдите все рациональные корни многочлена  $f(x)$  и разложите его на неприводимые множители над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ . 5. Отделите действительные корни многочлена методом Штурма.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решите следующие задачи, применяя формулы Виета. 2. Решите уравнение  $f(x)=0$  методом Кардано и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 3. Решите уравнение  $f(x) = 0$  методом Феррари и разложите  $f(x)$  на неприводимые множители над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . 4. Найдите все рациональные корни многочлена  $f(x)$  и разложите его на неприводимые множители над полем рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ . 5. Отделите действительные корни многочлена методом Штурма.

### **Тема 5. Многочлены от нескольких переменных**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Дополните многочлен до симметрического так, чтобы он содержал минимально возможное число элементов. 2. Выразите симметрический многочлен через элементарные симметрические многочлены. 3. Вычислите значение симметрического многочлена  $f(x,y,z)$  от корней многочлена  $g(u)$ . 4. Решите систему уравнений. 5. При каких значениях параметра  $t$  многочлены  $f(x)$  и  $g(x)$  имеют общие корни?

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Представить многочлены через элементарные симметрические многочлены. 2. Решите систему уравнений. 3. Разложите симметрические многочлены на множители. 4. Докажите тождества.

### **Тема 6. Группы**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Образует ли множество  $A$  алгебру относительно операции  $*$ . Какими свойствами обладает операция  $*$ ? 2. Докажите, что алгебра  $(G, *)$  является группой. Будет ли подмножество  $H$  подгруппой? 3. Найдите порядки всех элементов конечной группы  $(G, *)$ . Выделите среди них образующие группы. Будет ли группа  $(G, *)$  циклической? 4. Докажите, что отображение  $f : G \rightarrow G'$  является гомоморфизмом группы  $(G, *)$  на группу  $(G', +)$ . Будет ли  $f$  изоморфизмом групп? 5. Гомоморфизм и изоморфизм групп.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Бинарные алгебраические операции, свойства. 2. Группы, подгруппы. 3. Разложение группы по подгруппе. 4. Нормальный делитель. 5. Фактор-группы. 6. Порядок элемента. Циклические группы. 7. Гомоморфизм и изоморфизм групп.

### **Тема 7. Кольца и поля**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Является ли множество  $K$  кольцом относительно операций сложения и умножения, заданных в виде  $(a_1, 0) + (a_2, 0) = (a_1 + a_2, 0)$   $(a_1, 0) \cdot (a_2, 0) = (a_1 a_2, 0)$ . Имеется ли в  $K$  единица? Будет ли оно полем? 2. Является ли множество  $K$  числовым кольцом? Имеется ли в  $K$  единица? Будет ли оно полем?

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Проверьте, образует ли множество  $K$  кольцо относительно двух заданных операций. 2. Является ли подмножество  $M$  подкольцом кольца  $K$ ? 3. Является ли данное множество полем относительно заданных операций? 4. Является ли данное множество областью целостности относительно заданных операций?

### **Тема 8. Расширение поля. Алгебраические числа.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Докажите, что множество  $K$  является кольцом относительно операций сложения и умножения матриц. Будет ли  $(K, +, *)$  коммутативным кольцом с единицей? 2. Докажите, что число  $a$  является алгебраическим над полем  $Q$ . Определите его степень и найдите минимальный многочлен. Укажите базис поля  $Q[a]$ . 3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби. 4. Число  $a$  является корнем заданного уравнения. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Докажите, что множество  $K$  является кольцом относительно операций сложения и умножения матриц. Будет ли  $(K, +, *)$  коммутативным кольцом с единицей? 2. Докажите, что число  $a$  является алгебраическим над полем  $Q$ . Определите его степень и найдите минимальный многочлен. Укажите базис поля  $Q[a]$ . 3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби. 4. Число  $a$  является корнем заданного уравнения. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби.

### **Тема 9. Линейные пространства**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Проверьте, является ли множество  $V$  линейным пространством над полем  $P$ . 2. Найдите базис и размерность линейного пространства  $V$  над полем  $R$ . Установите изоморфизм с соответствующим арифметическим пространством. 3. Найдите базис и размерность суммы и пересечения заданных подпространств.

### **Тема 10. Евклидовы пространства**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Является ли линейное пространство  $V$  над  $R$  евклидовым относительно указанного отображения. 2. Найти ортогональный и ортонормальный базисы линейной оболочки системы векторов. 3. Представить вектор  $x$  в виде суммы векторов, являющихся элементами заданного пространства и его ортогонального дополнения. Найти базис ортогонального дополнения.

### **Тема 11. Линейные операторы**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Являются ли указанные преобразования линейными? Для линейных преобразований найдите их матрицу в стандартном базисе. 2. Найти образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора, заданного матрицей  $A$ . Что представляет собой образ и ядро линейного оператора? 3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора  $f$ , действующего в линейном пространстве  $V$ . Привести геометрическую иллюстрацию полученного решения.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

1. Множество комплексных чисел. Операции сложения и умножения упорядоченных пар и свойства операций.
2. Мнимая единица. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме.
3. Комплексные числа и координатная плоскость. Сопряженные комплексные числа и их свойства. Геометрический смысл действий над комплексными числами.
4. Модуль и аргумент комплексного числа. Свойства модуля. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Правила умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической форме. Геометрический смысл умножения и деления комплексных чисел.

5. Возведение комплексного числа в степень. Формула Муавра и ее применение. Извлечение корней из комплексных чисел в алгебраической и тригонометрических формах.
6. Корни из единицы и их геометрические свойства. Первообразные корни из единицы и их нахождение. Теорема о числе первообразных корней.
7. Определение кольца и поля. Делители нуля. Область целостности.
8. Многочлены от одной переменной и действия над ними. Основные свойства действий над многочленами. Кольцо многочленов.
9. Степень многочлена. Теорема о степени суммы и произведения многочленов.
10. Значения многочлена. Корни многочлена. Теорема Безу.
11. Деление многочлена на  $(x-c)$ . Схема Горнера и его обоснование.
12. Кратные корни многочлена. Теорема о максимальном числе корней.
13. Функциональное равенство многочленов.
14. Теорема о делении с остатком.
15. НОД двух многочленов. Алгоритм Евклида. Основные свойства НОД двух многочленов.
16. Взаимно-простые многочлены. Основные свойства взаимно-простых многочленов.
17. НОК двух многочленов. НОД и НОК нескольких многочленов.
18. Приводимые и неприводимые многочлены. Основные свойства неприводимых многочленов.
19. Разложение многочлена на неприводимые множители. Каноническое разложение многочлена.
20. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби с помощью алгоритма Евклида.
21. Основная теорема алгебры. Каноническое разложение многочлена над полем  $\mathbb{C}$ .
22. Теорема о комплексном корне многочлена из  $\mathbb{R}[x]$ .
23. Теорема Виета.
24. Решение уравнений 3 степени методом Кардано.
25. Решение уравнений 4 степени методом Феррари.
26. Рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
27. Критерий Эйзенштейна. Приводимость многочленов 2 и 3 степени над полем  $\mathbb{Q}$ .
28. Границы действительных корней. Отделение действительных корней методом Штурма.

Примерные экзаменационные билеты:

БИЛЕТ ♦ 00.

1. Множество комплексных чисел. Операции сложения и умножения с помощью упорядоченных пар и свойства операций.
2. Схема Горнера и его обоснование.
3. Решить уравнение.
4. Определить кратность корня  $x=-i$  многочлена  $f(x)=x^5+(1+4i)x^4+(4i-6)x^3-(6+4i)x^2+(1-4i)x+1$ .

БИЛЕТ ♦ 000

1. Определение бинарной алгебраической операции. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральные и симметрические элементы относительно данной алгебраической операции.
2. Задача об удвоении куба.
3. Докажите, что множество  $G$  образует группу относительно операции  $*$ . Является ли множество  $H$  подгруппой группы  $G$  ?
4. Докажите, что число  $\sqrt{2}$  является алгебраическим. Найдите его минимальный многочлен и степень.



### 7.1. Основная литература:

Сборник задач по алгебре, Кострикин, Алексей Иванович; Аржанцев, Иван Владимирович, 2009г.

Курс высшей алгебры, Курош, Александр Геннадьевич, 2004г.

Линейная алгебра, Ильин, Владимир Александрович; Позняк, Эдуард Генрихович, 2010г.

Курош А.Г. Теория групп.-4-е изд., стер.- Спб.: Лань, 2005.- 648с.

<http://e.lanbook.com/view/book/562/>

Ляпин Е.С., Айзенштат А.Я. Лесохин М.М. Упражнения по теории групп.-2-е изд., стер.- Спб.: Лань, 2010.- 272с. <http://e.lanbook.com/view/book/528/>

Окунев Л.Я. Высшая алгебра.-3-е изд., стер.- Спб.: Лань, 2009.- 336с.

<http://e.lanbook.com/view/book/289/>

Окунев Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре.-2-е изд., стер.- Спб.: Лань, 2009.- 192с. <http://e.lanbook.com/view/book/290/>

### 7.2. Дополнительная литература:

Начала алгебры, Ч. 1. Алгебраические структуры, комплексные числа, системы линейных уравнений, матрицы, определители матриц, линейные пространства и линейные отображения, 2005г.

Линейная алгебра в примерах и задачах, Бортакровский, Александр Сергеевич; Пантелеев, Андрей Владимирович, 2005г.

Элементы алгебры: комплексные числа, системы линейных уравнений, многочлены, Ильин, Сергей Николаевич, 2006г.

Курош А.Г. Лекции по общей алгебре.-2-е изд., стер.- Спб.: Лань, 2007.- 560с.

<http://e.lanbook.com/view/book/527/>

Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре.-5-е изд., стер.- Спб.: Лань, 2007.- 416с.

<http://e.lanbook.com/view/book/397/>

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре.-17-е изд., стер.- Спб.: Лань, 2008.- 288с. <http://e.lanbook.com/view/book/399/>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

бесплатный ресурс для студентов. - <http://math24.ru/index.html>

справочник математических формул. - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. -

[www.newlibrary.ru/book/kurosh\\_a\\_g/kurs\\_vysshei\\_algebry.html](http://www.newlibrary.ru/book/kurosh_a_g/kurs_vysshei_algebry.html)

2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. - <http://rutracker.org/forum/viewtopic.php?t=3056928>

3. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. - <http://bookinist.net/books/bookid-3307.html>

4. Бурбаки Н. Алгебра. Часть 1. Алгебраические структуры. Линейная и полилинейная алгебра. - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

1. На кафедре высшей математики и математического моделирования имеется собственный кафедральный фонд книг (свыше 700 книг).
2. На кафедре имеется оборудование, позволяющее размножить брошюровать методические пособия и учебники.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии .

Автор(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.