

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Многочлены многих переменных БЗ+.ДВ.5

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика и Иностранный язык (английский)

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киндер М.И.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,  
mkinder@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

- познакомить студентов с обобщением теории многочленов от одной переменной;
- познакомить студентов с различными подходами к построению теории многочленов от нескольких переменных.
- познакомить студентов с важным классом многочленов от нескольких переменных - классом симметрических многочленов;
- продемонстрировать студентам возможность применения идей теории симметрических многочленов к решению задач элементарной математики;
- научить студентов проявлять самостоятельность и творческий подход в овладении математическими знаниями.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " БЗ+.ДВ.5 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 5 курсе, 10 семестр.

Курс 'Многочлены многих переменных' является естественным продолжением расширением раздела 'Многочлены от одной переменной', который изучается во 2-м семестре в рамках дисциплины 'Алгебра'. Важной частью, теории многочленов от нескольких переменных является теория симметрических многочленов, идеи которой находят применение при решении некоторых типов задач школьной математики, например таких как решение систем уравнений высших степеней, решение иррациональных уравнений и т.п., поэтому рассмотрение теории многочленов от нескольких неизвестных и ее приложений актуально для студентов-математиков педагогического отделения.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-01 (профессиональные компетенции)	Владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом;
СПК-02 (профессиональные компетенции)	ладение культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способность понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, способность пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания;

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-03 (профессиональные компетенции)	Способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики;
СПК-04 (профессиональные компетенции)	Владение математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способность пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- способы решения алгебраических уравнений и систем уравнений;
- способы разложения симметрических многочленов на множители;
- способы доказательства неравенств, связанных с симметрическими многочленами.

2. должен уметь:

- раскладывать на множители симметрические многочлены и многочлены, сводящиеся к ним с помощью замены переменных;
- решать системы алгебраических уравнений и симметрические системы уравнений;
- определять, имеют ли заданные многочлены общие корни.

3. должен владеть:

- основами и аппаратом теории многочленов нескольких переменных для решения задач школьной математики по теме 'Многочлены'.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- решать типовые математические задачи курса;
- использовать основные факты и методы теории многочленов от нескольких переменных в своей профессиональной деятельности;
- применять методы теории симметрических многочленов для решения задач школьной алгебры.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 10 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Кольцо многочленов от нескольких неизвестных. Лексикографическое расположение членов многочлена.	10	1	2	0	4	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Кольцо симметрических многочленов от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены.	10	2	2	0	4	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Представление симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.	10	3	2	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Разложение симметрических многочленов нескольких переменных на множители. Степенные суммы.	10	4	2	0	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Решение симметрических систем уравнений.	10	5	2	0	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Решение иррациональных уравнений и систем уравнений.	10	6	2	0	4	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Доказательство симметрических неравенств.	10	7	2	0	4	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Результат и дискриминант.	10	8	2	0	4	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Применение результата к решению систем уравнений от нескольких неизвестных.	10	9	2	0	4	Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	10		0	0	0	Зачет
	Итого			18	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Кольцо многочленов от нескольких неизвестных. Лексикографическое расположение членов многочлена.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Построение кольца многочленов от нескольких переменных. Лексикографический порядок. Высший член многочлена. Высший член произведения многочленов.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Решение задач на определение высшего члена произведения многочленов от нескольких переменных.

**Тема 2. Кольцо симметрических многочленов от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определения симметрического многочлена. Построение кольца симметрических многочленов. Элементарные симметрические многочлены. Лемма о высшем члене симметрического многочлена.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Симметрические многочлены. Лемма о высшем члене симметрического многочлена. Задачи на доказательство симметричности многочлена, дополнения заданного многочлена до симметрического. Теорема Виета.

### **Тема 3. Представление симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема о единственности представления симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Алгоритм представления однородного симметрического многочлена через элементарные. Случай неоднородного симметрического многочлена.

### **Тема 4. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Разложение симметрических многочленов нескольких переменных на множители. Степенные суммы.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Представление симметрических многочленов через элементарные. Разложение на множители многочлена, который зависит от переменных в виде элементарных симметрических многочленов. Случай однородных и неоднородных симметрических многочленов.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Разложение на множители симметрических многочленов различного вида. Степенные суммы. Разложение на множители однородных симметрических многочленов, содержащих степенные суммы.

### **Тема 5. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Решение симметрических систем уравнений.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Симметрические системы уравнений. Вспомогательный многочлен от корней.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение симметрических систем уравнений.

### **Тема 6. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Решение иррациональных уравнений и систем уравнений.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Приложение теории симметрических многочленов к решению иррациональных уравнений и систем уравнений. Сведение к случаю систем для симметрических многочленов.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение иррациональных уравнений и систем уравнений. Замены переменных и сведение к системе уравнений с симметрическими многочленами.

### **Тема 7. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Доказательство симметрических неравенств.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Оценки и неравенства между элементарными симметрическими многочленами и их комбинациями.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Применение основных неравенств между элементарными симметрическими многочленами. Доказательство неравенств между комбинациями элементарными симметрическими многочленами..

### **Тема 8. Результат и дискриминант.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Результат двух многочленов. Основное свойство результата. Ранг матрица, связанной с результатом двух многочленов.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление результата двух многочленов. Свойства результата.

## Тема 9. Применение результата к решению систем уравнений от нескольких неизвестных.

### лекционное занятие (2 часа(ов)):

Результат. Решение системы двух уравнений с двумя неизвестными. Дискриминант. Общие корни двух (или трёх) заданных многочленов.

### лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение систем алгебраических уравнений от двух переменных с помощью результата. Решение задач на определение значений параметра, при которых данные многочлены будут иметь общие корни.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Кольцо многочленов от нескольких неизвестных. Лексикографическое расположение членов многочлена.	10	1	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Кольцо симметрических многочленов от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены.	10	2	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Представление симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.	10	3	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Разложение симметрических многочленов нескольких переменных на множители. Степенные суммы.	10	4	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Решение симметрических систем уравнений.	10	5	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Решение иррациональных уравнений и систем уравнений.	10	6	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Доказательство симметрических неравенств.	10	7	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Результат и дискриминант.	10	8	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Применение результата к решению систем уравнений от нескольких неизвестных.	10	9	подготовка домашнего задания	8	Письменное домашнее задание
	Итого				54	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, в форме эвристической беседы и дискуссии, технологии модульного обучения, проектная деятельность.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Кольцо многочленов от нескольких неизвестных. Лексикографическое расположение членов многочлена.

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Расположить в лексикографическом порядке слагаемые многочлена от нескольких переменных. Понятие элементарного симметрического многочлена.

## **Тема 2. Кольцо симметрических многочленов от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Элементарные симметрические многочлены. Выразить данный однородный симметрический многочлен через элементарные.

## **Тема 3. Представление симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выразить данный неоднородный симметрический многочлен через элементарные.

## **Тема 4. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Разложение симметрических многочленов нескольких переменных на множители. Степенные суммы.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разложить данный симметрический многочлен на множители. Представить данные степенные суммы через элементарные симметрические многочлены.

## **Тема 5. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Решение симметрических систем уравнений.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

С помощью элементарных симметрических многочленов решить систему уравнений, в которую входят симметрические многочлены.

## **Тема 6. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Решение иррациональных уравнений и систем уравнений.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решение иррациональных уравнений и систем уравнений путем замены переменных и сведения к симметрической.

## **Тема 7. Приложение теории симметрических многочленов к школьной алгебре. Доказательство симметрических неравенств.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство неравенств для элементарных симметрических многочленов и их комбинаций.

## **Тема 8. Результат и дискриминант.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Выяснить, имеют ли данные многочлены общие корни, и если имеют, найти их. При каких значениях параметра, входящего в один из двух заданных многочленов, эти многочлены имеют общий корень.

## **Тема 9. Применение результата к решению систем уравнений от нескольких неизвестных.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

С помощью результата решить систему алгебраических уравнений от двух переменных.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

1. Действия над многочленами от нескольких переменных. Свойства.
2. Построение кольца многочленов от  $n$  переменных, как расширение кольца многочленов от  $n-1$  переменной.
3. Лексикографический порядок. Свойства.
4. Теорема о высшем члене произведения многочленов.
5. Симметрические многочлены. Действия над симметрическими многочленами.
6. Кольцо симметрических многочленов.
7. Свойство высшего члена симметрического многочлена.

8. Теорема о представлении симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.
9. Теорема о единственности представления симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.
10. Результат двух многочленов. Свойства.
11. Представление результата в виде определителя.
12. Критерий существования общего корня у двух многочленов от одной переменной.
13. Дискриминант. Применение к решению вопроса о существовании кратных корней многочлена.

### 7.1. Основная литература:

1. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2007. - 416 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/397>
2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учеб. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2013. - 432 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/30198>
3. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре. [Электронный ресурс] : учеб. / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2008. - 288 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/399>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учеб. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2009. - 368 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев, Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2009. - 192 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/290>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

A collection of computer algebra systems - <http://www.computeralgebra.nl/systemsoverview/special/systems.html>  
Curriculum and Assessment in an Age of Computer Algebra Systems - <https://www.ericdigests.org/2003-1/age.htm>  
WolframAlpha: Computational knowledge engine. - <http://www.wolframalpha.com/input/?i=polynomials>  
WolframMathWorld - <http://mathworld.wolfram.com/>  
Система компьютерной алгебры - [https://wiki2.org/ru/Система\\_компьютерной\\_алгебры](https://wiki2.org/ru/Система_компьютерной_алгебры)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Многочлены многих переменных" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика и Иностранный язык (английский).

Автор(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.