

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Основы тензорного анализа и группы Ли БЗ+.ДВ.1

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Игнатъев Ю.Г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от "___" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Игнатьев Ю.Г. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования , Ignatev-Yurii@mail.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "Основы тензорного анализа и группы Ли" является овладение современным математическим аппаратом теории групп Ли и тензорного анализа.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " БЗ+.ДВ.1 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 5 курсе, 9 семестр.

Дисциплина "Основы тензорного анализа и группы Ли" является продолжением курса "Дифференциальная геометрия" бакалавриата.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин:

математический анализ, алгебра, а также знания и умения, полученные при освоении дисциплины: дифференциальная геометрия.

Освоение дисциплины "Основы тензорного анализа и группы Ли" необходимо при последующем изучении специальных курсов.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и методы теории групп Ли и тензорного анализа, формулировки утверждений и методы их доказательства, основные области их приложений.

2. должен уметь:

решать задачи теоретического характера в дифференциальной геометрии и тензорного анализа.

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальной геометрии и тензорного анализа, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Понимать идеи, цели и задачи предмета, его связь с другими математическими дисциплинами.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 9 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Непрерывные группы преобразований и алгебры Ли.	9	1-4	4	0	8	Устный опрос
2.	Тема 2. Обобщённые движения в римановых пространствах.	9	5-8	4	0	8	Устный опрос
3.	Тема 3. Тензорная алгебра. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора и закон их преобразования. Примеры тензоров. Линейные операции с тензорами. Тензорное умножение. Операция свертывания. Кососимметричные тензоры (внешние формы), их внешнее (косое) умножение. Тензоры в евклидовом пространстве.	9	9-13	4	0	10	Устный опрос
4.	Тема 4. Тензорный анализ на многообразиях и аффинные связности. Понятие гладкого многообразия. Касательное и кокасательное пространства. Тензорные поля на многообразии. Объект связности и ковариантное дифференцирование. Уравнения параллельного перенесения. Дифференциальные операторы в теории поля.	9	14-18	6	0	10	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	9		0	0	0	Зачет
	Итого			18	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Непрерывные группы преобразований и алгебры Ли.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Инфинитезимальный оператор группы. Представление группы с помощью экспоненциального отображения. Инварианты группы и инвариантные многообразия. Дефект инвариантности многообразия относительно группы.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Нахождение инвариантов групп и построение с их помощью инвариантных многообразий. Представление группы с помощью экспоненциального отображения.

Тема 2. Обобщённые движения в римановых пространствах.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Непрерывные группы преобразований в римановых пространствах. Преобразования, сохраняющие гармонические координаты. Группы обобщённых движений.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Примеры непрерывных групп преобразований в римановых пространствах. Обобщённые движения в римановых пространствах.

Тема 3. Тензорная алгебра. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора и закон их преобразования. Примеры тензоров. Линейные операции с тензорами. Тензорное умножение. Операция свертывания. Кососимметричные тензоры (внешние формы), их внешнее (косое) умножение. Тензоры в евклидовом пространстве.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Тензорная алгебра. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора и закон их преобразования. Примеры тензоров. Линейные операции с тензорами. Тензорное умножение. Кососимметричные тензоры (внешние формы), их внешнее (косое) умножение. Тензоры в евклидовом пространстве.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Координаты тензора и закон их преобразования. Линейные операции с тензорами. Тензорное умножение и операция свертывания. Кососимметричные тензоры.

Тема 4. Тензорный анализ на многообразиях и аффинные связности. Понятие гладкого многообразия. Касательное и кокасательное пространства. Тензорные поля на многообразии. Объект связности и ковариантное дифференцирование. Уравнения параллельного перенесения. Дифференциальные операторы в теории поля.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Тензорный анализ на многообразиях и аффинные связности. Понятие гладкого многообразия. Касательное и кокасательное пространства. Тензорные поля на многообразии. Объект связности и ковариантное дифференцирование. Уравнения параллельного перенесения. Дифференциальные операторы в теории поля.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Касательное и кокасательное пространства. Объект связности и ковариантное дифференцирование. Тензорные поля на многообразии.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Непрерывные группы преобразований и алгебры Ли.	9	1-4	подготовка к устному опросу	20	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Обобщённые движения в римановых пространствах.	9	5-8	подготовка к устному опросу	20	устный опрос
3.	Тема 3. Тензорная алгебра. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора и закон их преобразования. Примеры тензоров. Линейные операции с тензорами. Тензорное умножение. Операция свертывания. Кососимметричные тензоры (внешние формы), их внешнее (косое) умножение. Тензоры в евклидовом пространстве.	9	9-13	подготовка к устному опросу	24	устный опрос
4.	Тема 4. Тензорный анализ на многообразиях и аффинные связности. Понятие гладкого многообразия. Касательное и кокасательное пространства. Тензорные поля на многообразии. Объект связности и ковариантное дифференцирование. Уравнения параллельного перенесения. Дифференциальные операторы в теории поля.	9	14-18	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	18	устный опрос
Итого					90	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий. Освоение курса "Основы тензорного анализа и группы Ли" предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и интерактивных форм проведения занятий с использованием программ Maxima и Mathematica.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Непрерывные группы преобразований и алгебры Ли.

устный опрос , примерные вопросы:

Решение задач из теории абстрактных групп, алгебр Ли, решение задач из теории непрерывных групп преобразований. устный опрос , примерные вопросы: Формулировка основных определений и теорем теории абстрактных групп, алгебр Ли, теории непрерывных групп преобразований.

Тема 2. Обобщённые движения в римановых пространствах.

устный опрос , примерные вопросы:

Ответы на вопросы: что такое обобщённые движения в римановых пространствах, что такое непрерывные группы преобразований в римановых пространствах, преобразования, сохраняющие гармонические координаты. Группы обобщённых движений. Формулировка понятий о группе конформных преобразований и группе преобразований риманова пространства с дефектом инвариантности.

Тема 3. Тензорная алгебра. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора и закон их преобразования. Примеры тензоров. Линейные операции с тензорами. Тензорное умножение. Операция свертывания. Кососимметричные тензоры (внешние формы), их внешнее (косое) умножение. Тензоры в евклидовом пространстве.

устный опрос , примерные вопросы:

Координаты тензора и закон их преобразования. Линейные операции с тензорами. Тензорное умножение и операция свертывания. Кососимметричные тензоры.

Тема 4. Тензорный анализ на многообразиях и аффинные связности. Понятие гладкого многообразия. Касательное и кокасательное пространства. Тензорные поля на многообразии. Объект связности и ковариантное дифференцирование. Уравнения параллельного перенесения. Дифференциальные операторы в теории поля.

контрольная работа , примерные вопросы:

Координаты тензора и закон их преобразования. Линейные операции с тензорами. Тензорное умножение и операция свертывания. Кососимметричные тензоры. Касательное и кокасательное пространства. Объект связности и ковариантное дифференцирование. Тензорные поля на многообразии.

устный опрос, примерные вопросы:

Касательное и кокасательное пространства. Объект связности и ковариантное дифференцирование. Тензорные поля на многообразии.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету:

непрерывные группы преобразований в римановых пространствах,
инфинитезимальный оператор группы,
преобразования, сохраняющие гармонические координаты,
группы обобщённых движений,
представление группы с помощью экспоненциального отображения,
группа конформных преобразований,
инварианты группы и инвариантные многообразия,
группы преобразований риманова пространства с дефектом инвариантности,
дефект инвариантности многообразия относительно группы,
движения в римановых пространствах, уравнения Киллинга,
группа конформных преобразований и обобщенные уравнения Киллинга,

сложение и тензорное умножение,
тензорное умножение и операция свертывания,
кососимметричные тензоры,
операции симметрии,
метрический и дискриминантный тензоры,
криволинейные координаты,
параллельное перенесение,
ковариантная производная,
символы Кристоффеля,
тензор кривизны.

7.1. Основная литература:

1. Малахальцев, Михаил Арменович. Сборник задач по тензорному анализу : методическое пособие / М. А. Малахальцев, В. Е. Фомин ; Казан. гос. ун-т .- Казань : Изд-во Казанского государственного университета, 2008 .- 91 с.
2. Хамермеш, Мортон. Теория групп и ее применение к физическим проблемам : перевод с английского / М. Хамермеш ; Пер. Ю. А. Данилова -Издание 3-е .- Москва : Либликом, 2010 .- 584 с.
3. Шаров Г. А. Векторное, матричное и тензорное исчисление: Справочник для технических университетов: Учебное пособие / Г.А. Шаров. - Долгопрудный: Интеллект, 2014. - 368 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=486430>
4. Александров А. Д. Геометрия: учебник: Учебник / Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. - СПб:БХВ-Петербург, 2010. - 612 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=350711>
5. Каргаполов, М.И. Основы теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 288 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/177>.

7.2. Дополнительная литература:

1. Абрамов, Александр Александрович. Введение в тензорный анализ и риманову геометрию: Лекции кафедры высшей математики МФТИ : учебное пособие для студентов вузов по направлению 'Приклад. математика и физика' / А. А. Абрамов .- Москва : Физматлит, 2001 .- 111 с.
2. Анчиков, Анатолий Михайлович. Основы векторного и тензорного анализа : учебно-методическое пособие / А. М. Анчиков .- Казань : КГУ, 2006 .- 161 с.
3. Атанасян, Л.С. Геометрия Лобачевского [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. ? Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2017. - 467 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/94096>.
4. Новиков, С.П. Современные геометрические структуры и поля [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С.П. Новиков, И.А. Тайманов. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2005. - 584 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9379>.

7.3. Интернет-ресурсы:

В . А . ПАЛЬМОВ ЭЛЕМЕНТЫ ТЕНЗОРНОЙ АЛГЕБРЫ И ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА - http://fea.ru/spaw2/uploads/files/Palmov/p_109.pdf

Игнатъев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II.Аффинные и евклидовы пространства. - http://vuz.exponenta.ru/PDF/book/AffEvkl_13.pdf

Игнатъев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве - http://vuz.exponenta.ru/PDF/book/DifGeo13_14pt-dv.pdf

Лекции по дифференциальной геометрии и топологии - <http://dfgm.math.msu.su/materials.php>

Ю.Г. Игнатъев, Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple - http://vuz.exponenta.ru/PDF/book/mmm_eor-s.pdf

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Основы тензорного анализа и группы Ли" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде .

Автор(ы):

Игнатъев Ю.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. _____

"__" _____ 201__ г.