

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт физики



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Гаурский

_____» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Дискретная математика Б1.Б.10

Направление подготовки: 09.03.04 - Программная инженерия

Профиль подготовки: Технология проектирования аппаратно-программных информационных систем

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Мухарлямов Р.К.

Рецензент(ы):

Попов А.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Сушков С. В.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No 6189119

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Мухарлямов Р.К. Кафедра теории относительности и гравитации Отделение физики, Ruslan.Muharlyamov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

- * знать основные положения теории графов и теории чисел;
- * овладеть методами решения соответствующих задач;
- * уметь использовать эти методы при работе с конкретными приложениями и программами.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.10 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 09.03.04 Программная инженерия и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Курс лекций 'Дискретная математика' состоит из разделов: Теория графов и Основы теории чисел.

Для изучения данного курса требуется успешное освоение предшествующих дисциплин математического цикла (Математический анализ, Аналитическая геометрия, Линейная алгебра). Курс может быть полезен для дальнейшего освоения других дисциплин учебного плана (Методы математической физики, Техника радиоспектроскопии, Основы теории спектров электронного магнитного резонанса, Симметрия кристаллов, Математические методы физики фракталов и другие)

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-12 (общекультурные компетенции)	навыки работы с компьютером
ОК-15 (общекультурные компетенции)	способность к письменной и устной коммуникации на русском языке
ОК-16 (общекультурные компетенции)	знание иностранного языка
ПК-1 (профессиональные компетенции)	определение общих форм, закономерностей и инструментальных средств отдельной предметной области
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умение понять поставленную задачу
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умение формулировать результат
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умение строго доказать утверждение

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

знать основные положения теории графов и теории чисел;

2. должен уметь:

уметь использовать эти методы при работе с конкретными приложениями и программами.

3. должен владеть:

овладеть методами решения соответствующих задач;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Решать основные задачи теории графов и теории чисел, уметь находить основные характеристики графа, решать линейные и квадратичные сравнения

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Операции над графами.	1	1	0	0	2	Устный опрос
2.	Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы.	1	2	0	0	2	Устный опрос
3.	Тема 3. Расстояние в графах.	1	3	0	0	3	Устный опрос
4.	Тема 4. Деревья и леса.	1	4	0	0	3	Устный опрос
5.	Тема 5. Обходы графов.	1	5	8	0	2	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
6.	Тема 6. Линейная алгебра на графах.	1	6	8	0	2	Устный опрос
7.	Тема 7. Реализация графов.	1	7	8	0	2	Устный опрос
8.	Тема 8. Раскрашивание графов	1	8	12	0	2	Контрольная работа
9.	Тема 9. Числа. Делимость целых чисел.	2	9	4	0	4	Устный опрос
10.	Тема 10. Разложения целого числа на сомножители.	2	10	4	0	4	Устный опрос
11.	Тема 11. Алгоритм деления чисел.	2	11	4	0	4	Устный опрос
12.	Тема 12. Совершенные числа.	2	12	4	0	4	Устный опрос
13.	Тема 13. Сравнения.	2	13	4	0	4	Устный опрос
14.	Тема 14. Сравнения. Продолжение.	2	14	4	0	4	Устный опрос
15.	Тема 15. Большая теорема Ферма.	2	15	4	0	4	Устный опрос
16.	Тема 16. Приложения теории чисел.	2	16	8	0	8	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			72	0	54	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Операции над графами.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

История возникновения понятия графа. Геометрическое представление графа. Математическое определение графа. Элементы графа. Различные виды графов и их свойства: орграф, мультиграф, псевдограф, двудольные графы. Лемма о рукопожатиях. Одноместные операции над графами: добавление, удаление ребра, удаление вершины, стягивание ребра, расщепление вершины. Двуместные операции: дополнение графа, объединение, соединение, произведение графов. Практика: Vasudev, Graph theory with applications, стр. 99-103, задачи 1-15

Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Определение связности графов. Компоненты связности. Необходимое и достаточное условие связности графа. Сильная связность в орграфах. Вершинная и реберная связность. Определения цепи, маршрута, цикла графов. Их свойства. Практика: Vasudev, Graph theory with applications, стр. 104, задачи 21-32, стр. 357, задачи 1-9, стр. 460, задачи 1-10

Тема 3. Расстояние в графах.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Понятие расстояния в графах. Радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера. Практика: Diestel, Graph Theory 3rd ed, стр. 30, задачи 1-12

Тема 4. Деревья и леса.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Понятия дерева и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева. Ордерство и его характеристики. Практика: Vasudev, Graph theory with applications, стр. 266, задачи 1-13

Тема 5. Обходы графов.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Графы с циклами. Понятия Гамильтонова и Эйлера графов. Теоремы Дирака и Эйлера. Алгоритм построения Эйлера цикла.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Vasudev, Graph theory with applications, стр. 105-106, задачи 33-42

Тема 6. Линейная алгебра на графах.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Матричное представление графов: матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Diestel, Graph Theory 3rd ed, стр. 31-32, задачи 24-35

Тема 7. Реализация графов.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Понятие укладки графа в пространстве. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Грани плоского графа. Формула Эйлера и ее следствия. Критерии планарности графа. Теорема Куратовского. Плоско-двойственные графы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Vasudev, Graph theory with applications, стр. 186-187, задачи 1-15

Тема 8. Раскрашивание графов

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Раскрашивание вершин, ребер и граней. Теоремы о 5-и и 4-х красках. Оценки раскрашиваемости графов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Diestel, Graph Theory 3rd ed, стр. 133-134, задачи 1-10

Тема 9. Числа. Делимость целых чисел.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Множества чисел: целые числа, рациональные и иррациональные числа, натуральный ряд. Операции над множествами. Делимость целых. Теорема о делении. Простые и составные числа. Свойства делителей.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Множества чисел: целые числа, рациональные и иррациональные числа, натуральный ряд. Операции над множествами. Делимость целых. Теорема о делении. Простые и составные числа. Свойства делителей. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 11, задачи 1-3.

Тема 10. Разложения целого числа на сомножители.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения числа на сомножители Каноническое разложение числа.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения числа на сомножители Каноническое разложение числа. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 16-18, задачи 1-9, стр. 38-41, задачи 1-2.

Тема 11. Алгоритм деления чисел.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Признаки делимости.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Признаки делимости. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 20-21, задачи 1-3, стр. 24, задачи 1-3

Тема 12. Совершенные числа.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Недостаточные и избыточные числа. Совершенные числа. Условие совершенности. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Недостаточные и избыточные числа. Совершенные числа. Условие совершенности. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 44-46, задачи 1-3

Тема 13. Сравнения.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие сравнения. Необходимое и достаточное условие сравнимости целых чисел. Свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Понятие сравнения. Необходимое и достаточное условие сравнимости целых чисел. Свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 59-63, задачи 1-15

Тема 14. Сравнения. Продолжение.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 48-51, задачи 1-4, стр. 67-68, задачи 1-4, стр. 72-74, задачи 1-4

Тема 15. Большая теорема Ферма.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Формулировка большой теоремы Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4. Описание доказательства, метод бесконечного спуска.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Формулировка большой теоремы Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4. Описание доказательства, метод бесконечного спуска. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 48-51, задачи 1-4, стр. 80-98,

Тема 16. Приложения теории чисел.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

RSA-шифрование. Вычисление остатков от деления, схема Диффи-Хелмана.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

RSA-шифрование. Вычисление остатков от деления, схема Диффи-Хелмана. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 110-112, задачи 1-8

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Операции над графами.	1	1	подготовка к письменному опросу	12	Письменный опрос
2.	Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы.	1	2	подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
3.	Тема 3. Расстояние в графах.	1	3	подготовка к письменному опросу	12	Письменный опрос
4.	Тема 4. Деревья и леса.	1	4	подготовка к устному опросу	12	устный опрос
5.	Тема 5. Обходы графов.	1	5	подготовка к устному опросу	12	устный опрос
6.	Тема 6. Линейная алгебра на графах.	1	6	подготовка к письменному опросу	12	Письменный опрос
7.	Тема 7. Реализация графов.	1	7	подготовка к устному опросу	18	устный опрос

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Числа. Делимость целых чисел.	2	9	подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
10.	Тема 10. Разложения целого числа на сомножители.	2	10	подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
11.	Тема 11. Алгоритм деления чисел.	2	11	подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
12.	Тема 12. Совершенные числа.	2	12	подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
13.	Тема 13. Сравнения.	2	13	подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
14.	Тема 14. Сравнения. Продолжение.	2	14	подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
15.	Тема 15. Большая теорема Ферма.	2	15	подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
16.	Тема 16. Приложения теории чисел.	2	16	подготовка к контрольной работе	8	Контрольная работа
	Итого				126	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Применение проектора и ноутбука для чтения лекций.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Операции над графами.

Письменный опрос , примерные вопросы:

Определить тип предъявленного графа. Найти произведение, сумму, связную сумму графов

Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы.

Устный опрос , примерные вопросы:

Найти у предъявленного графа связность, реберную связность

Тема 3. Расстояние в графах.

Письменный опрос , примерные вопросы:

Найти между вершинами предъявленного графа расстояние

Тема 4. Деревья и леса.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти остовное дерево графа (2 алгоритма)

Тема 5. Обходы графов.

устный опрос , примерные вопросы:

Определить, гамильтонов или эйлеров ли граф

Тема 6. Линейная алгебра на графах.

Письменный опрос , примерные вопросы:

Найти базис пространств разрезов и циклов графа

Тема 7. Реализация графов.

устный опрос , примерные вопросы:

Определить планарность графа, найти плоско-двойственный граф

Тема 8. Раскрашивание графов

Тема 9. Числа. Делимость целых чисел.

Устный опрос , примерные вопросы:

Теорема о делении. Делитель. Свойства: рефлексивность, транзитивность.

Тема 10. Разложения целого числа на сомножители.

Устный опрос , примерные вопросы:

Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение числа.

Тема 11. Алгоритм деления чисел.

Устный опрос , примерные вопросы:

Метод Евклида. Признаки делимости

Тема 12. Совершенные числа.

Устный опрос , примерные вопросы:

Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна

Тема 13. Сравнения.

Устный опрос , примерные вопросы:

Сравнимые числа. Рефлексивность, симметричность и транзитивность отношения сравнимости

Тема 14. Сравнения. Продолжение.

Устный опрос , примерные вопросы:

Основные теоремы о сравнимых числах. Системы вычетов

Тема 15. Большая теорема Ферма.

Устный опрос , примерные вопросы:

Функция Эйлера и Ферма. Малая теорема Ферма. Большая теорема Ферма.

Тема 16. Приложения теории чисел.

Контрольная работа , примерные вопросы:

RSA-шифрование, вычисление остатков от деления

Итоговая форма контроля

зачет (в 1 семестре)

Итоговая форма контроля

экзамен (в 2 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Зачёт

Число ребер K^n .

1. Кубический граф. Пусть $d \in \mathbb{N}$ и $V = \{0, 1\}^d$. Ребро соединяет две вершины V тогда и только тогда, когда число разных координат двух вершин равно 1. Найти

1.1. число ребер;

1.2. степень;

1.3. диаметр;

- 1.4. радиус такого графа.
2. Показать, что $\mathrm{rad}(G) \leq \mathrm{diam}(G) \leq 2 \mathrm{rad}(G)$.
3. Показать, что каждый двусвязный граф содержит цикл.
4. Найти $k(G)$ и $\lambda(G)$ для
 - 4.1. P^k ;
 - 4.2. C^k ;
 - 4.3. K^k ;
 - 4.4. $K_{\{m, n\}}$.
5. Найти связность n -мерного куба.
6. Доказать, что для любого нетривиального графа $k(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$.
7. Существует ли такая функция $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, что для каждого $k \in \mathbb{N}$ граф минимальной степени $f(k)$ k -связен?
8. Доказать, что каждое дерево T имеет как минимум $\Delta(T)$ листьев.
9. Доказать, что "древесный порядок", ассоциированный с корневым деревом T действительно определяет отношение частичного порядка на $V(T)$.
10. Пусть G --- связный граф, и $r \in V(G)$. Начиная с r перейдем вдоль ребра графа G к еще не посещенной вершине. Если такой вершины нет, возвращаемся по ребру, которое было пройдено при первом посещении вершины. Остановка при повторном посещении r . Доказать, что пройденные ребра составляют нормальное дерево графа G с корнем r .
11. Пусть \mathcal{T} --- такое семейство поддеревьев дерева T , что попарное пересечение любых двух непусто. Доказать, что тогда и пересечение всех таких поддеревьев непусто.
12. Доказать, что каждый автоморфизм дерева оставляет неподвижным минимум одну либо вершину, либо ребро (или и то и другое).
13. Всегда ли классы разбиения регулярного двусоставного графа одного размера?
14. Доказать, что граф двусоставен тогда и только тогда, когда каждый индуцированный цикл имеет четную длину.
15. Доказать, что элементами пространства циклов графа G являются объединения семейств ребер непересекающихся по ребрам циклов G , и только они.
16. Доказать, что циклы и разрезы графа вместе порождают все пространство ребер, или найти контрпример.
17. Каковы размерности пространств графа с k компонентами
 - 17.1. циклов;
 - 17.2. разрезов.
18. Доказать, что в неориентированном графе число вершин с нечетной степенью четно.

Экзамен

1. Доказать, что неориентированный связный граф остается связным после удаления некоторого ребра тогда и только тогда, когда это ребро принадлежит некоторому циклу графа.
2. Доказать, что связный неориентированный граф с n вершинами
 - 2.1. Содержит не менее $n-1$ ребер;
 - 2.2. если содержит больше, чем $n-1$ ребер, то содержит и минимум один цикл.
3. Доказать, что каждый граф можно вложить в \mathbb{R}^3 так, что все ребра --- прямые линии.

4. Вывести формулу Эйлера для несвязных графов.
5. Пусть связный граф G содержит n вершин, m ребер и цикл минимальной возможной длины g . Доказать, что $m \leq g(n-2)/(g-2)$.
6. Доказать, что каждый планарный граф --- объединение трех лесов.
7. Доказать, что каждый планарный граф изоморфен планарному графу с ребрами --- прямыми линиями.
8. Существует ли для каждого планарного графа такая реализация на плоскости, что все внутренние грани --- выпуклые многогранники.
9. Доказать, что двусвязный планарный граф двусоставен тогда и только тогда, когда каждая грань ограничена четным циклом.
10. Как выглядит граф, плоско-двойственный планарному дереву.
11. Доказать, что плоско-двойственный планарному мультиграфу граф связан.
12. Доказать, что связный граф $G=(V, E)$ планарен тогда и только тогда, когда существует такой связный мультиграф $G'=(V', E')$, что для каждого подмножества $F \subseteq E$ граф (V, F) дерево тогда и только тогда, когда $(V', E' \setminus F)$ дерево.
13. Доказать, что два плоско-двойственных планарному мультиграфу комбинаторно изоморфны.
14. Пусть G, G^* --- взаимно двойственные планарные графы. Пусть B_1, \dots, B_n --- блоки G . Доказать, что B_1^*, \dots, B_n^* --- блоки G^* .
15. Доказать, что если G^* абстрактно двойственен мультиграфу G , то и G абстрактно двойственен G^* .
16. Доказать, что теорема о четырех красках действительно решает задачу о раскраске карт. Верно ли обратное --- влечет ли возможность раскраски каждой карты в четыре цвета теорему о четырех красках?
17. Доказать, что для решения задачи о раскраске карт достаточно рассматривать такие карты, что ни одна точка не лежит на общей границе более чем трех стран. Как это влияет на доказательство теоремы о четырех красках.
18. Попытайтесь доказать теорему о четырех красках по аналогии с теоремой о пяти красках. Где доказательство не проходит?
19. Выразить хроматическое число графа через хроматические числа блоков графа.
20. Доказать, что в полном неориентированном графе K_n каждое ребро принадлежит ровно $n-2$ треугольникам.
21. Доказать, что для каждого графа G существует такой порядок на множестве вершин, что "жадный алгоритм" использует только $\chi(G)$ красок.
22. Для любого $n > 1$ найти двусоставный граф с $2n$ вершинами, упорядочеными так, что "жадный алгоритм" использует $2n$ красок вместо двух.
23. k -хроматический граф называется критически k -хроматическим, если для каждой вершины $v \in V(G)$ $\chi(G-v) < k$. Доказать, что каждый критически k -хроматический граф имеет критически k -хроматический индуцированный подграф, минимальная степень которого не ниже $k-1$.
24. Описать критические 3 -хроматические графы.
25. Доказать, что каждый критический k -хроматический граф $k-1$ -реберно связан.
26. Описать класс графов G , для которых $P_G(k) = k(k-1)^{n-1}$.
27. Для любого $k \in \mathbb{N}$ построить k -хроматический граф без треугольников.

7.1. Основная литература:

1. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. Изд.: 'Лань' . - 2009, - 6-е изд., стер. 400 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/220>
2. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие / В.Б. Алексеев. - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 90 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=278874>

7.2. Дополнительная литература:

1. Асанов М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы / Асанов М.О. Баранский В.А., Расин В.В. Изд.: 'Лань'. - 2-е изд. испр. и доп., 2010, - 368 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/536>
2. Мальцев, И.А. Дискретная математика: электронно-библиотечная система: сайт / И.А. Мальцев. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 304 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/638>
3. Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 224 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=376152>

7.3. Интернет-ресурсы:

Лабораторные работы на тему "Основы Теории Графов" для учеников средней школы и студентов Вузов Т.С. Золотарева - <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/zolotareva/main.asp>
Основы теории графов: Учебник - <http://window.edu.ru/resource/884/70884>
Сборник задач по дискретной математике - <http://window.edu.ru/resource/609/73609>
Учебное пособие Кафедры математической теории интеллектуальных систем МГУ им. М.В. Ломоносова - <http://intsys.msu.ru/staff/vnosov/combgraph.htm>
Электронный учебник по дисциплине: "Дискретная математика" - http://de.ifmo.ru/bk_netra/start.php?bn=23

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Ноутбук, проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 09.03.04 "Программная инженерия" и профилю подготовки Технология проектирования аппаратно-программных информационных систем .

Автор(ы):

Мухарлямов Р.К. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. _____

"__" _____ 201__ г.