

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_\_" 20\_\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Современные методы аппроксимации

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

## **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Даутов Р.З. (кафедра вычислительной математики, отделение прикладной математики и информатики), Rafail.Dautov@gmail.com

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОПК-2	способностью разрабатывать эффективные математические методы решения задач естествознания, техники, экономики и управления
ПК-4	способностью к профессиональной эксплуатации современного оборудования и приборов (в соответствии с целями ООП магистратуры)
ПК-7	способностью разрабатывать и исследовать математические модели объектов, систем, процессов и технологий, предназначенных для проведения расчетов, анализа, подготовки решений
ПК-8	способностью разрабатывать наукоемкое программное обеспечение работы конкретного предприятия
ПК-9	способностью и готовностью проводить научные эксперименты, оценивать результаты исследований

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

теоретические знания о понятиях и задачах, связанных с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.

Должен уметь:

определять слабые решения краевых задач математической физики для эллиптических уравнений второго порядка.

Должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

Должен демонстрировать способность и готовность:

умение строить схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.

## **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.Од.3 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.04 "Прикладная математика (Математическое моделирование)" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

## **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 18 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий****4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка.	3	0	1	1	4
2.	Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.	3	0	1	1	4
3.	Тема 3. Метод Ритца. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями.	3	0	1	1	4
4.	Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбла-Гильберта.	3	0	1	1	4
5.	Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи. Интерполяция в $R^n$ . Разрешимость задачи.	3	0	1	1	4
6.	Тема 6. Определение конечного элемента. Критерии принадлежности конечного элемента к классу $C_k$ .	3	0	1	1	4
7.	Тема 7. Определение базисного конечного элемента. Прямоугольный и треугольный лагранжевый элемент степени $m$ . Неполные прямоугольные лагранжевые элементы.	3	0	1	1	4
8.	Тема 8. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный). Конечный элемент Белла класса $C_1$ .	3	0	1	1	4
9.	Тема 9. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам $C_0$ и $C_1$ . Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов.	3	0	1	1	4
10.	Тема 10. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность. Криволинейные элементы. Регулярность.	3	0	1	1	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Изопараметрические элементы. Регулярность. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов.	3	0	1	1	4
12.	Тема 12. Аппроксимация подпространств $H_k$ , $k=1,2$ . Оценка погрешности интерполяции на базисном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинных элементов.	3	0	1	1	4
13.	Тема 13. Оценка погрешности интерполяции для криволинейных и изопараметрических элементов.	3	0	1	1	4
14.	Тема 14. МКЭ для уравнений: в многоугольных областях аффинные элементы; в областях с кусочно-гладкой границей криволинейные элементы. Оценки точности.	3	0	1	1	4
15.	Тема 15. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности.	3	0	1	1	4
16.	Тема 16. МКЭ с численным интегрированием. Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных элементов. Разрешимость, оценка точности. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ.	3	0	1	1	4
17.	Тема 17. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов. Учет главных и естественных краевых условий.	3	0	1	1	4
18.	Тема 18. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем.	3	0	1	1	4
	Итого		0	18	18	72

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Введение в метод конечных элементов на примере обыкновенного уравнения второго порядка.

Примеры дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Дополнительные условия Коши и краевые условия. Примеры разрешимых и не разрешимых задач. Интегральное тождество.

Вариационная формулировка краевой задачи. Конечномерная аппроксимация вариационной задачи на основе линейных сплайнов. Простейшая схема МКЭ. Система алгебраических уравнений.

##### Тема 2. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта.

Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.

Абстрактные линейные пространства. Определение скалярного произведения и нормы. Сходимость и полнота пространств. Гильбертовы пространства. Линейные, ограниченные и непрерывные операторы и функционалы. Уравнения в гильбертовых пространствах. Положительно определенные операторы. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность уравнения задаче на минимум квадратичного функционала.

### **Тема 3. Метод Ритца. Метод Галеркина. Лемма Сеа. Метод Галеркина с возмущениями.**

Метод Ритца решения вариационной задачи. Эквивалентность методов Галеркина и Ритца. Геометрический смысл галеркинских приближений: приближенное решение как проекция решения исходной вариационной задачи на аппроксимирующее подпространство. Одномерные линейные конечные элементы. Канонический базис пространства линейных конечных элементов. Кусочно-линейная интерполяция.

### **Тема 4. Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры. Лемма Брамбла-Гильберта.**

Понятие обобщенной производной. Определение пространств Соболева. Теоремы вложения пространств Соболева.

Конечномерная аппроксимация вариационной задачи. Метод Галеркина решения вариационного уравнения. Сведение метода Галеркина к системе линейных алгебраических уравнений. Пример: аппроксимация 2-точечной краевой задачи линейными конечными элементами.

### **Тема 5. Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Корректность обобщенной задачи. Интерполяция в $R^n$ . Разрешимость задачи.**

Понятие слабого решения эллиптической краевой задачи. Эквивалентная формулировка дифференциальной краевой задачи в виде вариационного интегрального тождества. Существование и единственность решения краевой задачи. Погрешность метода Галеркина-Ритца. Лемма Сеа, ее геометрический смысл. Условие сходимости галеркинских приближений к точному решению исходной вариационной задачи.

Интерполяция в пространство конечных элементов. Непрерывность оператора интерполяции на пространстве С.

### **Тема 6. Определение конечного элемента. Критерии принадлежности конечного элемента к классу $C_k$ .**

Задача интерполяции Лагранжа на отрезке. Базис Лагранжа. Задача интерполяции Эрмита на отрезке. Базис Лагранжа-Эрмита. Задача интерполяции в  $R^n$ . Определение конечного элемента как тройки. Понятие одномерного лагранжевого конечного элемента. Локальный базис на элементе. Примеры: линейные, квадратичные, кубические конечные элементы.

### **Тема 7. Определение базисного конечного элемента. Прямоугольный и треугольный лагранжевые элемент степени $m$ . Неполные прямоугольные лагранжевые элементы.**

Лагранжевы треугольные конечные элементы. Понятие базисного треугольного конечного элемента. Построение локального базиса на элементе. Лагранжевы прямоугольные конечные элементы. Понятие базисного прямоугольного конечного элемента. Построение локального базиса на элементе. Уменьшение размерности пространства полиномов на прямоугольном конечном элементе.

### **Тема 8. Эрмитов кубический элемент (одномерный, двумерный - прямоугольный и треугольный). Конечный элемент Белла класса $C_1$ .**

Эрмитовы конечные элементы в одномерном случае. Локальный базис на элементе. Примеры эрмитовых конечных элементов класса  $C_1$ . Построение локального базиса эрмитова кубического элемента. Эрмитовы конечные элементы в двумерном случае. Локальный базис на эрмитовом прямоугольном элементе. Примеры эрмитовых конечных элементов класса  $C_1$ .

Примеры эрмитовых конечных элементов класса  $C_1$ . Построение локального базиса на эрмитовом прямоугольном элементе.

### **Тема 9. Ассоциированные конечные элементы. Критерии их принадлежности классам $C_0$ и $C_1$ .**

#### **Регулярность семейства ассоциированных конечных элементов.**

Триангуляция двумерной области на конечные элементы. Условия, накладываемые на триангуляцию.

Регулярность триангуляции. Канонический базис пространства двумерных лагранжевых конечных элементов.

Различные эквивалентные условия регулярности семейства триангуляций. Условие Зламала для треугольных лагранжевых элементов.

### **Тема 10. Аффинно-эквивалентные элементы. Регулярность. Криволинейные элементы. Регулярность.**

Понятие базисного конечного элемента. Аффинные преобразования в  $n$ -мерном пространстве. Локальная и глобальная нумерация узлов триангуляции. Точная аппроксимация границы криволинейными конечными элементами. Построение криволинейных конечных элементов для стандартных областей с криволинейной границей.

### **Тема 11. Изопараметрические элементы. Регулярность. Пространства конечных элементов. Примеры пространств лагранжевых и эрмитовых элементов.**

Аппроксимация границы изопараметрическими конечными элементами. Построение изопараметрических конечных элементов для стандартных областей с криволинейной границей. Кусочно-полиномиальная интерполяция в двумерном случае. Локальные и глобальные оценки погрешности интерполяции. Вычисление локальных базисных функций.

## **Тема 12. Аппроксимация подпространств $H_k$ , $k=1,2$ . Оценка погрешности интерполяции на базисном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинных элементов.**

Приближение функций пространств Соболева кусочными полиномами. Оценки погрешности.

Кусочно-линейная аппроксимация в пространствах Соболева. Тестирование сходимости кусочно-линейных аппроксимаций в равномерной норме и нормах пространств Лебега и Соболева. Сходимость кусочно-полиномиальных аппроксимаций в полигональной области. Тестирование сходимости кусочно-квадратических аппроксимаций в равномерной норме и нормах пространств Лебега и Соболева.

## **Тема 13. Оценка погрешности интерполяции для криволинейных и изопараметрических элементов.**

Триангуляция двумерных областей с криволинейными конечными элементами. Интерполяция криволинейными конечными элементами.

Тестирование сходимости аппроксимаций в равномерной норме и нормах пространств Лебега и Соболева для криволинейных конечных элементов. Оценка точности интерполяции в нормах пространств Соболева.

## **Тема 14. МКЭ для уравнений: в многоугольных областях аффинные элементы; в областях с кусочно-гладкой границей криволинейные элементы. Оценки точности.**

Проекционно-сеточные методы решения краевой задачи второго порядка в двумерном случае. МКЭ для уравнений в многоугольных областях на основе аффинных элементов. Оценки точности. Написание программы в Matlab численного решения краевой задачи методом конечных элементов с кусочно-линейной аппроксимацией.

## **Тема 15. МКЭ для задачи Дирихле в области с кусочно-гладкой границей, изопараметрические элементы. Оценки точности.**

Триангуляция двумерной области на конечные элементы. Условия, накладываемые на триангуляцию. Локальная и глобальная нумерация узлов триангуляции. Канонический базис пространства двумерных лагранжевых конечных элементов. Написание программы в Matlab численного решения краевой задачи методом конечных элементов с билинейной аппроксимацией.

## **Тема 16. МКЭ с численным интегрированием. Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных элементов. Разрешимость, оценка точности. Форма данных для представления триангуляции в ЭВМ.**

Формулы численного интегрирования в одномерном и двумерном случаях. Численное интегрирование в схемах МКЭ. Примеры квадратурных формул для одномерных, треугольных и прямоугольных элементов. Тестирование квадратурных формул для одномерных и двумерных конечных элементов. Локальная и глобальная нумерация узлов конечной-элементной сетки. Матрица связности. Алгоритмы триангуляции области. Использование PDE Toolbox Matlab для задания области и ее триангуляции.

## **Тема 17. Алгоритм сборки системы МКЭ (для однородной задачи Неймана). Пример для оператора Лапласа и линейных треугольных элементов. Учет главных и естественных краевых условий.**

Вычисление результирующей алгебраической системы уравнений. Локальные матрицы жесткости и локальные вектора сил. Алгоритмы сборки результирующей матрицы и вектора правой части. Алгоритм сборки произведения глобальной матрицы жесткости на произвольный вектор. Программирование алгоритма сборки результирующей системы МКЭ. Учет главных и естественных краевых условий в вариационной постановке задачи и в результирующей системе МКЭ. Способы учета краевых условий при сборке системы МКЭ.

## **Тема 18. Способ вычисления локальной матрицы жесткости и локального вектора сил для элементов различного типа. Методы решения систем уравнений: прямые и итерационные методы для разреженных систем.**

Вычисление локальной матрицы жесткости и локального вектора сил с использованием простейших квадратурных формул для треугольного и прямоугольного конечных элементов. Программирование эффективных методов вычисление локальных матриц жесткости и локальных векторов сил. Обзор методов решения систем МКЭ с учетом разреженной структуры матрицы. Понятие обусловленности системы. Понятие переобсловливания системы. Простейшие способы построения преобсловливателя. Метод сопряженных градиентов с преобсловливанием для решения системы МКЭ.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС З++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Библиотека интернет-ресурсов - <http://engenegr.ru>

Библиотека интернет-ресурсов - <http://en.edu.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	Обучение происходит в форме практических занятий. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Конспект, который остается у студента в результате, не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений.

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	Обучающиеся самостоятельно выполняют лабораторные работы с целью закрепления навыков, полученных на аудиторных занятиях, используя готовые программы Матлаб. При этом одновременно обеспечивается практика на ЭВМ. Оценивается выполнение всех пунктов задания, достижение заданного результата. Необходимо особое внимание уделить качественному графическому представлению результатов вычислений.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету и экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.
зачет	При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени. Кроме материала лекций рекомендуется использовать материалы из списка рекомендованной литературы

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

**12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатурой;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.04 "Прикладная математика" и магистерской программе "Математическое моделирование".

**Приложение 2**  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
**Б1.В.ОД.3 Современные методы аппроксимации**

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

**Основная литература:**

1. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений,

обучающихся по специальности 'Прикладная математика и информатика' и по направлению 'Прикладная математика и информатика' /

Р. З. Даутов , М. М. Карчевский.?Изд. 2-е, испр.?Казань: Казанский университет, 2011.?237 с.: ил.; 21.?

Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.).?Предм. указ.: с. 234-237.?ISBN 978-5-98180-993-4.

2. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов:

[Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО).

[http://kpufu.ru/publication?p\\_id=47325](http://kpufu.ru/publication?p_id=47325).

3. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения. [Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с. [http://kpufu.ru/publication?p\\_id=21045](http://kpufu.ru/publication?p_id=21045)

4. Самогин, Ю.Н. Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Н. Самогин, В.Е. Хроматов, В.П. Чирков. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2012. ? 200 с. ? Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59633](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59633) ? Загл. с экрана.

5. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2015. ? 448 с. ? Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65043](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65043) ? Загл. с экрана.

**Дополнительная литература:**

1.Фаддеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] /Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. - СПб.: Лань, 2009. - 736 с.

URL: [https://e.lanbook.com/book/400?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/400?category_pk=915#authors)

2. Шевцов Г.С. Численные методы линейной алгебры. [Электронный ресурс] / Шевцов Г.С., Крюкова О.Г., Мызникова Б.И. - СПб.: Лань, 2011. - 496 с.

URL: [https://e.lanbook.com/book/1800?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/1800?category_pk=915#authors)

3. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. [Электронный ресурс] /

Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З.- СПб.: Лань, 2010. - 400 с. URL:  
[https://e.lanbook.com/book/537?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/537?category_pk=915#authors)

4. Срочко В.А. Численные методы. Курс лекций [Электронный ресурс] / Срочко В.А. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2010. ? 208 с. ? URL:

[https://e.lanbook.com/book/378?category\\_pk=915#authors](https://e.lanbook.com/book/378?category_pk=915#authors)

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ОД.3 Современные методы аппроксимации

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.