

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Гаурский  
\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Экстремальные задачи Б1.В.ОД.7**

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Агачев Ю.Р.

**Рецензент(ы):**

Ожегова А.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 817215219

Казань  
2019

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, Juriy.Agachev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) 'Экстремальные задачи' являются: изучение основных классов экстремальных задач в конечномерных и бесконечномерных пространствах, исследование необходимых и достаточных условий оптимальности в этих задачах, умение использования принципа Лагранжа и численных методов при решении различных прикладных задач, сводящихся к тем или экстремальным задачам

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Дисциплина входит в вариативную часть цикла естественно-научных дисциплин. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, функционального анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, численных методов. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, при выполнении курсовых и выпускных работ, связанных с математическим моделированием, решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

постановки основных экстремальных задач, необходимые и достаточные условия оптимальности

2. должен уметь:

применять теорию при решении конкретных экстремальных задач

3. должен владеть:

методами и технологиями применения критериев оптимальности и разработки численных методов для экстремальных задач

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применить необходимые и достаточные условия при решении экстремальных задач, разрабатывать численные методы

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. История возникновения экстремальных задач и их классификация. Общая постановка экстремальной задачи	6		2	0	1	
2.	Тема 2. Безусловные экстремальные задачи	6		2	0	2	
3.	Тема 3. Элементы выпуклого анализа	6		2	0	2	
4.	Тема 4. Задачи выпуклого программирования	6		4	0	4	
5.	Тема 5. Задачи математического программирования	6		6	0	7	
6.	Тема 6. Задачи линейного программирования	6		6	0	6	
7.	Тема 7. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	6		2	0	2	
8.	Тема 8. Численные методы решения безусловных экстремальных задач для функций многих переменных	6		4	0	4	
9.	Тема 9. Численные методы решения задач математического программирования	6		2	0	4	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке	7		8	0	12	
11.	Тема 11. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок	7		2	0	3	
12.	Тема 12. Задачи оптимального управления	7		3	0	8	
13.	Тема 13. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	7		3	0	7	
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Экзамен
	Итого			46	0	62	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. История возникновения экстремальных задач и их классификация. Общая постановка экстремальной задачи

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

История возникновения экстремальных задач и их классификация. Общая постановка экстремальной задачи. Основные понятия и определения

###### **лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Общая постановка экстремальной задачи. Классификация экстремальных задач. Основные понятия и определения

##### Тема 2. Безусловные экстремальные задачи

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Безусловная экстремальная задача в конечномерном пространстве. Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска. Необходимое условие локального экстремума. Необходимые и достаточные условия локального минимума

###### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Применение необходимых и достаточных условий оптимальности к решению безусловных задач гладкой оптимизации

##### Тема 3. Элементы выпуклого анализа

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Выпуклые множества, выпуклые функции и их свойства. Теоремы об отделимости двух множеств. Надграфик функции. Общий критерий выпуклости функции в терминах надграфика функции. Критерии выпуклости дифференцируемых функций. Субградиент функции в точке и его геометрический смысл. Необходимые и достаточные условия существования субградиента.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Выпуклые множества, выпуклые функции и их свойства. Применение критериев выпуклости к доказательству выпуклости функции

**Тема 4. Задачи выпуклого программирования**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Постановка общей задачи выпуклого программирования в конечномерном пространстве. Связь точек локального и глобального минимума. Существование и единственность точки глобального минимума. Критерии оптимальности в терминах субградиента и градиента функции

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение задач выпуклого программирования в конечномерных пространствах. Вычисление субградиента функции в фиксированных точках. Применение критериев оптимальности

**Тема 5. Задачи математического программирования**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции (теоремы Джона и Куна-Таккера). Достаточные условия оптимальности в терминах псевдовыпуклых и квазивыпуклых функций. Элементы теории двойственности для задач математического программирования. Слабая и сильная теоремы двойственности. Седловая точка функции Лагранжа. Теоремы о седловой точке

**лабораторная работа (7 часа(ов)):**

Решение задач математического программирования. Случаи ограничений типа равенств, типа неравенств и смешанных ограничений. Правило множителей Лагранжа для гладкой задачи математического программирования. Необходимые и достаточные условия локального минимума второго порядка

**Тема 6. Задачи линейного программирования**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Общая задача линейного программирования и двойственная к ней. Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка в канонической задаче. Теоремы об угловой точке. Свойство конечности алгоритма симплекс-метода для невырожденной и вырожденной задач линейного программирования. Существование угловой точки. Критерий разрешимости канонической задачи линейного программирования

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Общая задача линейного программирования. Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка области в канонической задаче и ее характеристика. Нахождение угловой точки. Симплекс-метод решения задач линейного программирования и его реализация: метод искусственного базиса. Двойственная задача линейного программирования и нахождение ее решения через симплекс-таблицу для исходной задачи

**Тема 7. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Методы деления пополам, золотого сечения и Фибоначчи решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной. Метод ломаных нахождения точки глобального минимума в негладкой экстремальной задаче для функции одной переменной. Методы деления отрезка пополам и касательных решения гладкой задачи для функции одной переменной

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Методы деления пополам и золотого сечения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной. Метод ломаных нахождения точки глобального минимума в негладкой экстремальной задаче для функции одной переменной. Методы деления отрезка пополам и касательных решения гладкой задачи для функции одной переменной

**Тема 8. Численные методы решения безусловных экстремальных задач для функций многих переменных**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Методы циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса и Розенброка решения негладкой безусловной задачи для функции многих переменных. Методы решения гладкой безусловной задачи для функции многих переменных: градиентные методы, метод Ньютона и его модификации, квазиньютоновские методы, методы сопряженных направлений (градиентов)

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение безусловных экстремальных задач для функций многих переменных градиентным методом (методом наискорейшего спуска), методами циклического покоординатного спуска, Розенброка и Ньютона

**Тема 9. Численные методы решения задач математического программирования**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Методы сведения к безусловной экстремальной задаче: методы штрафных и барьерных функций. Методы проектирования на область. Методы возможных направлений: случаи ограничений типа неравенств и смешанных ограничений

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение задач математического программирования методами штрафных функций, проекции градиента и возможных направлений

**Тема 10. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона. Необходимое условие слабого экстремума в простейшей задаче: уравнение Эйлера. Задача Больца. Необходимые условия слабого локального экстремума в задаче Больца: уравнение Эйлера и условия трансверсальности. Простейшая изопериметрическая задача. Необходимое условие слабого локального экстремума. Задача с подвижными концами. Необходимые условия слабого локального экстремума. Задача Лагранжа в понтрягинской форме. Необходимые условия слабого экстремума. Простейшая задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона

**лабораторная работа (12 часа(ов)):**

Решение задач вариационного исчисления. Принцип Лагранжа для общей задачи Лагранжа вариационного исчисления и его применение для нахождения допустимых критических точек. Применение принципа Лагранжа для решения конкретных задач вариационного исчисления: простейшая задача, задача Больца, простейшая изопериметрическая задача, задача с подвижными концами, задача Лагранжа в понтрягинской форме, простейшая задача со старшими производными

**Тема 11. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Необходимое условие сильного экстремума. Необходимые условия сильного минимума: условие Вейерштрасса, условие Лежандра. Необходимые условия слабого минимума: условия Лежандра и Якоби. Лемма о неотрицательности второй вариации. Достаточные условия слабого локального минимума

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Применение необходимых и достаточных условий второго порядка при решении задач вариационного исчисления

**Тема 12. Задачи оптимального управления**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Простейшая задача оптимального управления. Необходимое условие оптимальности по управлению. Общая задача оптимального управления в понтрягинской форме. Принцип максимума Понтрягина. Частные случаи задачи оптимального управления в понтрягинской форме

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Решение задач оптимального управления: простейшей задачи, общей задачи в понтрягинской форме. Сведение задач оптимального управления, содержащих производные старших порядков, к задаче в понтрягинской форме

### **Тема 13. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления**

#### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности. Методы Эйлера и Рунге построения минимизирующей последовательности в простейшей задаче вариационного исчисления. Непрерывный и дискретный подходы приближенного решения задач оптимального управления

#### **лабораторная работа (7 часа(ов)):**

Применение методов Эйлера и Рунге решения задач вариационного исчисления. Построение приближений к решению простейшей задачи оптимального управления

### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
1.	Тема 1. История возникновения экстремальных задач и их классификация. Общая постановка экстремальной задачи	6		Изучение учебной литературы	3	Устный опрос
2.	Тема 2. Безусловные экстремальные задачи	6		Изучение учебной литературы	8	Тестирование
3.	Тема 3. Элементы выпуклого анализа	6		Изучение учебной литературы	6	Устный опрос
4.	Тема 4. Задачи выпуклого программирования	6		Изучение учебной литературы	8	Тестирование
5.	Тема 5. Задачи математического программирования	6		Изучение учебной литературы	19	Контрольная работа
6.	Тема 6. Задачи линейного программирования	6		Изучение учебной литературы	16	Контрольная работа
7.	Тема 7. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	6		Изучение учебной литературы	4	Устный опрос
8.	Тема 8. Численные методы решения безусловных экстремальных задач для функций многих переменных	6		Изучение учебной литературы	10	Устный опрос



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Численные методы решения задач математического программирования	6		Изучение учебной литературы	8	Устный опрос
10.	Тема 10. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке	7		Изучение учебной литературы	4	Контрольная работа
11.	Тема 11. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок	7		Изучение учебной литературы	1	Тестирование
12.	Тема 12. Задачи оптимального управления	7		Изучение учебной литературы	2	Устный опрос
13.	Тема 13. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	7		Изучение учебной литературы	1	Устный опрос
	Итого				90	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций и лабораторных занятий, самостоятельных работ и проведение контрольных мероприятий (зачетов, промежуточного тестирования)

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. История возникновения экстремальных задач и их классификация. Общая постановка экстремальной задачи

Устный опрос , примерные вопросы:

1) История возникновения экстремальных задач. 2) Классификация экстремальных задач: задачи вариационного исчисления и оптимального управления. 3) Общая постановка экстремальной задачи. Основные понятия и определения.

#### Тема 2. Безусловные экстремальные задачи

Тестирование , примерные вопросы:

1) Безусловные экстремальные задачи в конечномерном пространстве. 2) Гладкие безусловные экстремальные задачи. 3) Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска. 4) Необходимое условие локального экстремума. 5) Необходимое условие локального минимума. 6) Достаточное условие локального минимума

#### Тема 3. Элементы выпуклого анализа

Устный опрос , примерные вопросы:

1) Выпуклые множества. Основные свойства выпуклых множеств. 2) Теоремы отделимости. 3) Выпуклые функции и основные свойства выпуклых функций. 4) Псевдовыпуклые и квазивыпуклые функции. 5) Надграфик функции. Критерий выпуклости функции в терминах надграфика. 6) Субградиент функции в точке. Необходимые и достаточные условия существования субградиента.

#### **Тема 4. Задачи выпуклого программирования**

Тестирование , примерные вопросы:

1) Общая задача выпуклого программирования в конечномерном пространстве. 2) Связь точек локального и глобального минимума. 3) Существование и единственность точки глобального минимума. 4) Общий критерий оптимальности в задаче выпуклого программирования в терминах субградиента функции. 5) Критерий оптимальности в задаче выпуклого программирования в терминах градиента функции.

#### **Тема 5. Задачи математического программирования**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1) Общая задача математического программирования в конечномерном пространстве. 2) Теоремы Джона и Куна-Таккера о необходимых условиях локального минимума в задаче математического программирования. 3) Теорема Куна-Таккера о достаточных условиях оптимальности в терминах псевдовыпуклости и квазивыпуклости функций. 4) Правило множителей Лагранжа для гладкой задачи математического программирования. 5) Необходимое условие локального минимума второго порядка. 6) Достаточное условие локального минимума второго порядка.

#### **Тема 6. Задачи линейного программирования**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1) Общая задача линейного программирования. 2) Двойственная задача линейного программирования и ее связь с исходной задачей. 3) Каноническая задача линейного программирования. 4) Угловая точка области в канонической задаче. 5) Теоремы об угловой точке. 6) Симплекс-метод решения канонической задачи. 7) Решение общей задачи линейного программирования методом искусственного базиса

#### **Тема 7. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной**

Устный опрос , примерные вопросы:

1) Методы деления пополам, золотого сечения и Фибоначчи решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной. 2) Метод ломаных нахождения точки глобального минимума в негладкой экстремальной задаче для функции одной переменной. 3) Методы деления отрезка пополам и касательных решения гладкой задачи для функции одной переменной

#### **Тема 8. Численные методы решения безусловных экстремальных задач для функций многих переменных**

Устный опрос , примерные вопросы:

1) Методы циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса и Розенброка решения негладкой безусловной задачи для функции многих переменных. 2) Методы решения гладкой безусловной задачи для функции многих переменных: градиентные методы, метод Ньютона и его модификации, квазиньютоновские методы, методы сопряженных направлений (градиентов)

#### **Тема 9. Численные методы решения задач математического программирования**

Устный опрос , примерные вопросы:

1) Методы сведения к безусловной экстремальной задаче: методы штрафных и барьерных функций. 2) Методы проектирования на область. Метод проекции градиента. 3) Методы возможных направлений: случаи ограничений типа неравенств и смешанных ограничений

#### **Тема 10. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1) Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие слабого экстремума в простейшей задаче. 2) Задача Больца. Необходимые условия слабого локального экстремума в задаче Больца. 3) Простейшая изопериметрическая задача. Необходимое условие слабого локального экстремума. 4) Задача с подвижными концами. Необходимые условия слабого локального экстремума. 5) Задача Лагранжа в понтрягинской форме. Необходимые условия слабого экстремума. 6) Простейшая задача со старшими производными

### **Тема 11. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок**

Тестирование , примерные вопросы:

1) Необходимое условие сильного экстремума. 2) Необходимые условия сильного минимума: условие Вейерштрасса, условие Лежандра. 3) Необходимые условия слабого минимума: условия Лежандра и Якоби. 3) Достаточные условия слабого локального минимума

### **Тема 12. Задачи оптимального управления**

Устный опрос , примерные вопросы:

1) Простейшая задача оптимального управления. Необходимое условие оптимальности по управлению. 2) Общая задача оптимального управления в понтрягинской форме. Принцип максимума Понтрягина. 3) Частные случаи задачи оптимального управления в понтрягинской форме

### **Тема 13. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления**

Устный опрос , примерные вопросы:

1) Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности. 2) Методы Эйлера и Рунге построения минимизирующей последовательности в простейшей задаче вариационного исчисления. 3) Непрерывный и дискретный подходы приближенного решения задач оптимального управления

### **Итоговая форма контроля**

зачет и экзамен (в 6 семестре)

### **Итоговая форма контроля**

зачет и экзамен (в 7 семестре)

Примерные вопросы к :

Вопросы к зачету:

Задачи безусловной оптимизации.

1. Необходимые и достаточные условия оптимальности.

2. Методы деления пополам, золотого сечения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной. Метод ломаных нахождения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной.

Методы деления отрезка пополам и касательных решения гладкой экстремальной задачи для функции одной переменной.

3. Методы циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса и Розенброка решения безусловной негладкой задачи для функции многих переменных.

4. Градиентные методы, метод Ньютона и его модификации решения безусловной гладкой задачи для функции многих переменных.

Общая задача выпуклого программирования.

1. Выпуклые множества и выпуклые функции.

2. Свойства точек локального и глобального минимума.

3. Существование и единственность точки глобального минимума.

4. Критерий оптимальности для точки глобального минимума в терминах субградиента функции.

5. Критерий оптимальности для точки глобального минимума в терминах градиента функции.

Общая задача математического программирования.

1. Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции (теоремы Джона и Куна-Таккера).
2. Достаточные условия оптимальности в терминах псевдовыпуклых и квазивыпуклых функций.
3. Методы возможных направлений.
4. Методы проектирования на область.
5. Методы штрафных и барьерных функций.

Задачи линейного программирования.

1. Общая, каноническая и основная (стандартная) задачи линейного программирования.
2. Двойственные задачи линейного программирования.
3. Угловая точка в канонической задаче. Теоремы об угловой точке.
4. Симплекс-метод решения канонической задачи линейного программирования.
5. Свойство конечности алгоритма симплекс-метода для невырожденной и вырожденной задач линейного программирования.
6. Существование угловой точки.
7. Критерий разрешимости канонической задачи линейного программирования.

Примерные экзаменационные билеты:

Билет 1

1. Метод деления пополам решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной.
2. Простейшая задача ВИ со старшими производными. Необходимое условие оптимальности.

Билет 2

1. Метод ломаных нахождения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной.
2. Задача ВИ с подвижными концами. Необходимые условия экстремума.

Билет 3

1. Задача математического программирования. Теорема Куна-Таккера.
2. Простейшая изопериметрическая задача ВИ. Необходимое условие экстремума.

### 7.1. Основная литература:

1. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации. Кн.1. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ф.П. Васильев. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2011. - 624 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9304>.
2. Галеев, Э.М. Оптимальное управление. [Электронный ресурс] : моногр. / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 320 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9316>.
3. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2011. - 384 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2330>.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - 3-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=544748>.

2. Пшеничный, Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Б. Н. Пшеничный, Ю. М. Данилин . - Москва : Наука, 1975 . - 319с.
3. Ожегова, А.В. Вариационное исчисление: задачи, алгоритмы, примеры [Текст: электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / А. В. Ожегова, Р. Г. Насибуллин; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского . - Электронные данные (1 файл: 335 Кб) . - (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) . - Режим доступа: открытый. - [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05\\_039\\_000340.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_039_000340.pdf)

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

- Академия Google - <https://scholar.google.ru/>  
Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>  
ЭБС e.lanbook.com - <http://e.lanbook.com>  
ЭБС www.bibliorossica.com - <http://www.bibliorossica.com>  
ЭБС znanium.com - <http://znanium.com>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Экстремальные задачи" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Дисциплина (модуль) "Экстремальные задачи" материально обеспечена учебной литературой, имеющейся в университете и в электронных библиотечных системах

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.