

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Таюрский

\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Вариационное исчисление и методы оптимизации Б1.В.ОД.6

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Агачев Ю.Р.

**Рецензент(ы):**

Ожегова А.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 817227418

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, [Juriy.Agachev@kpfu.ru](mailto:Juriy.Agachev@kpfu.ru)

### 1. Цели освоения дисциплины

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

- понимать основные идеи, лежащие в основе теоретического исследования экстремальных задач и численных методов их решения, роль этих методов в современной математике и других науках, их практическое применение и возможности;
- обладать теоретическими знаниями основных критериев оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления;
- ориентироваться в потоке информации о численных методах решения экстремальных задач;
- приобрести навыки применения критериев оптимальности и численных методов для различных классов экстремальных задач, умения довести их до числа.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть цикла профессиональных дисциплин. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, функционального анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, численных методов. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, при выполнении выпускных и магистерских работ, связанных

с математическим моделированием, решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1<br>(профессиональные компетенции) | способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области                                                                                                               |
| ПК-1<br>(профессиональные компетенции) | способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области                                                                                                               |
| ПК-3<br>(профессиональные компетенции) | способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата                                                                                       |
| ПК-3<br>(профессиональные компетенции) | способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата                                                                                       |
| ПК-7<br>(профессиональные компетенции) | способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний |

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-7<br>(профессиональные компетенции)  | способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний                                                                                                                                                                                                                                      |
| ОПК-1<br>(профессиональные компетенции) | готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности |
| ОПК-1<br>(профессиональные компетенции) | готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности |
| ОПК-3<br>(профессиональные компетенции) | способность к самостоятельной научно-исследовательской работе                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| ОПК-3<br>(профессиональные компетенции) | способность к самостоятельной научно-исследовательской работе                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| ОПК-4<br>(профессиональные компетенции) | способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ОПК-4<br>(профессиональные компетенции) | способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем                                                                                                                                                                                                                                                         |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные критерии оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления,

основные численные методы и алгоритмы решения указанных задач

2. должен уметь:

применять критерии оптимальности, разрабатывать численные методы и алгоритмы с доведением их до числа

3. должен владеть:

методами и технологиями применения критериев оптимальности и разработки численных методов для экстремальных задач

4. должен демонстрировать способность и готовность:

с помощью необходимых и достаточных условий оптимальности решать задачи линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и

оптимального управления, применять численные методы для различных классов экстремальных задач.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля                                                              | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |                                                                                              |         |                    | Лекции                                                            | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации                                               | 7       |                    | 3                                                                 | 0                       | 3                      |                           |
| 2. | Тема 2. Элементы выпуклого анализа                                                           | 7       |                    | 3                                                                 | 0                       | 2                      |                           |
| 3. | Тема 3. Задачи выпуклого программирования                                                    | 7       |                    | 4                                                                 | 0                       | 4                      |                           |
| 4. | Тема 4. Задачи математического программирования                                              | 7       |                    | 6                                                                 | 0                       | 6                      |                           |
| 5. | Тема 5. Задачи линейного программирования                                                    | 7       |                    | 6                                                                 | 0                       | 6                      |                           |
| 6. | Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной            | 7       |                    | 2                                                                 | 0                       | 3                      |                           |
| 7. | Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных | 7       |                    | 5                                                                 | 0                       | 4                      |                           |

| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля                                                                           | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |                                                                                                           |         |                    | Лекции                                                            | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 8.  | Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования                                   | 7       |                    | 4                                                                 | 0                       | 4                      |                           |
| 9.  | Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке                                               | 7       |                    | 8                                                                 | 0                       | 8                      |                           |
| 10. | Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок | 7       |                    | 4                                                                 | 0                       | 4                      |                           |
| 11. | Тема 11. Задачи оптимального управления                                                                   | 7       |                    | 4                                                                 | 0                       | 4                      |                           |
| 12. | Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления                | 7       |                    | 5                                                                 | 0                       | 6                      |                           |
|     | Тема . Итоговая форма контроля                                                                            | 7       |                    | 0                                                                 | 0                       | 0                      | Экзамен                   |
|     | Итого                                                                                                     |         |                    | 54                                                                | 0                       | 54                     |                           |

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации

###### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска. Необходимые и достаточные условия оптимальности

###### *лабораторная работа (3 часа(ов)):*

Решение задач безусловной гладкой оптимизации

##### Тема 2. Элементы выпуклого анализа

###### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Выпуклые множества, выпуклые функции и их свойства

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Исследование множеств и функций на выпуклость

##### Тема 3. Задачи выпуклого программирования

###### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Критерии оптимальности в терминах субградиента и градиента функции

###### *лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Решение задач выпуклого программирования

##### Тема 4. Задачи математического программирования

###### *лекционное занятие (6 часа(ов)):*

Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции (теоремы Джона и Куна-Таккера). Достаточные условия оптимальности в терминах псевдовыпуклых и квазивыпуклых функций. Необходимые и достаточные условия глобального минимума в терминах седловой точки

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Решение задач математического программирования

**Тема 5. Задачи линейного программирования**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Двойственные задачи линейного программирования. Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка в канонической задаче. Теоремы об угловой точке. Свойство конечности алгоритма симплекс-метода для невырожденной и вырожденной задач линейного программирования. Существование угловой точки. Критерий разрешимости канонической задачи линейного программирования

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Решение задач линейного программирования методом искусственного базиса, двойственным симплекс-методом

**Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Методы деления пополам и золотого сечения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной. Метод ломаных нахождения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Методы деления пополам и золотого сечения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной. Метод ломаных нахождения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной

**Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Метод циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса и Розенброка. Градиентные методы, метод Ньютона и его модификации

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Метод циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса и Розенброка. Градиентные методы, метод Ньютона и его модификации

**Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Методы штрафных и барьерных функций. Методы проектирования на область. Методы возможных направлений

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Методы штрафных и барьерных функций. Методы проектирования на область. Методы возможных направлений

**Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Простейшая задача. Задача Больца. Простейшая изопериметрическая задача. Задача с неполным и нежестким закреплением на концах. Задача с подвижными концами. Задача Лагранжа в понтрягинской форме. Простейшая задача со старшими производными

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Решение задач вариационного исчисления в понтрягинской форме

**Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Необходимые условия сильного локального минимума. Необходимые условия слабого локального минимума. Достаточные условия слабого локального минимума

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Необходимые условия сильного локального минимума. Необходимые условия слабого локального минимума. Достаточные условия слабого локального минимума

**Тема 11. Задачи оптимального управления**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Простейшая задача оптимального управления. Задача оптимального управления в понтрягинской форме

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Простейшая задача оптимального управления. Задача оптимального управления в понтрягинской форме

**Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности. Методы Эйлера и Рунге построения минимизирующей последовательности

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности. Методы Эйлера и Рунге построения минимизирующей последовательности

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N  | Раздел Дисциплины                                                                            | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации                                               | 7       |                 | Изучение литературы                   | 2                      | Устный опрос                          |
| 2. | Тема 2. Элементы выпуклого анализа                                                           | 7       |                 | Изучение литературы                   | 2                      | Устный опрос                          |
| 3. | Тема 3. Задачи выпуклого программирования                                                    | 7       |                 | Изучение литературы                   | 3                      | Тестирование                          |
| 4. | Тема 4. Задачи математического программирования                                              | 7       |                 | Изучение литературы                   | 6                      | Контрольная работа                    |
| 5. | Тема 5. Задачи линейного программирования                                                    | 7       |                 | Изучение литературы                   | 5                      | Контрольная работа                    |
| 6. | Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной            | 7       |                 | Изучение литературы                   | 2                      | Устный опрос                          |
| 7. | Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных | 7       |                 | Изучение литературы                   | 4                      | Тестирование                          |



| N   | Раздел Дисциплины                                                                                         | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 8.  | Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования                                   | 7       |                 | Изучение литературы                   | 5                      | Устный опрос                          |
| 9.  | Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке                                               | 7       |                 | Изучение литературы                   | 8                      | Контрольная работа                    |
| 10. | Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок | 7       |                 | Изучение литературы                   | 5                      | Устный опрос                          |
| 11. | Тема 11. Задачи оптимального управления                                                                   | 7       |                 | Изучение литературы                   | 5                      | Тестирование                          |
| 12. | Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления                | 7       |                 | Изучение литературы                   | 7                      | Устный опрос                          |
|     | Итого                                                                                                     |         |                 |                                       | 54                     |                                       |

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций и лабораторных занятий, самостоятельных работ и проведение контрольных мероприятий (зачетов, промежуточного тестирования)

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации

Устный опрос , примерные вопросы:

Задачи безусловной гладкой оптимизации

#### Тема 2. Элементы выпуклого анализа

Устный опрос , примерные вопросы:

Элементы выпуклого анализа

#### Тема 3. Задачи выпуклого программирования

Тестирование , примерные вопросы:

Задачи выпуклого программирования. Критерии оптимальности

#### Тема 4. Задачи математического программирования

Контрольная работа , примерные вопросы:

Задачи математического программирования. Правило множителей Лагранжа. Необходимые и достаточные условия второго порядка

#### Тема 5. Задачи линейного программирования

Контрольная работа , примерные вопросы:

Задачи линейного программирования. Метод искусственного базиса

### **Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной**

Устный опрос, примерные вопросы:

Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной

### **Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных**

Тестирование, примерные вопросы:

Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных

### **Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования**

Устный опрос, примерные вопросы:

Численные методы решения задач математического программирования

### **Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке**

Контрольная работа, примерные вопросы:

Задачи вариационного исчисления в понтрягинской форме

### **Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок**

Устный опрос, примерные вопросы:

Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок

### **Тема 11. Задачи оптимального управления**

Тестирование, примерные вопросы:

Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина

### **Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления**

Устный опрос, примерные вопросы:

Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления

### **Итоговая форма контроля**

экзамен (в 7 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

Примерные экзаменационные билеты:

Билет 1

1. Каноническая задача линейного программирования. Теорема 1 об угловой точке.
2. Простейшая задача ОУ. Необходимое условие оптимальности по управлению.

Билет 2

1. Задача безусловной оптимизации. Достаточные условия локального минимума.
2. Изопериметрическая задача. Необходимое условие слабого локального экстремума.

Билет 3

1. Задача математического программирования. Теорема Куна-Таккера о необходимых условиях оптимальности.
2. Задача со старшими производными. Необходимое условие слабого локального экстремума.

### **7.1. Основная литература:**

1. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации. Кн.1. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ф.П. Васильев. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2011. - 624 с. -  
Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9304>.
2. Галеев, Э.М. Оптимальное управление. [Электронный ресурс] : моногр. / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин. - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 320 с. -  
Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9316>.
3. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2011. - 384 с. -  
Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2330>.

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - 3-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=544748>.
2. Пшеничный, Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Б. Н. Пшеничный, Ю. М. Данилин. - Москва : Наука, 1975. - 319с.
3. Ожегова, А.В. Вариационное исчисление: задачи, алгоритмы, примеры [Текст: электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / А. В. Ожегова, Р. Г. Насибуллин;  
М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского. - Электронные данные  
(1 файл: 335 Кб) . - (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) . - Режим доступа: открытый. - [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05\\_039\\_000340.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_039_000340.pdf).

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>  
Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>  
ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>  
ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>  
ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>  
ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Дисциплина (модуль) "Вариационное исчисление и методы оптимизации" материально обеспечена учебной литературой, имеющейся в университете и в электронных библиотечных системах

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.