

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ
проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Матричный и тензорный анализ

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Карчевский М.М. (кафедра вычислительной математики, отделение прикладной математики и информатики), mikhail.Karchevsky@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОПК-1	способностью проводить экономический анализ работ, обосновывать оптимальность решения с учетом различных требований
ОПК-2	способностью разрабатывать эффективные математические методы решения задач естествознания, техники, экономики и управления
ПК-1	способностью анализировать сложные технические системы управления
ПК-7	способностью разрабатывать и исследовать математические модели объектов, систем, процессов и технологий, предназначенных для проведения расчетов, анализа, подготовки решений

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Магистры, завершившие изучение данной дисциплины должны быть знакомыми с разделами теории уравнений математической физики, функционального анализа и численных методов

Должен уметь:

использовать матричный и тензорный анализ для решения определенных задач.

Должен владеть:

основными понятиями из курсов 'Алгебра и геометрия', 'Математический анализ', 'Уравнения математической физики'.

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания по дисциплине 'Матричный и тензорный анализ' в математическом моделировании.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ОД.1 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.04 "Прикладная математика (Математическое моделирование)" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 18 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Функции от матриц	1	0	2	2	8
2.	Тема 2. Интерполяционный многочлен Лагранжа- Сильвестра	1	0	2	2	8
3.	Тема 3. Простые матрицы	1	0	2	2	8
4.	Тема 4. Определенные матрицы	1	0	2	2	8
5.	Тема 5. Теорема Фробениуса-Перона	1	0	2	2	8
6.	Тема 6. Элементы тензорной алгебры	1	0	2	2	8
7.	Тема 7. Скалярные, векторные и тензорные поля в аффинном пространстве	1	0	2	2	8
8.	Тема 8. Внешнее дифференцирование и дифференциальные операторы векторного анализа	1	0	2	2	8
4.2 Содержание дисциплины (модуля)						
Тема 1. Функции от матриц	1	0	2	2	8	
Тема 2. Интерполяционный многочлен Лагранжа- Сильвестра	1	0	2	2	8	

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Функции от матриц. Дифференциальные формы. Интегральные теоремы векторного анализа. Определение функции. Свойства функций от матриц.

Тема 2. Интерполяционный многочлен Лагранжа- Сильвестра

Рассматривается общий случай и случаи, когда: характеристический многочлен имеет ровно p корней, среди которых нет кратных. Характеристический многочлен матрицы имеет кратные корни, но минимальный многочлен этой матрицы является делителем характеристического многочлена и имеет только простые корни

Тема 3. Простые матрицы

Определение и свойства простой матрицы. Спектральная теорема. Спектральное разложение функции.

Тема 4. Определенные матрицы

Эрмитовы и квадратичные матрицы. Неотрицательные матрицы.

Тема 5. Теорема Фробениуса-Перона

Лемма для неотрицательной и неприводимой матрицы. Теорема Фробениуса-Перона. Следствие теоремы Фробениуса-Перона.

Тема 6. Элементы тензорной алгебры

Векторы и 1-формы, сопряженное пространство, взаимные базисы, трансформационные свойства векторов и 1-форм. Общее понятие тензора. Тензорные базисы. Трансформационные свойства тензоров. Операции тензорной алгебры (сумма, умножение на число, тензор- ное произведение, свертка). Операции тензорной алгебры в координатах.

Метрический тензор. Подъем и спуск индексов. Кососимметрические формы, внешнее произведение. Форма объема и ориен- тация векторного пространства, метрическая форма объема, дуальные формы объема, оператор Ходжа и векторное произведение. Тензор инерции абсолютно твёрдого тела.

Тема 7. Скалярные, векторные и тензорные поля в аффинном пространстве

Производная по направлению и дифференциал: основные свойства. Регулярные криволинейные координаты в аффинном пространстве, локальный репер регулярной системы координат, координатные кривые. Ориентация системы координат. Скалярные (функции) и векторные поля. Тензорные поля. Дифференциальные формы. Метрический тензор и форма объема в криволинейных координатах. Градиент скалярного поля, его разложение по локальному базису криволинейных координат. Скорость и ускорение точки в криволинейных координатах (разложение по векторам локального базиса, проекции на векторы локального базиса). Уравнение Ньютона в криволинейных координатах.

Тема 8. Внешнее дифференцирование и дифференциальные операторы векторного анализа

Внешняя производная дифференциальной формы, свойства внешней производной, разложение внешней производной дифференциальной формы по базисным дифференциальным формам. Дифференциальные операторы векторного анализа (дивергенция, лапласиан, ротор) на языке внешнего дифференцирования. Основные тождества векторного анализа как следствия свойств внешнего дифференциала. Замкнутые и точные дифференциальные формы.

Лемма Пуанкаре и её приложения к векторному анализу: скалярный и векторный потенциал векторного поля. Антиувлечение дифференциальных форм гладким отображением.

Уравнения электродинамики на языке дифференциальных форм.

Тема 9. Интегрирование дифференциальных форм. Интегральные теоремы векторного анализа

Интеграл от дифференциальной формы по измеримой области ориентированного аффинного пространства. Теорема о замене переменных под знаком кратного интеграла на языке дифференциальных форм. Ориентированные сингулярные кубы и цепи. Теорема Гаусса о дивергенции.

Интеграл от дифференциальной формы по цепи. Криволинейные и поверхностные интегралы как интегралы от дифференциальных форм. Граница цепи. Общая интегральная формула Стокса. Формулы Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса как частные случаи общей формулы Стокса. Физическая интерпретация дивергенции и ротора.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Учебное пособие - <http://e.lanbook.com/view/book/3814/page4/>

Учебное пособие - http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_039_000398.pdf

Учебное пособие - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206

Учебное пособие - <http://e.lanbook.com/view/book/38847/page3885>

Учебное пособие - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Горлач, Б.А. Тензорная алгебра и тензорный анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2015. ? 160 с. - <https://e.lanbook.com/book/56160>

Келлер, И.Э. Тензорное исчисление [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2012. ? 176 с. - <https://e.lanbook.com/book/3814>

Певзнер, Л.Д. Теория систем управления [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2013. ? 424 с. - <https://e.lanbook.com/book/68469>.

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Тыртышников, Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2007. ? 480 с. - <https://e.lanbook.com/book/2352>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Теоретический материал обсуждается на занятиях. Причем материал, который остается у студента в результате обсуждения на занятиях не может заменить учебник. Его цель - формулировка и обсуждение основных утверждений и определений. После занятий полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины 'Вычислительные методы' на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.04 "Прикладная математика" и магистерской программе "Математическое моделирование".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ОД.1 Матричный и тензорный анализ

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Основная литература:

1. Карчевский, Евгений Михайлович. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. ?Казань: Казанский университет, 2011? 269 с.: ил.; 21 см. ? Библиогр.: с. 268-269 (15 назв.).? ISBN 978-5-98180-994-1 ((в пер.)), 200.269 с.
2. Горлач, Б.А. Тензорная алгебра и тензорный анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2015. ? 160 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56160>
3. Келлер, И.Э. Тензорное исчисление [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2012. ? 176 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/3814>

Дополнительная литература:

1. Векторный и тензорный анализ: учебное пособие / Беляев Ю. Н.- Сыктывкар [Изд-во СыктГУ] 2010,- 297с. -ISBN: 978-5-87237-711-5
2. Тыртышников, Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2007. ? 480 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2352>
3. Певзнер, Л.Д. Теория систем управления [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2013. ? 424 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/68469>.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ОД.1 Матричный и тензорный анализ

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.