

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

ОБРАЗОВАНИЯ
(ДО КФУ)

» 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Численные методы Б1.Б.15

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Авхадиев Ф.Г.

Рецензент(ы):

Агачев Ю.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 817215719

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Авхадиев Ф.Г. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, Farit.Avhadiev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями

Шифр компетенции

ОПК-1 Расшифровка приобретаемой компетенции

готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности

Шифр компетенции

ПК-1 Расшифровка приобретаемой компетенции

способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области

Шифр компетенции

ПК-5 Расшифровка приобретаемой компетенции

способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.15 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3, 4 курсах, 5, 6, 7 семестры.

Для усвоения необходимо знание курсов математического анализа, высшей алгебры, а также элементов функционального анализа

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|---|
| ОПК-1 (профессиональные компетенции) | готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности |
| ПК-1 (профессиональные компетенции) | способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области |
| ПК-5 (профессиональные компетенции) | способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра, дифференциальные уравнения.

2. должен уметь:

Разрабатывать численные алгоритмы, оценить их погрешности, реализовать эти алгоритмы

3. должен владеть:

методами и технологиями разработки численных методов решения математических задач

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять базовые численные алгоритмы, быть способным оценить их погрешность, уметь реализовать численные алгоритмы

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных(ые) единиц(ы) 432 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре; экзамен в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Теория интерполяции функций | 5 | | 22 | 0 | 22 | |
| 2. | Тема 2. Квадратурные формулы | 5 | | 14 | 0 | 14 | |
| 3. | Тема 3. Численные методы решения линейных и нелинейных систем алгебраических уравнений | 6 | | 24 | 0 | 26 | |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 4. | Тема 4. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений | 6 | | 10 | 0 | 10 | |
| 5. | Тема 5. Наилучшие приближения функций | 7 | | 8 | 0 | 8 | |
| 6. | Тема 6. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений | 7 | | 20 | 0 | 20 | |
| | Тема . Итоговая форма контроля | 5 | | 0 | 0 | 0 | Экзамен |
| | Тема . Итоговая форма контроля | 6 | | 0 | 0 | 0 | Экзамен |
| | Тема . Итоговая форма контроля | 7 | | 0 | 0 | 0 | Экзамен |
| | Итого | | | 98 | 0 | 100 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Теория интерполяции функций

лекционное занятие (22 часа(ов)):

Теория приближения функций полиномами и сплайнами.

лабораторная работа (22 часа(ов)):

Теория интерполяции алгебраическими полиномами, представления Лагранжа и Ньютона, лебеговы оценки погрешности, кратное интерполирование, сплайн-интерполяция, тригонометрическое интерполирование.

Тема 2. Квадратурные формулы

лекционное занятие (14 часа(ов)):

Методы численного интегрирования

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Интерполяционные квадратурные формулы, квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона с оценками погрешности, квадратурные формулы Гаусса наивысшего алгебраического порядка точности, численное интегрирование периодических функций, вычисление несобственных интегралов.

Тема 3. Численные методы решения линейных и нелинейных систем алгебраических уравнений

лекционное занятие (24 часа(ов)):

Численные методы решения алгебраических задач.

лабораторная работа (26 часа(ов)):

Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы Гаусса, метод ортогонализации, квадратного корня), итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации, Зейделя, градиентного спуска). Численные методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных алгебраических уравнений.

Тема 4. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Численные методы решения задачи Коши и краевой задачи для дифференциальных уравнений

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Классические методы приближенного решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Основные численные методы решения задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем уравнений первого порядка, распространение на уравнения высших порядков. Метод конечных разностей решения краевой задачи для линейных уравнений второго порядка.

Тема 5. Наилучшие приближения функций

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Приближение функций в абстрактных пространствах

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Наилучшие приближения в нормированных пространствах, теоремы существования и единственности элемента наилучшего приближения. Наилучшие приближения в пространствах Гильберта и в пространстве функций, непрерывных на отрезке.

Тема 6. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений

лекционное занятие (20 часа(ов)):

Численные методы решения дифференциальных уравнений

лабораторная работа (20 часа(ов)):

Классические методы. Метод ломаных Эйлера и его обобщения. Алгоритмы Рунге-Кутты порядка два, три и четыре для решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения и систем уравнений. Оценки погрешности для одношаговых методов. Многошаговые методы Адамса. Метод конечных разностей для решения краевых задач на примерах уравнений второго порядка (в обыкновенных и частных производных). Методы моментов для решения операторных уравнений и коллокационные методы решения интегральных уравнений.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Теория интерполяции функций | 5 | | подготовка к контрольной работе | 44 | Контрольная работа |
| 2. | Тема 2. Квадратурные формулы | 5 | | подготовка к контрольной работе | 28 | Контрольная работа |
| 3. | Тема 3. Численные методы решения линейных и нелинейных систем алгебраических уравнений | 6 | | подготовка к контрольной работе | 28 | Контрольная работа |
| 4. | Тема 4. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений | 6 | | подготовка к контрольной работе | 10 | Контрольная работа |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 5. | Тема 5. Наилучшие приближения функций | 7 | | подготовка к контрольной работе | 10 | Контрольная работа |
| 6. | Тема 6. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений | 7 | | подготовка к контрольной работе | 24 | Контрольная работа |
| | Итого | | | | 144 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Лекционные и лабораторные занятия

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Теория интерполяции функций

Контрольная работа , примерные вопросы:

Интерполяционные формулы

Тема 2. Квадратурные формулы

Контрольная работа , примерные вопросы:

Методы численного интегрирования

Тема 3. Численные методы решения линейных и нелинейных систем алгебраических уравнений

Контрольная работа , примерные вопросы:

Решение линейных и нелинейных алгебраических уравнений

Тема 4. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений

Контрольная работа , примерные вопросы:

Задачи Коши и краевые задачи для дифференциальных уравнений

Тема 5. Наилучшие приближения функций

Контрольная работа , примерные вопросы:

Наилучшие приближения функций

Тема 6. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений

Контрольная работа, примерные вопросы:

Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений

Итоговая форма контроля

экзамен (в 7 семестре)

Итоговая форма контроля

экзамен (в 6 семестре)

Итоговая форма контроля

экзамен (в 5 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

1. Интерполяционные полиномы Лагранжа. Теоремы существования и единственности.

2. Представление Лагранжа для интерполяционного полинома.
 3. Оценка погрешности интерполяции Лагранжа для гладких функций и ее следствия.
 4. Полиномы Чебышева 1-го рода и минимизация произведения $\prod (t-t_k)$.
 5. Общая задача об оптимальном выборе узлов интерполяции (теорема 2 Чебышева).
 6. Теорема Вейерштрасса о равномерной аппроксимации непрерывных функций алгебраическими полиномами.
 7. Лебеговы оценки погрешности интерполирования для непрерывных функций.
 8. Применения оценок Лебега, другие примеры о поведении остаточного члена, формулировки теорем Джексона, Фабера и Марцинкевича об интерполяции.
 9. Разделенные разности и интерполяционные полиномы в форме Ньютона.
 10. Конечные разности и интерполяционные полиномы Ньютона по равноотстоящим узлам.
 11. Кратное интерполирование. Теорема существования и единственности интерполяционного полинома Эрмита.
 12. Оценка погрешности при кратном интерполировании в общем случае.
 13. Интерполяционный полином Эрмита ? Фейера: обоснование формулы и оценка погрешности.
 14. Тригонометрическое интерполирование, теорема единственности и существования тригонометрического интерполяционного полинома.
 15. Тригонометрический интерполяционный полином для равноотстоящих узлов.
 16. Сплайн-интерполяция. Сплайны 1-ой степени: определение, теорема существования и единственности, представление типа Лагранжа.
 17. Аппроксимационные свойства сплайнов 1-ой степени в классах функций с заданными модулями непрерывности (теоремы 3 и 4 в лекциях). Свойство ?насыщаемости?.
 18. Экстремальное свойство сплайнов первой степени (теорема 5 в лекциях).
 19. Кубические сплайны.
 20. Интерполяционные квадратурные формулы: определение, оценка погрешности, алгебраический порядок точности.
 21. Составные интерполяционные квадратурные формулы.
 22. Квадратурные формулы левых, средних и правых прямоугольников и оценки их погрешности.
 23. Квадратурная формула трапеций. Оценки погрешности для формул трапеций.
 24. Квадратурная формула Симпсона. Оценки погрешности для формулы Симпсона.
 25. Квадратурные формулы Гаусса (наивысшего алгебраического порядка точности): теоремы о том, что порядок точности $2n$ невозможен, а порядок точности $2n-1$ связан с дополнительными условиями ортогональности.
 26. Оценки двух типов погрешности квадратурных формул Гаусса.
1. Метод Гаусса для решения СЛАУ с оценкой числа арифметических операций.
 2. Модификации метода Гаусса с выбором ведущих элементов и с оптимальным исключением переменных.
 3. Применения метода Гаусса к вычислению определителей и обратной матрицы. Итерационное уточнение обратной матрицы, вычисленной приближенно.
 4. Метод прогонки решения СЛАУ для 3-х диагональной матрицы.
 5. Решение СЛАУ методом ортогонализации.
 6. Точные методы решения СЛАУ, основанные на факторизации матриц.
 7. Различные нормы матриц.
 8. Метод простой итерации решения СЛАУ, когда норма матрицы меньше единицы. Критерий сходимости метода простой итерации,
 9. Применение метода итерации к матрице с диагональным преобладанием.
- Способы приведения СЛАУ к виду, удобному для применения метода простой итерации.

10. Итерационный метод Зейделя (первый вариант).
11. Итерационный метод Зейделя (второй вариант).
12. Связь решения СЛАУ с точкой минимума квадратичной функции специального вида (случай положительно определенных, симметричных, вещественных матриц).
13. Методы градиентного спуска для решения СЛАУ.
14. Метод покоординатного спуска для СЛАУ и обобщенные методы градиентного спуска.
15. Приближенные решения нелинейных уравнений: метод деления отрезка пополам и метод простой итерации с применением теоремы о сжимающих отображениях.
16. Порядок итерационного метода и уточненные оценки сходимости.
17. Метод Ньютона (метод касательных) и его модификации.
18. Приближенные методы решения систем нелинейных уравнений: метод простой итерации для сжимающих отображений, распространение методов Зейделя на системы.
19. Метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений, обобщающий метод касательных.
20. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Метод последовательных приближений Пикара.
21. Метод степенных рядов Коши для решения ОДУ.
22. Метод ломаных Эйлера для решения ОДУ.
23. Развитие метода ломаных Эйлера. Метод Рунге-Кутты.
24. Численные методы решения задачи Коши для систем ОДУ и ОДУ высших порядков.
25. Разностный метод решения краевой задачи для линейного ОДУ второго порядка.
26. Метод конечных разностей решения краевых задач для УЧП.
27. Численные методы решения интегральных уравнений (методы коллокации).
28. Определение собственных значений квадратных матриц.

7.1. Основная литература:

- А1. Авхадиев, Ф.Г. Численные методы анализа [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие / Ф. Г. Авхадиев ; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского . - Электронные данные. - Казань : Казанский федеральный университет, 2013 . - http://kpfu.ru/portal/docs/F_739637412/Avhadiev._Chislennye.metody.analiza.pdf.
2. Гулин А.В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учеб. пособие / А.В. Гулин, О.С. Мажорова, В.А. Морозова. - М. : ИНФРА-М, 2017. - 368 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - <http://znanium.com/bookread2.php?book=883943>.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы: Учебное пособие / Калиткин Н.Н., - 2-е изд., исправленное. - СПб:БХВ-Петербург, 2015. - 587 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=944508>.

7.2. Дополнительная литература:

1. Березин И.С. Методы вычислений : учебное пособие / И. С. Березин, Н. П. Жидков . Изд. 3-е, перераб. и доп. Т. 1 - М.: Наука, 1966. - 632 с.
2. Березин И.С. Методы вычислений : учебное пособие / И. С. Березин, Н. П. Жидков . Изд. 2-е, перераб. Т. 2. - М.: Физматгиз, 1962. - 640 с.
3. Пантелеев А.В. Численные методы. Практикум : учеб. пособие / А.В. Пантелеев, И.А. Кудрявцева. ? М. : ИНФРА-М, 2017. ? 512 с. ? (Высшее образование: Бакалавриат). - <http://znanium.com/bookread2.php?book=652316>.

7.3. Интернет-ресурсы:

SCOPUS - <http://scopus.com>

SCOPUS - <http://scopus.com>

Научная электронная библиотека РФ - www.elibrary.ru

Научная электронная библиотека РФ - www.elibrary.ru

Общероссийский математический портал - <http://math-net.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Численные методы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Дополнительных требований нет

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Авхадиев Ф.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Агачев Ю.Р. _____

"__" _____ 201__ г.