

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Аналитическая геометрия и линейная алгебра Б1.В.ОД.8

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Нигмедзянова А.М.

**Рецензент(ы):**

Попов А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Агафонов А. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Нигмедзянова А.М. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования, Ajgul.Nigmedzyanova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Формирование представлений о теории определителей, матричном анализе, методах решения систем линейных уравнений, овладение математическим аппаратом линейной алгебры для дальнейшего использования в процессе будущей педагогической деятельности в качестве учителя математики и информатики.

Изучение аксиоматики и структуры современной геометрии, основных ее понятий и отношений, овладение аналитическими и инвариантно-групповыми методами геометрии. Знакомство с основными разделами геометрии: геометрии аффинных и евклидовых пространств.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.8 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 1, 2 курсах, 2, 3 семестры.

Аналитическая Геометрия входит в профессиональный цикл в вариативной его части. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в школьном курсе математики. Знание геометрии может существенно помочь в научно-исследовательской работе.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории определителей, матриц и систем линейных уравнений, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки утверждений, методы доказательства основных из них, возможные сферы их приложений в школьной математике; основные геометрические понятия и отношения: аксиоматику соответствующих разделов геометрии, основные определения и теоремы: уравнения прямой и плоскости, операции над векторами; уравнения кривых и плоскостей второго порядка; координатный метод и владеть им для решения стандартных задач аналитической геометрии.

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории матриц, определителей и систем линейных уравнений, векторной алгебры; проводить стандартные исследования геометрических свойств и вычислять различные геометрические характеристики прямых, плоскостей и поверхностей второго порядка заданных, соответственно, в плоскости и в пространстве.

3. должен владеть:

математическим аппаратом теории матриц, определителей и систем линейных уравнений, векторной алгебры, аналитической и аффинной геометрии, методами решения задач.

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

применения положений классических разделов аналитической геометрии и линейной алгебры, базовые идеи и методы этих разделов математики, систему основных математических структур курса и владение аксиоматическими методами.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных(ые) единиц(ы) 360 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен во 2 семестре; экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Линейная алгебра	2	1-6	12	0	14	Контрольная работа Устный опрос Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Векторы. Операции над векторами.	2	7-10	8	0	12	Письменное домашнее задание Контрольная работа Устный опрос
3.	Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.	2	11-15	10	0	16	Устный опрос Контрольная работа Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Кривые второго порядка.	2	16-18	6	0	12	Устный опрос Контрольная работа Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Векторные пространства и линейные отображения.	3	1-6	12	0	12	Письменное домашнее задание Устный опрос Контрольная работа
6.	Тема 6. Линейные формы и сопряженное линейное пространство. Билинейные и квадратичные формы. Введение в тензорную алгебру.	3	7-13	14	0	21	Письменное домашнее задание Контрольная работа Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Аффинные и евклидовы (псевдо евклидовы) $n$ -мерные пространства (точечные пространства). Поверхности второго порядка в $E_n$ .	3	14-18	10	0	21	Письменное домашнее задание Устный опрос Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Экзамен
	Итого			72	0	108	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Линейная алгебра

#### **лекционное занятие (12 часа(ов)):**

Понятие матрицы, определителя  $n$ -го порядка. Их свойства, действия над ними. Свойства определителя. Алгебраическое дополнение и минор элемента матрицы. Понятие о системе линейных уравнений. Правило Крамера. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема Кронекера-Капелли. Условия нетривиальной совместности однородной систем. Общее решение системы. Фундаментальная система решений.

#### **лабораторная работа (14 часа(ов)):**

индивидуальные задания по теме "Матрицы и определители" (8 заданий) и "Системы линейных уравнений" (5 заданий)

### Тема 2. Векторы. Операции над векторами.

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Векторы. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Понятие о векторном пространстве. Линейная зависимость векторов. Базис и аффинные координаты. Проекция вектора на ось. Прямоугольная система координат. Полярная система координат на плоскости. Скалярное произведение векторов и его приложения. Векторное произведение векторов и его приложения. Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение. Преобразование прямоугольной системы координат на плоскости и в пространстве.

#### **лабораторная работа (12 часа(ов)):**

индивидуальные задания по теме "Векторы. Операции над векторами" (10 заданий)

### Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

#### **лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Линии на плоскости и их уравнение. Каноническое и общее уравнение прямой на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости и их геометрические приложения. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Уравнение пучка прямых.

#### **лабораторная работа (16 часа(ов)):**

индивидуальные задания по теме "Уравнения прямой и плоскости" (10 заданий)

### Тема 4. Кривые второго порядка.

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Приведение общего уравнение кривой второго порядка к каноническому виду. Эллипс, его форма и геометрические свойства. Гипербола, ее свойства и форма. Парабола, ее свойства и форма. Полярное уравнение эллипса, гиперболы и параболы. Условия касания прямой кривой второго порядка. Простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве. Уравнение поверхности и уравнение линии в пространстве. Различные виды уравнения плоскости в пространстве. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Исследование формы поверхностей второго порядка по каноническим уравнениям.

**лабораторная работа (12 часа(ов)):**

индивидуальные задания по теме "Кривые второго порядка" (8 заданий)

**Тема 5. Векторные пространства и линейные отображения.**

**лекционное занятие (12 часа(ов)):**

Определение линейного пространства. Линейная зависимость векторов. Базис и размерность. Подпространства и линейные оболочки. Теорема о пополнении базиса. Пересечение и сумма подпространств. Пространство решений однородной системы уравнений как подпространство пространства матриц-столбцов. Линейные отображения и их матричное представление. Действия над операторами и матрицами. Композиция отображений и умножение матриц. Обратный оператор и обратная матрица. Образ и ядро линейного отображения. Собственные значения и собственные векторы оператора. Переход к новому базису. Инварианты оператора.

**лабораторная работа (12 часа(ов)):**

индивидуальные задания по теме "Векторные пространства" (10 заданий)

**Тема 6. Линейные формы и сопряженное линейное пространство. Билинейные и квадратичные формы. Введение в тензорную алгебру.**

**лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Линейные формы и сопряженное линейное пространство. Билинейные формы. Преобразование матрицы билинейной формы при изменении базиса и ее инварианты. Симметричные и антисимметричные билинейные формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Теорема инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы. Изометрический оператор. Самосопряженный (симметрический) оператор и его матрица. Связь симметрической билинейной формы с соответствующим ей самосопряженным оператором. Ортогонализация системы линейно-независимых векторов. Основная теорема о диагональном виде матрицы самосопряженного оператора и каноническом виде квадратичной формы.

**лабораторная работа (21 часа(ов)):**

индивидуальные задания по теме "Аффинные пространства" (10 заданий)

**Тема 7. Аффинные и евклидовы (псевдо евклидовы) n-мерные пространства (точечные пространства). Поверхности второго порядка в  $E_n$ .**

**лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Аффинные и евклидовы (псевдо евклидовы) n-мерные (точечные) пространства. Аксиоматика Вейля. Преобразование аффинной системы координат. Собственно евклидовы и псевдо евклидовы пространства. Преобразование прямоугольной системы координат. Геометрические фигуры в n- мерном евклидовом пространстве. K-мерные плоскости. Приведение в  $E_n$  общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду. Классификация поверхностей второго порядка. невырожденные, центральные и нецентральные поверхности. Цилиндры.

**лабораторная работа (21 часа(ов)):**

индивидуальные задания по теме "Евклидовы пространства" (10 заданий)

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Линейная алгебра	2	1-6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
				1.Решение задач на теорему об элементарных преобразованиях СЛУ. Метод Гаусса. 2. Решение задач на э	10	сдача индивидуальных контрольных работ преподавателю.
2.	Тема 2. Векторы. Операции над векторами.	2	7-10	Дополнительная подготовка и решение индивидуальных задач по темам: Векторы. Сложение векторов. Ум	9	сдача индивидуальных контрольных работ преподавателю.
				подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
3.	Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.	2	11-15	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
4.	Тема 4. Кривые второго порядка.	2	16-18	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Векторные пространства и линейные отображения.	3	1-6	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
6.	Тема 6. Линейные формы и сопряженное линейное пространство. Билинейные и квадратичные формы. Введение в тензорную алгебру.	3	7-13	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
7.	Тема 7. Аффинные и евклидовы (псевдо евклидовы) n-мерные пространства (точечные пространства). Поверхности второго порядка в $E_n$ .	3	14-18	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
Итого					72	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Используются методы обучения связанные математическим и дидактическим моделированием в учебном процессе. Используется интерактивная форма проведения занятий.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Линейная алгебра

домашнее задание , примерные вопросы:

1.Решение задач на теорему об элементарных преобразованиях СЛУ. Метод Гаусса. 2. Решение задач на элементарные преобразования. Ступенчатая матрица. Ранг матрицы и способ его вычисления. 3. Геометрическая интерпретация решений системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.

контрольная работа , примерные вопросы:

Пример контрольной работы ♦1 1. Вычислите определитель. 2. Решите систему по правилу Крамера . 3. Исследовать систему линейных уравнений. 4. Вычислить определитель. 5. Решите систему уравнений по методу Гаусса. 1. Вычислите определитель. 2. Решите систему по правилу Крамера . 3. Исследовать систему линейных уравнений. 4. Вычислить определитель. 5. Решите систему уравнений по методу Гаусса.

сдача индивидуальных контрольных работ преподавателю. , примерные вопросы:

1. Решение задач на теорему об элементарных преобразованиях СЛУ. Метод Гаусса. 2. Решение задач на элементарные преобразования. Ступенчатая матрица. Ранг матрицы и способ его вычисления. 3. Геометрическая интерпретация решений системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. 1. Решение задач на теорему об элементарных преобразованиях СЛУ. Метод Гаусса. 2. Решение задач на элементарные преобразования. Ступенчатая матрица. Ранг матрицы и способ его вычисления. 3. Геометрическая интерпретация решений системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.

устный опрос , примерные вопросы:

1. Решение задач на теорему об элементарных преобразованиях СЛУ. Метод Гаусса. 2. Решение задач на элементарные преобразования. Ступенчатая матрица. Ранг матрицы и способ его вычисления. 3. Геометрическая интерпретация решений системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Определители. Матрицы. Системы линейных уравнений. Метод Крамера при решении СЛУ. Метод Гаусса.

## **Тема 2. Векторы. Операции над векторами.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найти скалярное произведение векторов  $a$  и  $b$  и угол между ними:  $a(3;-2;-1)$  ,  $b(2;3;1)$ . 2. Дан вектор  $a(3;-5;0)$ . Найти ортогональную проекцию вектора  $a$  на прямую, направление которой определяется вектором  $b(3;1;0)$  , и ортогональную составляющую вектора  $a$  относительно этой прямой. 3. Определить координаты и длины векторов  $[a,[b,c]]$  ,  $[2a-3b,b+2c]$  , если  $a(1;2;1)$  ,  $b(0;1;-1)$  ,  $c(1;-1;2)$  . 4. Длины базисных векторов  $e_1$  ,  $e_2$  ,  $e_3$  равны соответственно 1, 1, 2. Угол между  $e_1$  и  $e_2$  равен  $\pi/2$  , а между  $e_2$  ,  $e_3$  и  $e_1$  ,  $e_3$  равен  $\pi/3$  . Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах, имеющих в этом базисе координаты  $(-1;0;3)$  и  $(2;1;0)$  . 5. Найти смешанное произведение  $(a+b,b-c,[a,c])$ , если  $a(1;2;1)$  ,  $b(0;1;-1)$  ,  $c(1;-1;2)$  . 6. Дана треугольная пирамида, построенная на векторах  $a$  ,  $b$  и  $c$ . Найти объем пирамиды, площади граней, длины высот в пирамиде и гранях, величины двугранных углов между гранями, если  $a(1;2;1)$  ,  $b(0;1;-1)$  ,  $c(1;-1;2)$  .

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти скалярное произведение векторов  $a$  и  $b$  и угол между ними:  $a(3;-2;-1)$  ,  $b(2;3;1)$ . 2. Определить координаты и длины векторов  $[a,[b,c]]$  ,  $[2a-3b,b+2c]$  , если  $a(1;2;1)$  ,  $b(0;1;-1)$  ,  $c(1;-1;2)$  . 3. Дана треугольная пирамида, построенная на векторах  $a$  ,  $b$  и  $c$ . Найти объем пирамиды, площади граней, длины высот в пирамиде и гранях, величины двугранных углов между гранями, если  $a(1;2;1)$  ,  $b(0;1;-1)$  ,  $c(1;-1;2)$  .

сдача индивидуальных контрольных работ преподавателю. , примерные вопросы:

Линейная зависимость векторов. Базис и аффинные координаты. Проекция вектора на ось. Прямоугольная система координат. Полярная система координат на плоскости. Скалярное произведение векторов и его приложения. Векторное произведение векторов и его приложения. Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение. Преобразование прямоугольной системы координат на плоскости и в пространстве.

устный опрос , примерные вопросы:

Знание определений и понятий по следующим вопросам: Скалярное произведение векторов и его приложения. Векторное произведение векторов и его приложения. Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение. Преобразование прямоугольной системы координат на плоскости и в пространстве.

## **Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Дан треугольник ABC: A(3;2) , B(5;5) , C(6;-1). Построить уравнения его сторон, высот, медиан, биссектрис. Найти координаты их пересечений. 2. Исследовать взаимное расположение трех плоскостей:  $2x+3y-4z-1=0$ ,  $-x+5y-z-3=0$  ,  $3x-10y+7z=0$  . 3. Найти проекцию точки M(2;-1;-1) на плоскости  $x-3y+z+5=0$ ,  $4x+3y-z+7=0$  в направлении заданном вектором  $q(-2;1;2)$ . Найти отношение, в котором находятся точки пересечения и точка M. 4. Найти угол между плоскостью  $4x+4y-7z+1=0$  и прямой  $(x-1)/3=(y+2)/2=z/6$  . Установить их взаиморасположение. 5. Составить уравнения прямой , проходящей через точку A(-1,1,-1) и пересекающей две данные прямые  $(x-1)/2=(y-2)/3=z/(-1)$  и  $x/4=(y+5)/(-5)=(z-3)/2$  . 6. При каких значениях a прямая  $x/1=y/a=(z-2)/(-1)$  пересекает плоскость  $3a^2x+ay+z-4a=0$ ? 7. Даны две плоскости:  $x-3y+z+5=0$ ,  $4x+3y-z+7=0$ . Исследовать их взаимное расположение: если они параллельны, то найти расстояние между ними, если пересекаются, то составить каноническое уравнение линии пересечения и найти угол между плоскостями. 8. Три грани параллелепипеда лежат в плоскостях  $2x+4y-z+9=0$ ,  $2x-y+5y-8=0$ ,  $6x+y+z-30=0$ , а одна из вершин A имеет координаты (-1;3;1). Составить уравнения остальных граней параллелепипеда и его диагонали, проходящей через вершину .

контрольная работа , примерные вопросы:

" 1. Дан треугольник ABC: A(3;2) , B(5;5) , C(6;-1). Построить уравнения его сторон, высот, медиан, биссектрис. Найти координаты их пересечений. 2. При каких значениях a прямая  $x/1=y/a=(z-2)/(-1)$  пересекает плоскость  $3a^2x+ay+z-4a=0$ ? 3. Даны две плоскости:  $x-3y+z+5=0$ ,  $4x+3y-z+7=0$ . Исследовать их взаимное расположение: если они параллельны, то найти расстояние между ними, если пересекаются, то составить каноническое уравнение линии пересечения и найти угол между плоскостями.

устный опрос , примерные вопросы:

Уравнения прямой на плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве. Их взаимное расположение.

#### **Тема 4. Кривые второго порядка.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Вычислить эксцентриситет эллипса, если большая ось видна из конца малой оси под углом 120 градусов. 2. Установить, что следующее уравнение определяет эллипс и найти координаты его центра, полуоси, эксцентриситет и уравнения директрис:  $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$ . 3. Дан эллипс  $x^2+2y^2=1$ . Найти расстояние между касательными к эллипсу, параллельными прямой  $x+y=0$ . 4. Составить уравнение гиперболы, касающейся двух прямых  $5x-6-16=0$ ,  $13x-10y-48=0$ , при условии, что ее оси совпадают с осями координат. 5. Составить каноническое уравнение гиперболы, если точка (-5/4; 3/2) принадлежит гиперболе, а асимптотами являются прямые  $y=2x$ ,  $y=-2x$ . 6. Составить уравнение параболы, фокус которой находится в точке (-1/3; -2/3) и директриса дана уравнением  $3x-3y+8=0$ .

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Установить, что следующее уравнение определяет эллипс и найти координаты его центра, полуоси, эксцентриситет и уравнения директрис:  $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$ . 2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если точка (-5/4; 3/2) принадлежит гиперболе, а асимптотами являются прямые  $y=2x$ ,  $y=-2x$ . 3. Составить уравнение параболы, фокус которой находится в точке (-1/3; -2/3) и директриса дана уравнением  $3x-3y+8=0$ .

устный опрос , примерные вопросы:

Кривые второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола. Их свойства. Полярные уравнения.

#### **Тема 5. Векторные пространства и линейные отображения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств n-мерного арифметического пространства, натянутых на системы векторов  $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ . 2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому и координаты вектора x относительно этих базисов. Предварительно доказать, что данные системы векторов действительно образуют базис. Какие ориентации образуют данные базисы?

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных оболочек, натянутых на системы векторов  $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ . 2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому и координаты вектора  $x$  относительно этих базисов. Предварительно доказать, что данные системы векторов действительно образуют базис. Какие ориентации образуют данные базисы?

устный опрос , примерные вопросы:

задачи по теме "Линейные пространства и отображения" Определение линейного пространства. Линейная зависимость векторов. Базис и размерность. Подпространства и линейные оболочки. Теорема о пополнении базиса. Пересечение и сумма подпространств. Пространство решений однородной системы уравнений как подпространство пространства матриц-столбцов. Линейные отображения и их матричное представление. Действия над операторами и матрицами. Композиция отображений и умножение матриц. Обратный оператор и обратная матрица. Образ и ядро линейного отображения. Собственные значения и собственные векторы оператора. Переход к новому базису. Инварианты оператора

### **Тема 6. Линейные формы и сопряженное линейное пространство. Билинейные и квадратичные формы. Введение в тензорную алгебру.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Даны три точки  $P(3;-4)$ ,  $Q(1;-2)$ ,  $R(1;-3)$  на сторонах параллелограмма  $ABCD$ . Найти координаты вершин параллелограмма, если  $\mu(ABP)=-2$ ,  $\mu(BCQ)=5$ ,  $\mu(CDR)=1/2$ . 2. Написать уравнение плоскости наименьшей размерности, содержащей данные точки и векторы:  $M_1(1;1;0;-2)$ ,  $M_2(-2;0;0;1)$ ,  $M_3(1;2;0;-1)$ ,  $q_1(3;-3;1;0)$ ,  $q_2(4;-2;4;0)$ . 3. Исследовать взаимное расположение прямой и двумерной плоскости в четырехмерном пространстве, если двумерная плоскость задается уравнениями  $\{x-y=0, x+2y-z+t-2=0\}$ , а прямая задана канонически:  $(x+1)/1=(y-2)/3=(z-1)/0=(t-2)/4$ .

устный опрос , примерные вопросы:

задачи по теме "Линейные формы. Билинейные формы. Квадратичные формы" Линейные формы и сопряженное линейное пространство. Билинейные формы. Преобразование матрицы билинейной формы при изменении базиса и ее инварианты. Симметричные и антисимметричные билинейные формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Теорема инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы. Изометрический оператор. Самосопряженный (симметрический) оператор и его матрица. Связь симметрической билинейной формы с соответствующим ей самосопряженным оператором. Ортогонализация системы линейно-независимых векторов. Основная теорема о диагональном виде матрицы самосопряженного оператора и каноническом виде квадратичной формы

### **Тема 7. Аффинные и евклидовы (псевдо евклидовы) n-мерные пространства (точечные пространства). Поверхности второго порядка в $E_n$ .**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Выяснить, являются ли данные формулы формулами движения плоскости. Определить вид движения:  $x'=y-1$ ;  $y'=x+1$ , его инвариантные точки и инвариантные прямые, образы и прообразы точек  $M(0;0)$  и  $N(-2;3)$ , а также образы и прообразы прямых  $y=0$  и  $x-y+5=0$ . 2. Составить формулы гомотетии, зная, что прямая  $5x-5y-2=0$  переходит в прямую  $x-y-1=0$ , а прямые  $2x+y+1=0$  и  $12x+8y+7=0$  инвариантны. 3. Приведите уравнение квадрики к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований. Запишите явный вид этих преобразований, докажете ортогональность матрицы преобразований и определите тип движения.  $x^2-2y^2+z^2+4xy-8xz-4yz-4x-4y+14z+16=0$ .

устный опрос , примерные вопросы:

Аффинные и евклидовы (псевдо евклидовы)  $n$ -мерные (точечные) пространства. Аксиоматика Вейля. Преобразование аффинной системы координат. Собственно евклидовы и псевдо евклидовы пространства. Преобразование прямоугольной системы координат. Геометрические фигуры в  $n$ - мерном евклидовом пространстве.  $K$ -мерные плоскости. Приведение в  $E_n$  общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду. Классификация поверхностей второго порядка. невырожденные, центральные и нецентральные поверхности. Цилиндры. Группа движений. Движения первого и второго рода. Движения плоскости и их классификация. Движения трехмерного евклидова пространства и их классификация. Группа гомотетий. Группа подобий. Групповой подход к геометрии Приведение квадрик к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.

### **Итоговая форма контроля**

экзамен

### **Итоговая форма контроля**

экзамен

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену "Аналитическая геометрия и линейная алгебра" за 2 семестр

1. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
2. Система линейных уравнений. Основные понятия: решение, совместные и несовместные системы. Равносильные системы.
3. Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли).
4. Метод Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений.
5. Совместность однородной системы линейных уравнений. Свойства решений однородной системы.
6. Фундаментальный набор решений однородной системы. Теорема о фундаментальном наборе решений.
7. Связь между решениями неоднородной системы линейных уравнений и соответствующей однородной. Структура общего решения неоднородной системы.
8. Определители 2-го и 3-го порядков и их свойства. Правило Крамера для решения системы из двух линейных уравнений.
9. Определитель  $n$ -го порядка и его свойства: разложение по элементам строки или столбца, транспонированный определитель.
10. Система из  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Правило Крамера.
11. Типы матриц. Действия над матрицами. Свойства действий.
12. Критерий совместности и несовместности систем линейных неравенств.
13. Решение систем линейных неравенств с двумя и тремя неизвестными.
14. Геометрические векторы. Сложение векторов и умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов в трехмерном пространстве. Коллинеарные и компланарные векторы. Теорема о линейно-зависимой системе векторов.
15. Теорема о сумме векторов вдоль замкнутой ломаной. Векторный базис. Координаты вектора в базисе. Правые и левые тройки (пары) векторов.
16. Скалярное произведение и его свойства. Длина векторов и угол между векторами. Ортонормированный базис. Запись скалярного произведения в ортонормированном базисе. Проекция вектора на ось. Применение скалярного произведения к решению геометрических задач. Полярная система координат.
17. Векторное произведение и его свойства. Запись векторного произведения в ортонормированном базисе. Правая и левая декартовы системы координат. Применение векторного произведения к решению геометрических задач.
18. Смешанное произведение и его свойства. Запись смешанного произведения в ортонормированном базисе. Применение смешанного произведения к решению геометрических задач. Двойное векторное произведение.



19. Применение векторных операций для решения геометрических и физических задач. Понятие о криволинейных координатах. Преобразование координат на плоскости и в пространстве.
20. Декартовы координаты точки. Общее уравнение прямой на плоскости и его геометрический смысл. Параметрическое и каноническое уравнения прямой на плоскости и связь между ними. Уравнение прямой в отрезках.
21. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние между параллельными прямыми на плоскости. Отклонение точки от прямой.
22. Общее уравнение плоскости в пространстве. Нормированное уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями. Расстояние между параллельными плоскостями.
23. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Угол между прямыми в пространстве. Расстояние между параллельными прямыми в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми в пространстве.
24. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние между параллельными прямой и плоскостью.
25. Цилиндрические и сферические координаты.
26. Уравнение кривой на плоскости и поверхности в пространстве. Примеры. Кривые второго порядка на плоскости и их канонические уравнения.
27. Исследование эллипса по каноническому уравнению. Фокальные и директориальные свойства эллипса.
28. Исследование гиперболы по каноническому уравнению. Фокальные и директориальные свойства гиперболы.
29. Исследование параболы по каноническому уравнению. Директориальное свойство параболы.
30. Полярное уравнение кривых второго порядка. Уравнение касательной к кривой второго порядка.
31. Приведение общего уравнения второго порядка на плоскости к каноническому виду.

Вопросы к экзамену по дисциплине (модулю) "Аналитическая геометрия и линейная алгебра" (3 семестр)

1. Векторное пространство. Аксиомы векторного пространства. Некоторые следствия из аксиом. Необходимые и достаточные условия линейной зависимости векторов. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.
2. Изоморфизм векторных пространств. Арифметическая модель векторного пространства. Автоморфизмы векторного пространства. Матрица перехода от старого базиса к новому и ориентация векторного пространства. Формулы преобразования векторного пространства. Преобразование координат вектора при замене базиса.
3. Аффинное пространство. Аксиомы Вейля и некоторые следствия из них. Изоморфизм аффинных пространств. Векторная модель аффинного пространства, арифметическая модель аффинного пространства. Аффинная система координат и аффинные координаты точки. Теорема о координатах геометрического вектора.
4. Автоморфизм аффинного пространства. Аффинные преобразования, формулы аффинного преобразования. Формулы преобразования аффинных координат точки при замене аффинного репера. Группа аффинных преобразований.
5. Прямая линия в аффинном пространстве. Некоторые теоремы. Простое отношение трех точек и его свойства. Определение отрезка и луча.
6. Различные формы записи уравнения прямой (векторное параметрическое, каноническое, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки).
7. Простейшие аффинные теоремы планиметрии. Теоремы о средней линии треугольника и трапеции, о противоположенных сторонах параллелограмма и диагоналях параллелограмма, теорема о медианах треугольника.

8.  $k$ -мерные плоскости в аффинном пространстве. Общие и параметрические уравнения. Гиперплоскости. Аффинные инварианты. Взаимное расположение плоскостей и прямых в  $n$ -мерном аффинном пространстве.
9. Аффинные теоремы и задачи стереометрии. Группа аффинных преобразований.
10. Линейный оператор и его матрица. Примеры линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Собственные векторы и собственные значения оператора.
11. Самосопряженный оператор и его матрица. Собственные значения и собственные векторы самосопряженного оператора.
12. Билинейные формы. Матрица билинейной формы и ее преобразование при переходе к новому базису. Инварианты билинейной формы.
13. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
14. Связь симметрической билинейной формы с самосопряженным оператором. Основная теорема о диагональном виде матрицы самосопряженного оператора и каноническом виде квадратичной формы. Приведение квадратик к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.
15. Евклидово векторное пространство. Евклидово пространство точек. Прямоугольная декартова система координат.
16. Группа движений. Движения первого и второго рода. Движения плоскости и их классификация.
17. Движения трехмерного евклидова пространства и их классификация.
18. Группа гомотетий. Группа подобий. Групповой подход к геометрии.

### 7.1. Основная литература:

- Аналитическая геометрия, Ч. 2. Аналитическая геометрия пространства, 2012г.
- Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Антонов, Валерий Иванович;Лагунова, Марина Витальевна;Лобкова, Наталья Ивановна, 2013г.
- Аналитическая геометрия и линейная алгебра, Гусак, Алексей Адамович, 2011г.
- Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Карчевский, Евгений Михайлович;Карчевский, Михаил Миронович, 2011г.
- Аналитическая геометрия, Ч. 3. Многомерные пространства. Гиперповерхности второго порядка, Шурыгин, Вадим Васильевич;Шурыгин, Вадим Вадимович, 2014г.
1. Авилова, Л.В. Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии ( типовые расчеты) [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Авилова, В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 288 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/37330>. - Загл. с экрана.
  2. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / П.С. Александров. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 512 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/493>. - Загл. с экрана.
  3. Александров, П.С. Лекции по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учебник / П.С. Александров. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 912 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/561>. - Загл. с экрана.
  4. Беклемишева, Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Беклемишева, Д.В. Беклемишев, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 496 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/109625>. - Загл. с экрана.
  5. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2009. - 224 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2179>. - Загл. с экрана.



6. Кадомцев, С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.Б. Кадомцев. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2011. - 168 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2187>. - Загл. с экрана.
7. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д.В. Клетеник ; Под ред. Н.В. Ефимова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 224 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/103191>. - Загл. с экрана.
8. Постников, М.М. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Постников. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 416 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/318>. - Загл. с экрана.
9. Цубербиллер, О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учебное пособие / О.Н. Цубербиллер. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 336 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/430>. - Загл. с экрана.

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. .. Линейная алгебра../ Изд-во Физматлит, 2008. - 280с. - ISBN: 978-5-9221-0481-4. - <http://e.lanbook.com/view/book/2178/>
2. Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. . Линейная алгебра и геометрия../ Изд-во Физматлит, 2009. - 512с. - ISBN: 978-5-9221-1139-3. <http://e.lanbook.com/view/book/2306/>

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре ? Наука - <http://books.tr200.ru/v.php?id=114906>

Учебники по линейной алгебре - <http://eek.diary.ru/p47467303.htm?from=last>

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры - [http://www.newlibrary.ru/book/kurosh\\_a\\_g/kurs\\_vysshei\\_algebry.html](http://www.newlibrary.ru/book/kurosh_a_g/kurs_vysshei_algebry.html)
3. Фадеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре ? М, Наука, - <http://books.tr200.ru/v.php?id=210655>
4. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. - М., 1970. - 400 с. - <http://mathhelp.ifolder.ru/7883379>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Аналитическая геометрия и линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

аудитории

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии .

Автор(ы):

Нигмедзянова А.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.