

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Гаурский

_____» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Комплексный анализ Б1.В.ОД.14

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Гарипов И.Б.

Рецензент(ы):

Сушков С.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No 817219018

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гарипов И.Б. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,
lnur.Garipov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Обучение комплексному анализу для формирования у студентов представления о математике как особом методе познания природы, осознания общности математических понятий и моделей, приобретения навыков логического мышления и оперирования абстрактными математическими объектами; воспитание высокой математической культуры. Комплексный анализ - важнейший базовый курс, целями которого является закладка фундамента математического образования.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.14 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Комплексный анализ относится к фундаментальным математическим курсам, которые изучаются студентами - математиками. Данный курс основывается на теории комплексных чисел и тесно связан с курсом математического анализа действительной переменной. Изучение комплексного анализа осуществляется в тесной связи с другими математическими курсами и существенно повышает профессиональные качества будущих учителей математики.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические основы функций комплексного переменного; основные методы комплексного анализа

2. должен уметь:

дифференцировать и интегрировать функции комплексного переменного; находить разложения функций в ряды Тейлора и Лорана; находить и классифицировать особые изолированные точки; находить вычеты функции и использовать их при вычислении интегралов

3. должен владеть:

умениями и навыками решения задач теории функций комплексного переменного

4. должен демонстрировать способность и готовность:

способность использования основных положений комплексного анализа для решения задач теории функций комплексного переменного, готовность применения теории функций комплексного переменного к решению прикладных задач математики.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексного переменного.	5	1	2	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Дифференцирование функций комплексного переменного.	5	3	2	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.	5	5	4	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Представление аналитических функций рядами. Элементарные трансцендентные функции.	5	7	4	0	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.	5	9	2	0	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Вычеты и их приложения.	5	11	4	0	4	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			18	0	18	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексного переменного.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Расширенная комплексная плоскость. Последовательности и ряды комплексных чисел. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Комплексные числа. Линии и области на комплексной плоскости. Вычисление предела последовательности комплексных чисел. Исследование сходимости рядов комплексных чисел. Вычисление предела функции комплексного переменного. Исследование на непрерывность функции комплексного переменного.

Тема 2. Дифференцирование функций комплексного переменного.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Условия дифференцируемости. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Вычисление производной функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.

Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие интеграла функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши. Теорема о составном контуре. Интегральная формула Коши.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Вычисление интеграла функции комплексного переменного по данной кривой.

Тема 4. Представление аналитических функций рядами. Элементарные трансцендентные функции.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Степенные ряды. Круг сходимости. Равномерная сходимость. Ряд Тейлора. Показательная функция. Тригонометрические функции. Формула Эйлера. Гиперболические функции. Логарифм. Обратные гиперболические функции.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Определение радиусов и кругов сходимости степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора. Представление функции в алгебраической форме.

Тема 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Разложение функций в ряд Лорана. Область сходимости. Главная и правильная части ряда Лорана. Классификация особых изолированных точек аналитической функции (устраняемая, полюс, существенно особая).

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Разложение функций в ряд Лорана. Определение типа особой точки.

Тема 6. Вычеты и их приложения.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Применение вычетов при вычислении определенных интегралов. Применение вычетов при вычислении неопределенных интегралов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Вычисление интегралов с помощью вычетов.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексного переменного.	5	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Дифференцирование функций комплексного переменного.	5	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.	5	5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Представление аналитических функций рядами. Элементарные трансцендентные функции.	5	7	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.	5	9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Вычеты и их приложения.	5	11	подготовка домашнего задания	0	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	Контрольная работа
Итого					18	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и семинарские занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, лекции в форме эвристических бесед и дискуссий, модульная технология обучения, проектная деятельность.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексного переменного.

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачи на определение множества точек в комплексной плоскости, задаваемых с помощью уравнений и неравенств.

Тема 2. Дифференцирование функций комплексного переменного.

домашнее задание , примерные вопросы:

Условия Коши-Римана (Эйлера-Даламбера). Вычисление производных функций комплексного переменного.

Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.

домашнее задание , примерные вопросы:

Задания на вычисления различных интегралов.

Тема 4. Представление аналитических функций рядами. Элементарные трансцендентные функции.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Определение радиусов и кругов сходимости степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора.

Тема 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.

домашнее задание , примерные вопросы:

Разложение функций в ряд Лорана. Определение типа особой точки.

Тема 6. Вычеты и их приложения.

домашнее задание , примерные вопросы:

Круговое свойство Дробно-линейной функции. Формула Эйлера.

Контрольная работа , примерные вопросы:

Вычисление интегралов с помощью вычетов.

Итоговая форма контроля

экзамен

Примерные вопросы к экзамену:

Примерные вопросы к экзамену:

1. Геометрическая интерпретация поля комплексных чисел.
2. Стереографическая проекция комплексных чисел.
3. Расширенная комплексная плоскость.
4. Функция комплексного переменного.
5. Предел функции комплексного переменного.
6. Непрерывность функции комплексного переменного.
7. Производная и дифференциал.
8. Условия Коши - Римана.
9. Аналитичность функции комплексного переменного в точке и области.
10. Гармонические функции.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
12. Линейная функция.
13. Дробно-линейная функция.
14. Степенная функция.
15. Показательная функция.
16. Интегрирование функции комплексного переменного по кусочно-гладкому контуру.
17. Теорема Коши.
18. Интегральная формула Коши.
19. Разложение функции в ряд Тейлора.
20. Ряд Лорана.
21. Особые точки. Классификация изолированных особых точек.
22. Вычеты функции.
23. Теорема о вычетах.
24. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

Примерные задачи к экзамену:

Задача 1. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-1}$.

Задачи 2. Представить в алгебраической форме $\sin \left(\frac{\pi}{4} + 2i \right)$.

Задачи 3. Представить в алгебраической форме $\operatorname{Arctg} \frac{1-i(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1+i}$.

Задачи 4. Вычертить область заданную неравенствами $|z-1| \leq 1$ $|z+1| > 2$.

Задачи 5. Проверить, что $u(v)$ является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x,y)$ или мнимой $v(x,y)$ и значению $f(z_0)$:

$$u = x^2 - y^2 + x, f(0) = 0$$

Задачи 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой $\int_{AB} \overline{z}^2 dz$; $\quad AB : \{ y = x^2, \quad z_A = 0 \quad z_B = 1 + i \}$.

Задачи 7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням z .

$$\frac{z-2}{z^3+z^2-z}$$

Задачи 8. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням $z - z_0$.

Задачи 9. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0

$$\cos \frac{1}{z-2}, \quad z_0 = 2$$

Задачи 10. Определить тип особой точки $z=0$ для данной функции $\frac{e^{9z}-1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$.

Задачи 11. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

$$\frac{e^{\frac{1}{z}}}{\sin \frac{1}{z}}$$

Задачи 12. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$.

Задачи 13. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3} dz$.

Задачи 14. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}$.

Задачи 15. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(1 + \sqrt{\frac{10}{11}} \cos t)^2}$.

Задачи 16. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$.

Задачи 17. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2 + 4)^2} dx$.

7.1. Основная литература:

Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том III, часть 2 [Электронный ресурс] / В.И.Смирнов ; Прим. Е. А. Грининой: 10-е изд. - СПб.: БХВ-Петербург, 2010. - 816 с. - URL:

<http://znanium.com/bookread.php?book=350366>

Исаева, С. И. Математика [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / С. И. Исаева, Л. В. Кнауб, Е. В. Юрьева. - Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2011. - 156 с. - ISBN 978-7638-2405-6. -

<http://znanium.com/bookread.php?book=441942>

Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. [Электронный ресурс] : Учебники - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2009. - 432 с. - Режим доступа:

<http://e.lanbook.com/book/322>

7.2. Дополнительная литература:

Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс]: учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, - 6-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010 - URL:

<http://znanium.com/bookread2.php?book=544573>

Розендорн Э. Р. Малышева, Н. Б. Функции комплексного переменного [Электронный ресурс] : Учеб. для вузов./ Н. Б. Малышева, Э. Р. Розендорн ; Под ред. Э. Р. Розендорна. - М.:

ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 168 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=544726>

7.3. Интернет-ресурсы:

Мир математических уравнений EqWorld -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/complex.htm>

бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/index.html>

Математический форум Math Help Planet -

<http://mathhelpplanet.com/static.php?p=funktsii-kompleksnogo-peremennogo>

образовательный математический сайт - <http://old.exponenta.ru/>

справочник математических формул - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Комплексный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Для проведения лабораторных занятий необходим компьютерный класс, рассчитанный на полгруппы - 15 человек, соответственно 15 компьютеров. Компьютеры должны быть оснащены программами "Wrd", "Crel draw", "Latex".

Доступ студентов к компьютерам с Mircsft Office и Maple или аналогичным программным обеспечением, с выходом в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде .

Автор(ы):

Гарипов И.Б. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. _____

"__" _____ 201__ г.