

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

### Программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика Б1.Б.24

Направление подготовки: 10.03.01 - Информационная безопасность

Профиль подготовки: Безопасность компьютерных систем

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Халиуллин С.Г.

**Рецензент(ы):**

Ишмухаметов Ш.Т.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 912818

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. кафедры математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Samig.Haliullin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является систематическое изучение методов теории вероятностей и математической статистики, которые используются в качестве математических моделей широкого круга процессов физики, техники, экономики и других разделов естествознания. Особое внимание уделяется вероятностным моделям реальных явлений и статистическим методам идентификации этих моделей.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.24 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 10.03.01 Информационная безопасность и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе в 3 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ 1", "Математический анализ 2", "Дифференциальные и разностные уравнения".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способностью составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью решать задачи профессиональной деятельности в составе научно-исследовательского и производственного коллектива
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью разрабатывать и реализовывать процессы жизненного цикла информационных систем, программного обеспечения, сервисов систем информационных технологий, а также методы и механизмы оценки и анализа функционирования средств и систем информационных технологий

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные принципы построения вероятностных моделей и методов принятия статистических решений

2. должен уметь:

- ориентироваться в классических и современных методах доказательства предельных теорем теории вероятностей и выводе распределения статистик - функций отклонение выборочных данных

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями, связанными с основными законами теории вероятностей и теории статистического вывода

- навыками построения вероятностных моделей реальных явлений и навыки обработки статистических данных

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Случайные явления. Статистический подход к понятию вероятности. Классическая вероятность. Геометрическая вероятность.	4		2	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Понятие вероятностного пространства. Элементарные и случайные события. Алгебраические операции над событиями. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства.	4		4	0	4	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Аксиомы теории вероятностей. Аксиома непрерывности. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.	4		2	0	2	Контрольная работа
4.	Тема 4. Условная вероятность. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример Бернштейна. Вероятность произведения событий. Независимость сигма-алгебр. Схема Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	4		4	0	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.	4		4	0	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Случайные величины. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.	4		2	0	2	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Интеграл Лебега, интеграл Лебега-Стилтьеса. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышева, правило "трех сигм".	4		4	0	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Многомерные распределения. Свойства совместных функции распределения и функции плотности. Критерий независимости случайных величин. Свойства независимых случайных величин. Свертка функций распределения и функций плотности.	4		2	0	2	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Моментные характеристики случайных векторов. Ковариационная и корреляционная матрицы. Свойства ковариации и коэффициента корреляции. Многомерное нормальное распределение.	4		2	0	2	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Законы больших чисел. Закон больших чисел Я.Бернулли.	4		2	0	2	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Сходимость последовательности случайных величин по вероятности. Сходимость почти наверное. Связь между этими сходимостями. Сходимость по распределению. Слабая сходимость последовательности функций распределения. Теорема Хелли (об эквивалентности двух определений слабой сходимости). Связь между сходимостью по вероятности и по распределению. Теоремы о слабой сходимости к непрерывной функции и к константе.	4		4	0	4	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Характеристическая функция и ее свойства. Характеристические функции вырожденного распределения, распределения Бернулли, биномиального, Пуассона, равномерного на отрезке $[0, 1]$ , нормального распределений.	4		2	0	2	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Закон больших чисел Хинчина. Центральная предельная теорема. Модели роста, логнормальное распределение.	4		2	0	2	Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Экзамен



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого			36	0	36	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Случайные явления. Статистический подход к понятию вероятности.

**Классическая вероятность. Геометрическая вероятность.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Парадокс де Мере. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Задачи нахождения вероятностей событий по классической схеме. Геометрические вероятности. Равномерное распределение. Парадокс Бертрана. Задача Бюффона.

### Тема 2. Понятие вероятностного пространства. Элементарные и случайные события.

**Алгебраические операции над событиями. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Алгебраические операции над событиями. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Построение дискретных и непрерывных вероятностных пространств.

### Тема 3. Аксиомы теории вероятностей. Аксиома непрерывности. Свойства вероятности.

**Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Аксиоматика Колмогорова. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Разбор теоремы Каратеодори о продолжении вероятности.

### Тема 4. Условная вероятность. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример Бернштейна. Вероятность произведения событий. Независимость сигма-алгебр. Схема Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

**Формула Байеса.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие условной вероятности и независимости событий. Определение и свойства схемы Бернулли.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение задач на использование формул полной вероятности и Байеса

### Тема 5. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона в схеме Бернулли.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Применение теорем Муавра-Лапласа и Пуассона для вычисления вероятностей событий. Сравнение точности аппроксимации соответствующих формул.

**Тема 6. Случайные величины. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Понятие случайной величины и ее основные характеристики. Понятие вероятностного распределения. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный. Функция плотности и ее свойства.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач, приводящих к различным распределениям: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.

**Тема 7. Интеграл Лебега, интеграл Лебега-Стилтьеса. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышева, правило "трех сигм".**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Математическое ожидание как интеграл Лебега, его свойства. Числовые характеристики случайных величин.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение задач на вычисление математических ожиданий, дисперсии и других характеристик случайных величин.

**Тема 8. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Многомерные распределения. Свойства совместных функции распределения и функции плотности. Критерий независимости случайных величин. Свойства независимых случайных величин. Свертка функций распределения и функций плотности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Случайные векторы. Свойства совместных функции распределения и функции плотности. Критерий независимости случайных величин. Свертка функций распределения и функций плотности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Вычисление совместных функций распределения и функций плотности. Восстановление частных распределений по совместным. Вычисление свертки.

**Тема 9. Моментные характеристики случайных векторов. Ковариационная и корреляционная матрицы. Свойства ковариации и коэффициента корреляции. Многомерное нормальное распределение.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства. Коэффициент корреляции. Некоррелированность и независимость случайных величин.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на независимость случайных величин.

**Тема 10. Законы больших чисел. Закон больших чисел Я.Бернулли.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теоремы.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Скорость сходимости в предельных теоремах.

**Тема 11. Сходимость последовательности случайных величин по вероятности. Сходимость почти наверное. Связь между этими сходимостями. Сходимость по распределению. Слабая сходимость последовательности функций распределения. Теорема Хелли (об эквивалентности двух определений слабой сходимости). Связь между сходимостью по вероятности и по распределению. Теоремы о слабой сходимости к непрерывной функции и к константе.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Сходимость последовательности случайных величин по вероятности. Сходимость почти наверное. Связь между этими сходимостями. Сходимость по распределению. Слабая сходимость последовательности функций распределения. Теорема Хелли (об эквивалентности двух определений слабой сходимости).

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Связь между сходимостью по вероятности и по распределению. Теоремы о слабой сходимости к непрерывной функции и к константе.

**Тема 12. Характеристическая функция и ее свойства. Характеристические функции вырожденного распределения, распределения Бернулли, биномиального, Пуассона, равномерного на отрезке  $[0, 1]$ , нормального распределений.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Характеристические функции вырожденного распределения, распределения Бернулли, биномиального, Пуассона, равномерного на отрезке  $[0, 1]$ , нормального распределений.

**Тема 13. Закон больших чисел Хинчина. Центральная предельная теорема. Модели роста, логнормальное распределение.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Предельные теоремы теории вероятностей Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Вероятностные модели роста. Центральная предельная теорема.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Модели роста, логнормальное распределение.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Случайные явления. Статистический подход к понятию вероятности. Классическая вероятность. Геометрическая вероятность.	4		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
2.	Тема 2. Понятие вероятностного пространства. Элементарные и случайные события. Алгебраические операции над событиями. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства.	4		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Аксиомы теории вероятностей. Аксиома непрерывности. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.	4		подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
4.	Тема 4. Условная вероятность. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример Бернштейна. Вероятность произведения событий. Независимость сигма-алгебр. Схема Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	4		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.	4		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Случайные величины. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.	4		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
7.	Тема 7. Интеграл Лебега, интеграл Лебега-Стилтьеса. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышева, правило "трех сигм".	4		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Многомерные распределения. Свойства совместных функции распределения и функции плотности. Критерий независимости случайных величин. Свойства независимых случайных величин. Свертка функций распределения и функций плотности.	4		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Моментные характеристики случайных векторов. Ковариационная и корреляционная матрицы. Свойства ковариации и коэффициента корреляции. Многомерное нормальное распределение.	4		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
10.	Тема 10. Законы больших чисел. Закон больших чисел Я.Бернулли.	4		подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
11.	Тема 11. Сходимость последовательности случайных величин по вероятности. Сходимость почти наверное. Связь между этими сходимостями. Сходимость по распределению. Слабая сходимость последовательности функций распределения. Теорема Хелли (об эквивалентности двух определений слабой сходимости). Связь между сходимостью по вероятности и по распределению. Теоремы о слабой сходимости к непрерывной функции и к константе.	4		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
12.	Тема 12. Характеристическая функция и ее свойства. Характеристические функции вырожденного распределения, распределения Бернулли, биномиального, Пуассона, равномерного на отрезке $[0, 1]$ , нормального распределений.	4		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
13.	Тема 13. Закон больших чисел Хинчина. Центральная предельная теорема. Модели роста, логнормальное распределение.	4		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
	Итого				18	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Случайные явления. Статистический подход к понятию вероятности. Классическая вероятность. Геометрическая вероятность.**

домашнее задание , примерные вопросы:

В каких ситуациях применима классическая модель вероятностного пространства? Привести примеры ошибочного применения классической схемы. Дайте интерпретацию биномиальных коэффициентов. Решение задач на классическую вероятность

### **Тема 2. Понятие вероятностного пространства. Элементарные и случайные события. Алгебраические операции над событиями. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Описать элементы вероятностного пространства. Привести свойства вероятностной меры. Привести примеры неклассических пространств. Решить некоторые задачи на различные сочетания событий

### **Тема 3. Аксиомы теории вероятностей. Аксиома непрерывности. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти вероятность события в схеме геометрической модели. 2. Найти вероятность по формуле Байеса или полную вероятность сложного события. 3. Найти вероятность с помощью числа сочетаний

### **Тема 4. Условная вероятность. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример Бернштейна. Вероятность произведения событий. Независимость сигма-алгебр. Схема Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вывести формулу полной вероятности и формулу Байеса. Привести несколько примеров, показывающих несоответствие понятий независимости в совокупности и попарной независимости. Решить задачи на биномиальную модель.

### **Тема 5. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.**



домашнее задание , примерные вопросы:

Сформулировать закон больших чисел и теорему Муавра-Лапласа. Привести вид функции плотности нормального закона и его числовых характеристик. Решить задачи на применение теорем Пуассона и Муавра-Лапласа

**Тема 6. Случайные величины. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Привести свойства функции распределения. Обязана ли функция распределения быть всюду непрерывной слева (справа). Привести пример вывода функции распределения на основе физических предположений.

**Тема 7. Интеграл Лебега, интеграл Лебега-Стилтьеса. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышева, правило "трех сигм".**

домашнее задание , примерные вопросы:

Привести основные свойства математического ожидания и дисперсии случайной величины. Дать графическую иллюстрацию дискретной и непрерывной моделей. Решить задачи на вычисление моментов случайных величин.

**Тема 8. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Многомерные распределения. Свойства совместных функции распределения и функции плотности. Критерий независимости случайных величин. Свойства независимых случайных величин. Свертка функций распределения и функций плотности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Дать определение случайного вектора и его функции распределения. Дать определение линии среднеквадратической регрессии.

**Тема 9. Моментные характеристики случайных векторов. Ковариационная и корреляционная матрицы. Свойства ковариации и коэффициента корреляции. Многомерное нормальное распределение.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Привести неравенство Коши-Буняковского. Решить задачи на вычисление коэффициента корреляции, построения свертки, нахождение функции плотности случайного вектора. Сформулировать Центральную Предельную Теорему. Дать определение случайной функции. Сформулировать постулаты процесса Пуассона и броуновского движения. Какой процесс называется гауссовским?

**Тема 10. Законы больших чисел. Закон больших чисел Я.Бернулли.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа 1. Найти распределение функции от случайной величины (вектора) 2. Найти вероятность в схеме Бернулли с использованием предельных теорем Пуассона и Муавра-Лапласа. 3. Найти вид распределения случайной величины или её моменты с помощью метода характеристических функций.

**Тема 11. Сходимость последовательности случайных величин по вероятности. Сходимость почти наверное. Связь между этими сходимостями. Сходимость по распределению. Слабая сходимость последовательности функций распределения. Теорема Хелли (об эквивалентности двух определений слабой сходимости). Связь между сходимостью по вероятности и по распределению. Теоремы о слабой сходимости к непрерывной функции и к константе.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследовать последовательности на разные виды сходимости

**Тема 12. Характеристическая функция и ее свойства. Характеристические функции вырожденного распределения, распределения Бернулли, биномиального, Пуассона, равномерного на отрезке  $[0, 1]$ , нормального распределений.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить характеристические функции различных распределений

### **Тема 13. Закон больших чисел Хинчина. Центральная предельная теорема. Модели роста, логнормальное распределение.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на использование закона больших чисел

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена - Приложение 1.

Список билетов по дисциплине

Билет ♦ 1

1. Закон больших чисел Бернулли.
2. Характеристическая функция и ее свойства.

Билет ♦ 2

1. Гипергеометрическое распределение вероятностей.
2. Случайная величина и ее характеристики.

Билет ♦ 3

1. Свойства вероятности.
2. Распределения, возникающие в математической статистике: хи-квадрат, Стьюдента, Фишера

Билет ♦ 4

1. Статистический подход к понятию вероятности.
2. Сходимость почти всюду..

Билет ♦ 5

1. Условная вероятность и независимость. Пример событий, независимых попарно, но зависимых в совокупности.
2. Центральная предельная теорема.

Билет ♦ 6

1. Схема испытаний Бернулли и связанные с ней распределения.
2. Функция плотности и ее свойства.

Билет ♦ 7

1. Формула полной вероятности и формула Байеса.
2. Типы распределений - определения и примеры.

Билет ♦ 8

1. Нормальное распределение и его свойства.
2. Классическое определение вероятности.

Билет ♦ 9

1. Функции распределения, функция плотности и их свойства.
2. Дисперсия и ее свойства.

Билет ♦ 10

1. Показательное распределение и гамма распределение.
2. Сходимость по вероятности.

Билет ♦ 11

1. Независимость событий и семейств событий. Независимость булевых алгебр.

Независимость случайных величин.

2. Локальная теорема Муавра-Лапласа.

Билет ♦ 12

1. Определение и свойства математического ожидания и дисперсии.

2. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

Билет ♦ 13

1. Закон больших чисел Хинчина.

2. Теорема Пуассона.

Билет ♦ 14

1. Распределение Пуассона и нормальное распределение как пределы биномиального распределения.

2. Использование комбинаторных формул для вычисления вероятности.

Билет ♦ 15

1. Геометрические вероятности.

2. Функция распределения случайной величины и ее свойства.

Билет ♦ 16

1. Совместные и маргинальные распределения. Критерий независимости случайных величин.

2. Парадокс де Мере.

Билет ♦ 17

1. Центральная предельная теорема.

2. Парадокс Бертрانا.

Билет ♦ 18

1. Распределение суммы двух независимых случайных величин (формула свёртки)

2. Независимость случайных величин, критерий независимости.

Билет ♦ 19

1. Коэффициент корреляции и его свойства.

2. Дискретное вероятностное пространство.

Билет ♦ 20

1. Мультиномиальное распределение.

2. Непрерывные вероятностные пространства.

Билет ♦ 21

1. Схема Бернулли.

2. Свойства характеристических функций.

### 7.1. Основная литература:

1. Туганбаев, А.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2011. ? 320 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/652>. ? Загл. с экрана.

2. Зубков, А.М. Сборник задач по теории вероятностей [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2009. ? 320 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/154>. ? Загл. с экрана.

3. Ширяев А. Н. Вероятность - 1. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. ? Москва: МЦНМО, 2007. - 552 с. ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=9448](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=9448)

4. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. - Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с.  
ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9449](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449)

5. Хрущева, И.В. Теория вероятностей [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2009. ? 304 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/425>. ? Загл. с экрана.

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)

2. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)

3. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)

4. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1. - М.: МЦНМО, 2013. - 648 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56417/>

5. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. - М.:Физматлит, 2005. - 400 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59319/>

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Краткий справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Сайт с материалами по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.exponenta.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером), практические занятия по дисциплине проводятся в компьютерном классе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 10.03.01 "Информационная безопасность" и профилю подготовки Безопасность компьютерных систем .

Автор(ы):

Халиуллин С.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Ишмухаметов Ш.Т. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.