

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский

_____» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Линейные операторы и операторные уравнения

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Плещинский Н.Б. (Кафедра прикладной математики, отделение прикладной математики и информатики), Nikolai.Pleshchinskii@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-2	Способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-10	Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
ПК-12	Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальной математики
ПК-9	Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные положения общей теории линейных операторов и теории интегральных уравнений;

Должен уметь:

выбирать оптимальные методы приближенного решения граничных задач и интегральных уравнений;

Должен владеть:

техникой теоретического исследования линейных операторов и операторных уравнений;

Должен демонстрировать способность и готовность:

умение использовать технику современного функционального анализа при исследовании картины разрешимости интегральных уравнений.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.15 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.04 "Прикладная математика (Математическое моделирование)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 36 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 5 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Нормированные пространства	5	0	0	3	1
2.	Тема 2. Ограниченные компактные операторы	5	0	0	3	1
3.	Тема 3. Теория Рисса	5	0	0	6	2
4.	Тема 4. Дуальные системы и альтернатива Фредгольма	5	0	0	6	2
5.	Тема 5. Регуляризация в дуальных системах	5	0	0	6	2
6.	Тема 6. Теория потенциала	5	0	0	6	2
7.	Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения	5	0	0	6	2
8.	Тема 8. Пространства Соболева	5	0	0	6	2
9.	Тема 9. Аппроксимация вырожденными ядрами	5	0	0	6	2
10.	Тема 10. Квадратурные методы	5	0	0	6	2
	Итого		0	0	54	18

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Нормированные пространства

Линейные пространства. Линейная независимость элементов. Левый и правый обратные операторы. Пространства со скалярным произведением. Ортогональность. Ортонормированные системы элементов. Процесс ортогонализации Шмидта. Нормированные пространства. Сходимость и непрерывность. Полнота пространства. Компактность множества. Наилучшая аппроксимация.

Тема 2. Ограниченные компактные операторы

Ограниченные операторы. Норма линейного оператора. Интегральные операторы с непрерывным ядром. Итерированные операторы. Ряды Неймана. Условие существования и единственности решения интегрального уравнения Фредгольма. Компактные операторы. Необходимое и достаточное условие компактности оператора. Условие компактности тождественного оператора.

Тема 3. Теория Рисса

Операторные уравнения второго рода. Теория Рисса для компактных операторов. Первая теорема Рисса о пространстве нулей компактного оператора. Вторая теорема Рисса. Третья теорема Рисса (о числе Рисса). Число линейно независимых решений однородного уравнения и условия разрешимости неоднородного уравнения. Оператор проектирования и его свойства. Спектральная теория для компактных операторов. Интегральные уравнения Вольтера, существование и единственность решений.

Тема 4. Дуальные системы и альтернатива Фредгольма

Двойственность, порождаемая билинейными формами. Двойственные (союзные) операторы. Пример: компактные интегральные операторы. Двойственность, порождаемая полуторалинейными формами. Теорема Рисса (о линейных функционалах в гильбертовом пространстве). Альтернатива Фредгольма. Вторая теорема Фредгольма. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений.

Тема 5. Регуляризация в дуальных системах

Регуляризация линейных операторов. Левый и правый регуляризаторы, их свойства. Нормальная разрешимость линейного оператора и условия нормальной разрешимости. Линейно независимые решения однородных союзных уравнений. Индекс линейного оператора. Операторы с нулевым индексом (операторы Фредгольма). Теорема о возмущении индекса линейного оператора.

Тема 6. Теория потенциала

Гармонические функции и их свойства. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Граничные задачи для уравнения Лапласа (задача Дирихле и задача Неймана, внешние и внутренние задачи). Теорема Грина. Принцип максимума. Единственность решения граничных задач. Поверхностные потенциалы простого и двойного слоя. Существование решения граничных задач. Случай, когда нарушается гладкость границы области.

Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения

Непрерывность комплекснозначной функции по Гельдеру. Свойства оператора вложения. Интегральный оператор Коши с непрерывной плотностью. Формулы Сохоцкого. Краевая задача Римана для кусочно аналитических функций. Сингулярное интегральное уравнение с ядром Коши, замкнутый контур и разомкнутый контур. Связь между интегралом Коши и логарифмическим потенциалом.

Тема 8. Пространства Соболева

Пространства Соболева H_r для функций на отрезке. Нормы в пространствах Соболева. Свойства линейных функционалов в пространстве L_2 . Пространства Соболева H_r для функций на гладкой дуге. Слабые решения граничных задач для линейных дифференциальных уравнений. Слабая задача Дирихле и слабая задача Неймана. Свойства логарифмических потенциалов простого и двойного слоя.

Тема 9. Аппроксимация вырожденными ядрами

Аппроксимация операторов. Принцип равномерной ограниченности. Коллективно компактные операторы. Аппроксимация и поточечная сходимости. Метод последовательных приближений. Теорема о сходимости. Вырожденные операторы и вырожденные ядра. Интерполяция. Тригонометрическая интерполяция. Аппроксимация вырожденными ядрами. Задачи и примеры.

Тема 10. Квадратурные методы

Численное интегрирование, квадратурные формулы и их погрешность. Метод механических квадратур (метод Нистрема). Численные примеры. Интегральные уравнения со слабо сингулярными ядрами. Аппроксимация в пространствах Соболева, метод Нистрема. Проекционные методы. Метод коллокаций. Метод коллокаций для интегральных уравнений первого рода. Метод Галеркина.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Линейные операторы - www.alleng.ru/d/math/math207.htm

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	При выполнении лабораторных работ необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и пр. Решение задач излагается подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки. Текущие задания на лабораторные работы выдаются каждую неделю на практическом занятии. Индивидуальные домашние задания выдаются на практических занятиях в начале изучения соответствующих тем.
самостоятельная работа	Предусмотрена систематическая самостоятельная работа студентов над теоретическим материалом, текстами рекомендованных учебников и учебных пособий; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях по другим естественно-научным дисциплинам, связанным с данным курсом. При работе с примерами необходимо стремиться не только к узнаванию алгоритма решения каждой конкретной задачи, но и к пониманию цели его употребления в данном контексте, функциональной нагрузки, которой данный пример обладает. Самостоятельная работа по изучению курса предполагает внеаудиторную работу. Этапы выполнения самостоятельных работ: 1. Просмотр учебного пособия и рекомендуемой литературы по теме задания. 2. Составление резюме прочитанной главы соответствующего раздела рекомендуемого теоретического источника или учебника. 3. Выполнение заданий по теме и их комментирование.
зачет	При подготовке к зачету обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки "Математическое моделирование".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.15 Линейные операторы и операторные уравнения

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Основная литература:

1. Плещинский Н.Б. Прикладной функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н.Б. Плещинский. - Электрон. дан. - Казань: Казан. ун-т, 2018 - 80 с. - Режим доступа: https://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F_297754050/afa18a.pdf
2. Лесин В.В. Уравнения математической физики : учеб. пособие /В.В. Лесин. - М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. - 240 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/520539>
3. Новак Е. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения: Учебное пособие / Новак Е., Рязанова Т.В., Новак И., - 2-е изд., стер. - М.:Флинта, Изд-во Урал. ун-та, 2017. - 111 с. ISBN 978-5-9765-3188-8 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/951007>

Дополнительная литература:

1. Савенкова Н. П. Численные методы в математическом моделировании: Уч. пос./ Н.П. Савенкова и др. - 2 изд., исп. и доп. - М.: АРГАМАК-МЕДИА: ИНФРА-М, 2014. - 176 с. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=455188>
2. Арнольд, В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебник / В.И. Арнольд. ? Электрон. дан. ? Москва : МЦНМО, 2012. ? 341 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56392>
3. Бибииков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Н. Бибииков. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2011. ? 304 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/1542>

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.15 Линейные операторы и операторные уравнения

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.