

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Статистика случайных процессов БЗ.ДВ.2**

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Теория вероятностей и математическая статистика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Кареев И.А.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9171014

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Кареев И.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , IAKareev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью курса является систематическое изучение основных понятий и методов статистики случайных процессов, которые используются в качестве математических моделей широкого круга явлений в технике, экономике, физике и других разделах естествознания. Особое внимание уделяется процедурам оценивания параметров и прогноза для стационарных и сводящихся к стационарным временных рядов.

Курс "Статистика случайных процессов" существенно опирается на многие разделы курсов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Математические основы стохастики", "Функциональный анализ" и "Теория случайных процессов".

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Статистика случайных процессов" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки магистра по направлению "Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Курс "Статистика случайных процессов" существенно опирается на многие разделы курсов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Математические основы стохастики", "Функциональный анализ" и "Теория случайных процессов".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики, алгебры и геометрии; математических основ стохастики; функционального анализа; теории случайных процессов.

2. должен уметь:

- вычислять вероятности элементарных событий;  
- вычислять условные вероятности;  
- находить основные характеристики случайных величин;  
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;  
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;  
- находить интегралы и производные;  
- доказывать математические утверждения;

3. должен владеть:

- методами теории вероятностей и математической статистики;  
- теоретическими знаниями, связанными с классификацией случайных процессов и методами их исследования;  
- основными принципами построения стохастических моделей при исследовании широкого круга задач физики, техники и экономики.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- понимать основные принципы построения и уточнения стохастических моделей при исследовании широкого круга задач физики, техники и экономики;  
- обладать теоретическими знаниями, связанными с методами оценивания параметров, интерполяции, прогнозу и фильтрации случайных процессов;  
- ориентироваться в современных математических методах статистики случайных процессов.

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования	7	1-2	0	6	0	
2.	Тема 2. Оценивание ковариационной функции	7	2	0	3	0	
3.	Тема 3. Статистические свойства периодограммы	7	3	0	3	0	
4.	Тема 4. Дискретное преобразование Фурье	7	3-4	0	6	0	
5.	Тема 5. Оценивание спектральной плотности	7	4-7	0	6	0	
6.	Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности	7	7-8	0	6	0	
7.	Тема 7. Экстраполяция	7	8-9	0	6	0	
8.	Тема 8. Интерполяция	7	9	0	3	0	
9.	Тема 9. Фильтры	7	10-12	0	6	0	
10.	Тема 10. Линейные модели временных рядов	7	13-15	0	3	0	
11.	Тема 11. Прогнозирование временных рядов	7	15-18	0	6	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен
	Итого			0	54	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования

###### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Спектральное представление последовательности второго порядка. Модели авторегрессии и скользящего суммирования. Линейные фильтры. Рациональные спектральные плотности. Представимость последовательности, имеющей спектральную плотность, моделью скользящего суммирования.

##### Тема 2. Оценивание ковариационной функции

###### *практическое занятие (3 часа(ов)):*

Оценивание ковариационной функции. Необходимое и достаточное условие состоятельности оценки в нормальном случае.

##### Тема 3. Статистические свойства периодограммы

###### *практическое занятие (3 часа(ов)):*

Оценивание спектральной функции плотности, статистические свойства периодограммы и типы окон.

#### **Тема 4. Дискретное преобразование Фурье**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Дискретное преобразование Фурье. Алгоритмы быстрого преобразования Фурье.

#### **Тема 5. Оценивание спектральной плотности**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Состоятельные оценки спектральной плотности. Оценивание автокорреляции и взаимной корреляции. Коррелограммный метод оценки спектральной плотности. Периодограммные оценки спектральной плотности.

#### **Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Регулярные и сингулярные последовательности. Разложение Вольда. Обновляющие последовательности. Регулярные последовательности и модель скользящего среднего.

#### **Тема 7. Экстраполяция**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Экстраполяция и примеры экстраполяции для сингулярных и регулярных случайных последовательностей.

#### **Тема 8. Интерполяция**

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Интерполяция. Теорема Колмогорова. Примеры.

#### **Тема 9. Фильтры**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Фильтрация по всей наблюдаемой последовательности. Выделение сигнала из смеси с шумом. Общая задача фильтрации. Фильтр Калмана - Бьюси.

#### **Тема 10. Линейные модели временных рядов**

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Линейные модели временных рядов. Процессы авторегрессии. Процессы скользящего среднего. Смешанные процессы. Примеры. Линейные нестационарные модели. Идентификация модели. Оценивание параметров.

#### **Тема 11. Прогнозирование временных рядов**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Прогнозирование. Вероятностные пределы прогнозов. Практика построения, подгонки модели и прогноза по выборочным данным.

### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования	7	1-2	изучение дополнительной литературы	6	реферат
2.	Тема 2. Оценивание ковариационной функции	7	2	изучение дополнительной литературы	3	реферат

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Статистические свойства периодограммы	7	3	изучение дополнительной литературы	3	реферат
4.	Тема 4. Дискретное преобразование Фурье	7	3-4	изучение дополнительной литературы	6	контрольная работа
5.	Тема 5. Оценивание спектральной плотности	7	4-7	изучение дополнительной литературы	6	реферат
6.	Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности	7	7-8	изучение дополнительной литературы	6	реферат
7.	Тема 7. Экстраполяция	7	8-9	изучение дополнительной литературы	6	реферат
8.	Тема 8. Интерполяция	7	9	изучение дополнительной литературы	3	реферат
9.	Тема 9. Фильтры	7	10-12	изучение дополнительной литературы	6	реферат
10.	Тема 10. Линейные модели временных рядов	7	13-15	изучение дополнительной литературы	3	реферат
11.	Тема 11. Прогнозирование временных рядов	7	15-18	изучение дополнительной литературы	6	контрольная работа
	Итого				54	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении коллоквиумов студентам предлагается ответить на некоторые теоретические вопросы по курсу лекций и решить задачи, содержащие элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.



## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования**

реферат , примерные темы:

Изложение определения и основных свойств случайных последовательностей авторегрессии и скользящего среднего. Описание линейных фильтров и их связи с последовательностями скользящего среднего.

### **Тема 2. Оценивание ковариационной функции**

реферат , примерные темы:

Изложение описания оценок ковариационной функции, приведение необходимых и достаточных условий её состоятельности для нормального случая.

### **Тема 3. Статистические свойства периодограммы**

реферат , примерные темы:

Изложение понятий периодограммы и окон, различные формы их записи.

### **Тема 4. Дискретное преобразование Фурье**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение теоретических задач по прошедшим темам и краткое изложение дискретного преобразования Фурье.

### **Тема 5. Оценивание спектральной плотности**

реферат , примерные темы:

Изложение способа оценивания спектральной функции плотности с помощью периодограммы. Изложение способов оценивания автокорреляции и взаимной корреляции.

### **Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности**

реферат , примерные темы:

Изложение определений регулярной и сингулярной последовательностей, изложение разложения Вольда последовательностей на регулярную и сингулярную компоненты.

### **Тема 7. Экстраполяция**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи экстраполяции и основных результатов, касающихся её оценок. Приведения примера экстраполяции для регулярных и сингулярных последовательностей.

### **Тема 8. Интерполяция**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи интерполяции и теоремы Колмогорова.

### **Тема 9. Фильтры**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи фильтрации. Изложение решения для частного случая - задачи выделения сигнала из смеси с шумом. Рассмотрение фильтра Калмана-Бьюси.

### **Тема 10. Линейные модели временных рядов**

реферат , примерные темы:

Изложения описания линейных моделей временных рядов, задачи идентификации модели и оценивания параметров.

### **Тема 11. Прогнозирование временных рядов**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение теоретических задач по пройденным темам и краткое изложение основных результатов, касающихся прогнозирования временных рядов, подгонки модели и прогнозирования по выборочным данным.

### **Тема . Итоговая форма контроля**



Примерные вопросы к экзамену:

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов, в том числе: контрольные работы - всего 50 баллов.

Студент допускается к экзамену, если он набрал по текущей работе не менее 28 баллов. Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

Вопросы и задания к экзамену:

1. Критерии состоятельности оценки ковариационной функции стационарного случайного процесса в гауссовском случае.
2. Статистические свойства периодограммы.
3. Состоятельные оценки спектральной плотности стационарной последовательности.
4. Регулярные и сингулярные последовательности. Разложение Вольда.
5. Стационарные последовательности. Экстраполяция (прогноз).
6. Линейные фильтры. Следствия спектральной теоремы. Спектральные плотности основных моделей.
7. Белый шум. AP-, CC-, APC-последовательности.
8. Теорема о представлении последовательности, имеющей спектральную плотность, в виде CC-последовательности.
9. Стационарные последовательности. Общая задача фильтрации.
10. Оценивание ковариационной функции стационарного процесса второго порядка. Несмещенность, состоятельность.
11. Построить оптимальную линейную оценку для задачи пропущенного наблюдения в стационарной последовательности.
12. Построить оптимальный линейный прогноз стационарной последовательности при известной спектральной плотности и найти его ошибку.
13. Решить задачу представления в виде AP обратимой последовательности CC.
14. Найти связь между параметрами последовательности CC и значениями её ковариационной функции.
15. Найти связь между параметрами последовательности AP и значениями её ковариационной функции.

### 7.1. Основная литература:

1. Кремер, Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика = Probability theory and mathematical statistics : учеб. для студентов вузов, обучающихся по экон. спец. / Н.Ш. Кремер .? 2-е изд., перераб. и доп. ? Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2006 .? 573 с.
2. Андронов, Александр Михайлович.  
Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для вузов] / А.М. Андронов, Е.А. Копытов, Л.Я. Гринглаз .? Москва и др. : Питер, 2004 .? 460 с.
3. Ширяев, Альберт Николаевич.  
Вероятность : [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев .? Москва : МЦНМО, 2004. [Кн. 2]: Суммы и последовательности случайных величин - стационарные, мартингалы, марковские цепи .? Издание 3-е, переработанное и дополненное .? Москва : МЦНМО, 2004 .? 408 с.
4. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. ?Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9449](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449)
5. Вентцель, Елена Сергеевна (1907-2002) .  
Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : учебное пособие для студентов высших технических учебных заведений / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров .? 5-е изд., стер. ? Москва : КноРус, 2011 .? 441 с.



Автор(ы):

Кареев И.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.