МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Прикладной функциональный анализ Б3.ДВ.4

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика
Профиль подготовки: Численные методы
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Павлова М.Ф.

Рецензент(ы):
Глазырина Л.Л.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 94214

Казань

2014

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Павлова М.Ф. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Maria.Pavlova@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Специальный курс охватывает следующие темы функционального анализа:

спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве, элементы теории нелинейных операторов в банаховых пространствах.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.4 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Читается на 4 курсе 8 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Для изучения этой дисциплины студент должен знать дисциплины "Основы функционального анализа", "Уравнения математической физики", "Математический анализ", "Алгебру и геометрию". Студенты могут использовать полученные знания в процессе подготовки к сдаче экзамена кандидатского минимума по специальностям вычислительная математика и математическая кибернетика.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины должны быть знакомыми с теми разделами функционального анализа, которые традиционно используются при исследовании свойств дифференциальных уравнений с частными производными, при построении численных методов решения задач математической физики, и знакомство с которыми необходимо для математика-прикладника.

2. должен уметь:

применять общие принципы функционального анализа к решению различных прикладных проблем как при построении и обосновании различных приближенных методов, так и при построении моделей математической экономики.

3. должен владеть:

пониманием роли и места функционального анализа в современном математическом анализе, в вычислительной математике, в теории экстремальных задач и в экономико-математическом моделировании.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

демонстрировать знание основных понятий и методов классического функционального анализа, использовать полученные знания в процессе подготовки к сдаче экзаменов при поступлении в магистратуру и кандидатского минимума по специальностям вычислительная математика и математическая кибернетика..

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементы спектральной теории линейных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Определение самосопряженного оператора, основные свойства, примеры.	8	1	0	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Ортогональные и проекционные операторы. Основные свойства проекционных операторов. Положительно определенные операторы, корень квадратный из положительно определенного оператора.	8	2	0	0	2	реферат
3.	Тема 3. . Спектр самосопряженного оператора, основные теоремы о спектре самосопряженного оператора, инвариантные подпространства.	8	3	0	0	2	творческое задание
4.	Тема 4. Неограниченные линейные операторы, основные понятия и определения. Спектральное разложение неограниченного самосопряженного оператора.	8	4	0	0	2	научный доклад
5.	Тема 5. Нелинейные операторы и функционалы в банаховых пространствах. Определения, основные свойства. Различные виды непрерывности операторов, связь между деминепрерывностью и хеминепрерывностью.	8	5	0	0	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше. Обобщенная формула Лагранжа и неравенство Липшица. пространств. Лемма Рисса. Фактор-пространство.	8	6	0	0	2	домашнее задание
7.	Тема 7. Производная и градиент функционала. Дифференцируемость и градиент нормы. Основные свойства градиента нормы. Дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу.	8	7,8	0	0	4	творческое задание
8.	Тема 8. Потенциальные и монотонные потенциальные операторы. Примеры потенциальных и монотонных потенциальных операторов. Условия, обеспечивающие монотонность потенциальных операторов.	8	9,10	0	0	4	домашнее задание
9.	Тема 9. Условия потенциальности операторов: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме. Сведение некоторых уравнений к эквивалентным уравнениям с потенциальными операторами.	8	11	0	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Общие свойства потенциальных операторов. Усиленная непрерывность потенциальных операторов. Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов.	8	12,13	0	0	4	реферат
11.	Тема 11. Слабая полунепрерывность и непрерывность функционалов. Критерий слабой полунепрерывности функционалов. Условия слабой полунепрерывности выпуклых функционалов. Условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. Примеры слабо полунепрерывных снизу функционалов.	8	14,15	0	0	4	домашнее задание
12.	Тема 12. Задача минимизации функционала: экстремальные точки функционала, обобщенная теорема Вейерштрасса. Достаточные признаки безусловного минимума. Теорема об условном экстремуме. Примеры.	8	16	0	0	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Минимизирующие последовательности. Ограниченность минимизирующей последовательности. Слабая сходимость минимизирующей последовательности. О корректной постановке задачи минимизации.	8	17,18	0	0	4	домашнее задание
14.	Тема 14. Метод наискорейшего спуска решения задачи минимизации функционала в банаховом пространстве. Теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов. Теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов. Спектр оператора.	8	19,20	0	0	4	творческое задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	40	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Элементы спектральной теории линейных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Определение самосопряженного оператора, основные свойства, примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

На занятии для линейных ограниченных операторов вводятся понятия сопряженного и самосопряженного оператора. Изучаются основные свойства самосопряженных операторов. 0,1 зачетных единиц

Тема 2. Ортогональные и проекционные операторы. Основные свойства проекционных операторов. Положительно определенные операторы, корень квадратный из положительно определенного оператора.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Даются определения ортогонального и проекционного оператора. Формулируются и доказываются основные свойства проекционного оператора. Для положительно определенного оператора вводится понятие "Корень квадратный из положительно определенного оператора". 0,1 зачетных единиц

Тема 3. . Спектр самосопряженного оператора, основные теоремы о спектре самосопряженного оператора, инвариантные подпространства.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Для самосопряженного оператора проводится подробное исследование спектра (множества собственных значений), представленное рядом теорем, которые принято называть "Основные теоремы о спектре самосопряженного оператора". 0,1 зачетных единиц

Тема 4. Неограниченные линейные операторы, основные понятия и определения. Спектральное разложение неограниченного самосопряженного оператора.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Цель занятия: распространить полученные для ограниченных операторов на предыдущих занятиях результаты на класс неограниченных операторов, пояснить, какие сложности при этом возникают. Рассказать о спектральном разложении неограниченного самосопряженного оператора. 0,1 зачетных единиц

Тема 5. Нелинейные операторы и функционалы в банаховых пространствах. Определения, основные свойства. Различные виды непрерывности операторов, связь между деминепрерывностью и хеминепрерывностью.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Для нелинейных операторов, заданных в банаховых пространствах, определяются используемые в дальнейшем понятия: ограниченность, непрерывность, положительность, положительная определенность, коэрцитивность, монотонность, потенциальность. На примерах демонстрируется, какие операторы обладают тем или иным свойством. 0,1 зачетных единиц

Тема 6. Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше. Обобщенная формула Лагранжа и неравенство Липшица. пространств. Лемма Рисса. Фактор-пространство.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Для нелинейных операторов, заданных в банаховых пространствах, определяются дифференциалы и производные по Гато и Фреше. На примерах демонстрируется существование той или иной производной, показывается, что существование производной по Гато не гарантирует существование производной по Фреше. Формулируются условия, при которых из существования производной по Гато следует существование производной по Фреше. 0,1 зачетных единиц

Тема 7. Производная и градиент функционала. Дифференцируемость и градиент нормы. Основные свойства градиента нормы. Дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Для нелинейных функционалов в банаховых пространствах вводятся понятия производной и градиента. Для одного из наиболее важных функционалов в банаховом пространстве - нормы - формулируются и обосновываются условия, при которых норма будет дифференцируема по Гато или Фреше. Вводятся также такие понятия, как дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу. 0,2 зачетных единиц

Тема 8. Потенциальные и монотонные потенциальные операторы. Примеры потенциальных и монотонных потенциальных операторов. Условия, обеспечивающие монотонность потенциальных операторов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На занятии обсуждаются свойства потенциальности и монотонности нелинейного оператора. На конкретных примерах студентам демонстрируется, какие из операторов этими свойствами обладают. Формулируется и доказывается критерий монотонности потенциального оператора. 0,2 зачетных единиц

Тема 9. Условия потенциальности операторов: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме. Сведение некоторых уравнений к эквивалентным уравнениям с потенциальными операторами.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Занятие посвящено получению условий обеспечивающих потенциальность оператора. Получаются и обосновываются два вида условий: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме. Обсуждается также методика, позволяющая сводить некоторые уравнения к эквивалентным уравнениям с потенциальными операторами. 0,1 зачетных единиц

Тема 10. Общие свойства потенциальных операторов. Усиленная непрерывность потенциальных операторов. Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На занятии вводится новое понятие - усиленная непрерывность операторов. При различных предположениях на исходные данные формулируются необходимые и достаточные условия, обеспечивающие усиленную непрерывность оператора. Для рефлексивного банахова пространства формулируется и доказывается критерий усиленной непрерывности. 0,2 зачетных единиц

Тема 11. Слабая полунепрерывность и непрерывность функционалов. Критерий слабой полунепрерывности функционалов. Условия слабой полунепрерывности выпуклых функционалов. Условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. Примеры слабо полунепрерывных снизу функционалов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На занятии определяется свойство слабой полунепрерывности функционала, формулируется и доказывается критерий слабой полунепрерывности функционалов. Выводятся условия слабой полунепрерывности выпуклых функционалов и условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. 0,2 зачетных единиц

Тема 12. Задача минимизации функционала: экстремальные точки функционала, обобщенная теорема Вейерштрасса. Достаточные признаки безусловного минимума. Теорема об условном экстремуме. Примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Цель задания - получить необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости задачи минимизации функционала. При этом формулируются и доказываются теоремы Вейерштрасса, достаточные признаки безусловного минимума. Доказывается теорема об однозначной разрешимости задачи минимизации для функционала, градиент которого - монотонный оператор. 0,1 зачетных единиц

Тема 13. Минимизирующие последовательности. Ограниченность минимизирующей последовательности. Слабая сходимость минимизирующей последовательности. О корректной постановке задачи минимизации.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Обсуждается вопрос: всегда ли минимизирующая последовательность сходится к точке минимума функционала. Формулируются условия, обеспечивающие ограниченность и слабую сходимость минимизирующей последовательности. Вводится понятие корректности постановки задачи минимизации, главное условие которой - сильная сходимость минимизирующей последовательности. 0,2 зачетных единиц

Тема 14. Метод наискорейшего спуска решения задачи минимизации функционала в банаховом пространстве. Теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов. Теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов. Спектр оператора.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Излагается идея градиентного метода - метода наискорейшего спуска. Доказываются теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов и теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов. 0,2 зачетных единиц

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Элементы спектральной теории линейных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Определение самосопряженного оператора, основные свойства, примеры.	8	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Ортогональные и проекционные операторы. Основные свойства проекционных операторов. Положительно определенные операторы, корень квадратный из положительно определенного оператора.	8	2	подготовка к реферату	2	реферат
3.	Тема 3. . Спектр самосопряженного оператора, основные теоремы о спектре самосопряженного оператора, инвариантные подпространства.	8	3	подготовка к творческому заданию	2	творческое задание
4.	Тема 4. Неограниченные линейные операторы, основные понятия и определения. Спектральное разложение неограниченного самосопряженного оператора.	8	4	подготовка к научному докладу	2	научный доклад

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Нелинейные операторы и функционалы в банаховых пространствах. Определения, основные свойства. Различные виды непрерывности операторов, связь между деминепрерывностью и хеминепрерывностью.	8	5	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
6.	Тема 6. Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше. Обобщенная формула Лагранжа и неравенство Липшица. пространств. Лемма Рисса. Фактор-пространство.	8	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
7.	Тема 7. Производная и градиент функционала. Дифференцируемость и градиент нормы. Основные свойства градиента нормы. Дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу.	8	7,8	подготовка к творческому заданию	2	творческое задание
8.	Тема 8. Потенциальные и монотонные потенциальные операторы. Примеры потенциальных и монотонных потенциальных операторов. Условия, обеспечивающие монотонность потенциальных операторов.	8	9,10	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Условия потенциальности операторов: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме. Сведение некоторых уравнений к эквивалентным уравнениям с потенциальными операторами.	8	11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Общие свойства потенциальных операторов. Усиленная непрерывность потенциальных операторов. Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов.	8	12,13	подготовка к реферату	4	реферат
11.	Тема 11. Слабая полунепрерывность и непрерывность функционалов. Критерий слабой полунепрерывности функционалов. Условия слабой полунепрерывности выпуклых функционалов. Условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. Примеры слабо полунепрерывных снизу функционалов.	8	14,15	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
12.	Тема 12. Задача минимизации функционала: экстремальные точки функционала, обобщенная теорема Вейерштрасса. Достаточные признаки безусловного минимума. Теорема об условном экстремуме. Примеры.	8	16	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
13.	Тема 13. Минимизирующие последовательности. Ограниченность минимизирующей последовательности. Слабая сходимость минимизирующей последовательности. О корректной постановке задачи минимизации.	8	17,18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Метод наискорейшего спуска решения задачи минимизации функционала в банаховом пространстве. Теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов. Теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов. Спектр оператора.	8	19,20	подготовка к творческому заданию	4	творческое задание
	Итого				32	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Элементы спектральной теории линейных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Определение самосопряженного оператора, основные свойства, примеры.

домашнее задание , примерные вопросы:

В качестве домашнего задания студентам предлагается для набора конкретно заданных операторов доказать их самосопряженность.

Тема 2. Ортогональные и проекционные операторы. Основные свойства проекционных операторов. Положительно определенные операторы, корень квадратный из положительно определенного оператора.

реферат , примерные темы:

Студентам предлагается познакомиться и представить в виде реферата доказательство теоремы о существовании корня квадратного из положительно определенного оператора.

Тема 3. . Спектр самосопряженного оператора, основные теоремы о спектре самосопряженного оператора, инвариантные подпространства.

творческое задание , примерные вопросы:

Предлагается, ознакомившись с темой "Инвариантные подпространства", описать их для конкретно заданного оператора

Тема 4. Неограниченные линейные операторы, основные понятия и определения. Спектральное разложение неограниченного самосопряженного оператора.

научный доклад , примерные вопросы:

На самостоятельное изучение выносится тема: "Замкнутые операторы. Замыкание оператора", по которой студенты готовят доклад.

Тема 5. Нелинейные операторы и функционалы в банаховых пространствах. Определения, основные свойства. Различные виды непрерывности операторов, связь между деминепрерывностью и хеминепрерывностью.

устный опрос , примерные вопросы:

На самостоятельное изучение выносится тема: "Связь между деминепрерывностью и хеминепрерывностью".

Тема 6. Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше. Обобщенная формула Лагранжа и неравенство Липшица. пространств. Лемма Рисса. Фактор-пространство.

домашнее задание , примерные вопросы:

На самостоятельное изучение выносится тема: "Обобщенная формула Лагранжа и неравенство Липшица".

Тема 7. Производная и градиент функционала. Дифференцируемость и градиент нормы. Основные свойства градиента нормы. Дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу.

творческое задание , примерные вопросы:

Для пространства Лебега получить условия, обеспечивающие существование производной по Гато, и условия, обеспечивающие существование производной по Фреше.

Тема 8. Потенциальные и монотонные потенциальные операторы. Примеры потенциальных и монотонных потенциальных операторов. Условия, обеспечивающие монотонность потенциальных операторов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданных операторов проверить их потенциальность и выполнения условий, обеспечивающих монотонность операторов.

Тема 9. Условия потенциальности операторов: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме. Сведение некоторых уравнений к эквивалентным уравнениям с потенциальными операторами.

домашнее задание , примерные вопросы:

Получить условия потенциальности для оператора Немыцкого, область определения и область значений которого - пространства Лебега.

Тема 10. Общие свойства потенциальных операторов. Усиленная непрерывность потенциальных операторов. Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов.

реферат , примерные темы:

Подготовить реферат на тему: "Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов. Пример Айзенгендлера."

Тема 11. Слабая полунепрерывность и непрерывность функционалов. Критерий слабой полунепрерывности функционалов. Условия слабой полунепрерывности выпуклых функционалов. Условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. Примеры слабо полунепрерывных снизу функционалов.

домашнее задание , примерные вопросы:

На самостоятельное изучение выносится тема: "Слабо полунепрерывные снизу функционалы". Задание для самостоятельной работы: получить условия, обеспечивающие свойство слабой полунепрерывности снизу потенциалу оператора Немыцкого.

Тема 12. Задача минимизации функционала: экстремальные точки функционала, обобщенная теорема Вейерштрасса. Достаточные признаки безусловного минимума. Теорема об условном экстремуме. Примеры.

устный опрос , примерные вопросы:

На самостоятельное изучение выносится тема: "Теорема об условном экстремуме".

Тема 13. Минимизирующие последовательности. Ограниченность минимизирующей последовательности. Слабая сходимость минимизирующей последовательности. О корректной постановке задачи минимизации.

домашнее задание , примерные вопросы:

Привести примеры функционалов, минимизирующие последовательности которых не сходятся к точке минимума.

Тема 14. Метод наискорейшего спуска решения задачи минимизации функционала в банаховом пространстве. Теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов. Теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов. Спектр оператора.

творческое задание , примерные вопросы:

Получить условия сходимости метод наискорейшего спуска решения задачи минимизации квадратичного функционала.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета.

Билеты для зачета по специальному курсу

"Прикладной функциональный анализ"

Билет 1

Спектр самосопряженного оператора, основные теоремы о спектре самосопряженного оператора,

Слабая полунепрерывность и непрерывность функционалов. Критерий слабой полунепрерывности функционалов.

Билет 2

Метод наискорейшего спуска решения задачи минимизации функционала в банаховом пространстве. Теорема о сходимости метода для дифференцируемых по Гато функционалов.

Производная и градиент функционала. Дифференцируемость и градиент нормы.

Билет 3

Различные виды непрерывности операторов, связь между деминепрерывностью и хеминепрерывностью.

Задача минимизации функционала: экстремальные точки функционала, обобщенная теорема Вейерштрасса. Достаточные признаки безусловного минимума.

Билет 4

Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше.

Минимизирующие последовательности. Ограниченность минимизирующей последовательности. Слабая сходимость минимизирующей последовательности.

Билет 5

Обобщенные производные. Определение. Основные свойства. Пример неограниченной функции, имеющей обобщенные производные.

Условия потенциальности операторов: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме.

Билет 6

Неравенства Фридрихса и Пуанкаре.

Ортогональные и проекционные операторы. Основные свойства проекционных операторов.

Билет 7

Теорема Реллиха

Нелинейные операторы и функционалы в банаховых пространствах. Определения, основные свойства.

Билет 8

Следы функций из пространства Соболева.

Условия слабой полунепрерывности и выпуклости дифференцируемых функционалов. Примеры слабо полунепрерывных снизу функционалов.

Билет 9

Теорема об эквивалентных нормировках.

Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше.

Билет 10

Положительно определенные операторы, корень квадратный из положительно определенного оператора.

Определение самосопряженного оператора, основные свойства, примеры.

Билет 11

Спектральное разложение неограниченного самосопряженного оператора.

Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов.

Билет 12

Теорема о сходимости метода для дважды дифференцируемых по Гато функционалов.

Основные свойства проекционных операторов.

Билет 13

Слабая полунепрерывность и непрерывность функционалов. Критерий слабой полунепрерывности функционалов.

Дифференцируемость по направлению и дифференцируемость по Шварцу.

Билет 14

Дифференциал и производная по Гато. Дифференциал и производная по Фреше. Связь между производными Гато и Фреше. Условия, обеспечивающие монотонность потенциальных операторов.

Билет 15

Обобщенные производные. Свойства.

Усиленная непрерывность потенциальных операторов. Связь между полной и усиленной непрерывностью потенциальных операторов.

Билет 16

Условия потенциальности операторов: условия потенциальности в интегральной форме, условия потенциальности в дифференциальной форме.

Эквивалентные нормировки пространств Соболева.

7.1. Основная литература:

1. Сидоров А. М.. Функциональный анализ: [учебное пособие] / А. М. Сидоров.-Казань: Казанский университет, 2010.-139 с.; 21.-Библиогр.: с. 4 (4 назв.).-ISBN 978-5-98180-834-0((в пер.)), 130.

2. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с.: 70x100 1/16. - (Высшее образование: Магистратура). (обложка) ISBN 978-5-16-006429-1, 1000 http://znanium.com/go.php?id=377270

3. Краткий курс функционального анализа: Учебное пособие. / Люстерник Л.А., Соболев В.И. 2-е изд., стер. - С.Пб.: Издательство "Лань", 2009. - 272 с. ISBN 978-5-8114-0976-1 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245

4. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин.?Издание 7-е.?Москва: Физматлит, 2006.?572 с.

5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2009. - 572 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206

7.2. Дополнительная литература:

1. Луговая Г. Д. Функциональный анализ: Специальные курсы: учебное пособие / Г. Д. Луговая, А. Н. Шерстнев.-Москва: URSS: Издательство ЛКИ, 2009 .-256 с.; 22.-На 4-й с. обл. авт.: Г.Д. Луговая, доц., к.ф.-м.н., А.Н. Шерстнев, проф., д.ф.-м.н..-Библиогр.: с. 245-247 (30 назв.).-Указ. обозначений, указ. терминов: с. 248-251.-ISBN 978-5-382-00444-0.

2. Треногин В. А.. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учеб. пособие для студентов ун-тов, обучающихся по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева.-2-е изд., испр. и доп..-Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005.?239 с.; 22.-Библиогр.: с. 233-234.-Предм указ.: с. 237-239.-ISBN 5-9221-0271-0.

3. Свешников А. Г. Нелинейный функциональный анализ и его приложения к уравнениям в частных производных / А. Г. Свешников, А. Б. Альшин, М. О. Корпусов.-Москва: Науч. мир, 2008.?399 с.: ил.; 22 см.-Библиогр.: с. 397-399.-ISBN 978-5-91522-011-8(В пер.), 500.

7.3. Интернет-ресурсы:

Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с.: 70x100 1/16. - (Высшее образование: Магистратура). (обложка) ISBN 978-5-16-006429-1, 1000 - http://znanium.com/go.php?id=377270

Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2009. - 572 с. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206

Краткий курс функционального анализа: Учебное пособие. / Люстерник Л.А., Соболев В.И. 2-е изд., стер. - С.Пб.: Издательство - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245

Портал математических интернет-ресурсов - http://www.allmath.com/

Портал математических интернет-ресурсов - http://www.math.ru/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Прикладной функциональный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Численные методы .

Автор(ы):
Павлова М.Ф. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Глазырина Л.Л. _____
"__" _____ 201 __ г.