

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт физики



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д. А. Таюрский



» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Теория представления групп и алгебр Ли с приложениями

Направление подготовки: 03.04.02 - Физика

Профиль подготовки: Теоретическая и математическая физика

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) Бахматов И.В. ; ассистент, к.н. Патрин Е.В. (Кафедра теории относительности и гравитации, Отделение физики), Evgeny.Patrin@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ПК-1	способностью самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области физики и решать их с помощью современной аппаратуры и информационных технологий с использованием новейшего отечественного и зарубежного опыта

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

использовать теоретические основы теории представлений групп и алгебр Ли при решении конкретных физических и математических задач, применять навыки построения квантовых систем по классическим системам с искривлённым фазовым пространством с использованием теории представлений и их исследованию; строить присоединённые, коприсоединённые и индуцированные представления различных конкретных групп и алгебр Ли, строить орбиты коприсоединённых представлений конкретных групп Ли и уметь строить по орбитам унитарные представления; .

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.5 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 03.04.02 "Физика (Теоретическая и математическая физика)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 26 часа(ов), в том числе лекции - 14 часа(ов), практические занятия - 12 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 82 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Топологические пространства и непрерывные отображения.	3	1	1	0	6

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Гладкие многообразия и гладкие отображения.	3	3	3	0	20
3.	Тема 3. Группы и алгебры Ли. Группы Ли и некоторые конструкции с ними.	3	2	2	0	16
4.	Тема 4. Представления групп Ли (линейные, унитарные, проективные), и некоторые конструкции с ними	3	4	3	0	20
5.	Тема 5. Некоторые приложения теории представлений групп и алгебр Ли.	3	4	3	0	20
	Итого		14	12	0	82

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Топологические пространства и непрерывные отображения.

Предварительные сведения. Топологические пространства и непрерывные отображения. Топология, окрестности, фактор-топология, индуцированная топология, базы и предбазы топологии, примеры. Гомеоморфизмы, прямое произведение топологических пространств.

##### Тема 2. Гладкие многообразия и гладкие отображения.

Гладкие многообразия и гладкие отображения. Карты и атласы. Прямое произведение гладких многообразий. Подмногообразия, алгебры гладких функций на многообразиях, гладкие отображения, диффеоморфизмы.

Касательный вектор, касательные и кокасательные пространства, касательные и кокасательные расслоения. Векторные и ковекторные поля. Прямые суммы и тензорные произведения расслоений. Тензорные расслоения.

Дифференциальные формы, внешний дифференциал, поведение векторных полей и дифференциальных форм при отображениях. Производная Ли.

##### Тема 3. Группы и алгебры Ли. Группы Ли и некоторые конструкции с ними.

Группы и алгебры Ли. Группы Ли и подгруппы Ли в группе Ли, полупростые, простые, разрешимые и нильпотентные группы Ли, прямое и полупрямое произведения групп.

Алгебры Ли, алгебра Ли векторных полей на многообразии, связь между группами Ли и алгебрами Ли, экспонента и логарифм, подалгебры и идеалы алгебр Ли, полупростые, простые, разрешимые и нильпотентные алгебры Ли, коалгебры, коумножение в коалгебре.

##### Тема 4. Представления групп Ли (линейные, унитарные, проективные), и некоторые конструкции с ними

Теория представлений. Представления групп Ли (линейные, унитарные, проективные), сплетающие операторы, эквивалентные представления, подпредставления, фактор - представления групп Ли.

Приводимые и вполне приводимые представления групп Ли, присоединённое и коприсоединённое представления групп Ли представления алгебр Ли.

Связь между представлениями группы Ли и её алгеброй Ли, присоединённое и коприсоединённое представления алгебры Ли, прямые суммы и тензорные произведения представлений. Индуцированные представления.

##### Тема 5. Некоторые приложения теории представлений групп и алгебр Ли.

Некоторые приложения теории представлений групп и алгебр Ли.

Орбиты коприсоединённого представления группы Ли как фазовые пространства систем классической механики.

Построение по орбите унитарного представления (метод орбит), обобщение на неоднородную ситуацию (геометрическое квантование).

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Сайт кафедры теории относительности и гравитации КФУ - <http://old.kpfu.ru/f6/k6/index.php?id=1>

Теория представлений групп. Наймарк М.А. - <http://e.lanbook.com/view/book/2751/>

Электронная библиотека - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

Электронная библиотека - <http://znanium.com/>

Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета - <http://lib.mexmat.ru/allbooks.php>

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

После каждой лекции студенту следует внимательно прочитать и разобрать конспект, понять все новые определения. Выполнить или доделать выкладки, которые лектор предписал сделать самостоятельно (если таковые имеются).

Если часть учебного материала отведена на самостоятельное изучение, то необходимо приступить к этому незамедлительно после указания преподавателя и освоить материал в отведенные им сроки. Материал следует изучать по доступным письменным и электронным источникам, о которых сообщит преподаватель.

При написании реферата обязательно следует привести список использованных источников с подробным библиографическим описанием и гиперссылкам, если электронные версии источников доступны в сети Интернет.

### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 03.04.02 "Физика" и магистерской программе "Теоретическая и математическая физика".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.5 Теория представления групп и алгебр Ли с  
приложениями

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 03.04.02 - Физика  
Профиль подготовки: Теоретическая и математическая физика  
Квалификация выпускника: магистр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2017

**Основная литература:**

Бортаковский А. С. Аналитическая геометрия в примерах и задачах: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - 2-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт). - ISBN 978-5-16-011202-2. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=515990>

Шершнева В. Г.

Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / Шершнева В.Г. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 168 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Обложка) ISBN 978-5-16-005479-7 <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=558491>

Введение в теорию схем и квантовые группы Манин Ю.И. Издательство: Московский центр непрерывного математического образования ISBN: 978-5-4439-2159-4 Год: 2012 Страниц: 256 страниц <https://e.lanbook.com/book/56407#authors>

**Дополнительная литература:**

Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Издательство 'Лань' ISBN: 978-5-8114-0894-8 Год: 2009 Издание: 5-е изд., стер. Страниц: 288 страниц. <https://e.lanbook.com/book/177#authors>

Упражнения по теории групп Ляпин Е.С., Айзенштат А.Я., Лесохин М.М. Издательство: Издательство 'Лань' ISBN: 978-5-8114-1015-6 Год: 2010 Издание: 2-е изд. стер. Страниц: 272 страниц <https://e.lanbook.com/book/528#authors>

Курош А.Г. Теория групп Издательство: Издательство 'Лань' ISBN: 5-8114-0616-9 Год: 2005 Издание: 4е изд. Страниц: 648 страниц <https://e.lanbook.com/book/562#authors>

Наймарк М.А. Теория представлений групп. Издательство: Издательство 'Физматлит' ISBN: 978-5-9221-1260-4 Год: 2010 Издание: 2-е изд. Страниц: 576 страниц <https://e.lanbook.com/book/2751#authors>

Мищенко, Александр Сергеевич. Курс дифференциальной геометрии и топологии : учебник / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко .? Изд. 3-е, перераб. и доп. ? Санкт-Петербург : Лань, 2010 .? 502 с. : ил. ; 22 .? (Учебники для вузов, Специальная литература) .? Пред. изд. нет .? ISBN 978-5-8114-0966-2 ((в пер.)) , 1000. 54 экземпляра.

Мищенко, А. С.

Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко .? Москва : Изд. МГУ, 1981 .? 183с. 23 экземпляра Ляпин Е. С., Айзенштат А. Я., Лесохин М. М.

Упражнения по теории групп: Учебное пособие. 2-е изд., стер. СПб.: Издательство 'Лань', 2010. - 272 с. <http://e.lanbook.com/view/book/528/>



Хамермеш, М. Теория групп и ее применение к физическим проблемам : перевод с английского / М. Хамермеш ; Пер. Ю. А. Данилова. - Издание 3-е. - Москва: Либроком, 2010 .- 584 с.

Наймарк М.А. Теория представлений групп. - М. Физматлит, 2010. - 576 с. <http://e.lanbook.com/view/book/2751/>

Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. - М.: Лань, 2009. - 288 с.  
<http://e.lanbook.com/view/book/177/>

*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.5 Теория представления групп и алгебр Ли с  
приложениями*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 03.04.02 - Физика  
Профиль подготовки: Теоретическая и математическая физика  
Квалификация выпускника: магистр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)  
Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010  
Браузер Mozilla Firefox  
Браузер Google Chrome  
Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC  
Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.