

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт физики



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ г.

Программа дисциплины
Дискретная математика Б1.В.ДВ.10

Направление подготовки: 03.03.03 - Радиофизика

Профиль подготовки: Телекоммуникационные системы и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Мухарлямов Р.К.

Рецензент(ы):

Попов А.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Сушков С. В.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Мухарлямов Р.К. Кафедра теории относительности и гравитации Отделение физики, Ruslan.Muharlyamov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

- * знать основные положения теории графов и теории чисел;
- * овладеть методами решения соответствующих задач;
- * уметь использовать эти методы при работе с конкретными приложениями и программами.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.10 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 03.03.03 Радиофизика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Курс лекций 'Дискретная математика' состоит из разделов: Теория графов и Основы теории чисел.

Для изучения данного курса требуется успешное освоение предшествующих дисциплин математического цикла (Математический анализ, Аналитическая геометрия, Линейная алгебра). Курс может быть полезен для дальнейшего освоения других дисциплин учебного плана (Методы математической физики, Техника радиоспектроскопии, Основы теории спектров электронного магнитного резонанса, Симметрия кристаллов, Математические методы физики фракталов и другие)

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-12 (общекультурные компетенции)	навыки работы с компьютером
ОК-15 (общекультурные компетенции)	способность к письменной и устной коммуникации на русском языке
ОК-16 (общекультурные компетенции)	знание иностранного языка
ПК-1 (профессиональные компетенции)	определение общих форм, закономерностей и инструментальных средств отдельной предметной области
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умение понять поставленную задачу
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умение формулировать результат
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умение строго доказать утверждение

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

знать основные положения теории графов и теории чисел;

2. должен уметь:

уметь использовать эти методы при работе с конкретными приложениями и программами.

3. должен владеть:

овладеть методами решения соответствующих задач;

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

Решать основные задачи теории графов и теории чисел, уметь находить основные характеристики графа, решать линейные и квадратичные сравнения

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.	3	1	0	1	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа.	3	2	0	1	0	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.	3	3	0	2	0	Устный опрос
4.	Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.	3	4	0	2	0	Устный опрос
5.	Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.	3	5	4	1	0	Устный опрос
6.	Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.	3	6	4	1	0	Устный опрос
7.	Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.	3	7	4	1	0	Устный опрос
8.	Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.	3	8	6	1	0	Контрольная работа
9.	Тема 9. Простые числа. Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей.	3	9	0	1	0	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения.	3	10	0	1	0	Устный опрос
11.	Тема 11. Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости.	3	11	0	1	0	Устный опрос
12.	Тема 12. Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел.	3	12	0	1	0	Устный опрос
13.	Тема 13. Сравнения. Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов.	3	13	0	1	0	Устный опрос
14.	Тема 14. Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.	3	14	0	1	0	Устный опрос
15.	Тема 15. Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4.	3	15	0	1	0	Устный опрос
16.	Тема 16. Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление остатков от деления, схема Диффи-Хелмана.	3	16	0	1	0	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Зачет
	Итого			18	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.

Практика: Vasudev, Graph theory with applications, стр. 99-103, задачи 1-15

Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа. Практика: Vasudev, Graph theory with applications, стр. 104, задачи 21-32, стр. 357, задачи 1-9, стр. 460, задачи 1-10

Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера. Практика: Diestel, Graph Theory 3rd ed, стр. 30, задачи 1-12

Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева. Практика: Vasudev, Graph theory with applications, стр. 266, задачи 1-13

Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Vasudev, Graph theory with applications, стр. 105-106, задачи 33-42

Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Diestel, Graph Theory 3rd ed, стр. 31-32, задачи 24-35

Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Vasudev, Graph theory with applications, стр. 186-187, задачи 1-15

Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости

практическое занятие (1 часа(ов)):

Diestel, Graph Theory 3rd ed, стр. 133-134, задачи 1-10

Тема 9. Простые числа. Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 11, задачи 1-3.

Тема 10. Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения числа на сомножители W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 16-18, задачи 1-9, стр. 38-41, задачи 1-2.

Тема 11. Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 20-21, задачи 1-3, стр. 24, задачи 1-3

Тема 12. Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 44-46, задачи 1-3

Тема 13. Сравнения. Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 59-63, задачи 1-15

Тема 14. Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 48-51, задачи 1-4, стр. 67-68, задачи 1-4, стр. 72-74, задачи 1-4

Тема 15. Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4. Описание доказательства, метод бесконечного спуска.

Тема 16. Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление осатков от деления, схема Диффи-Хелмана.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление осатков от деления, схема Диффи-Хелмана. W.Clark, Elementary number theory, 2003, стр. 110-112, задачи 1-8

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.	3	1	подготовка к устному опросу	5	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа.	3	2	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
3.	Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.	3	3	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
4.	Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.	3	4	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
5.	Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.	3	5	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
6.	Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.	3	6	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
7.	Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.	3	7	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Применение проектора и ноутбука для чтения лекций.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.

устный опрос , примерные вопросы:

Определить тип предъявленного графа. Найти произведение, сумму, связную сумму графов

Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти у предъявленного графа связность, реберную связность

Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти между вершинами предъявленного графа расстояние

Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти остовное дерево графа (2 алгоритма)

Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.

устный опрос , примерные вопросы:

Определить, гамильтонов или эйлеров ли граф

Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти базис пространств разрезов и циклов графа

Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.

устный опрос , примерные вопросы:

Определить планарность графа, найти плоско-двойственный граф

Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.

Тема 9. Простые числа. Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей.

Тема 10. Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения.

Тема 11. Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости.

Тема 12. Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел.

Тема 13. Сравнения. Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов.

Тема 14. Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.

Тема 15. Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4.

Тема 16. Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление остатков от деления, схема Диффи-Хелмана.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Число ребер K^n .

2. Кубический граф. Пусть $d \in \mathbb{N}$ и $V = \{0, 1\}^d$. Ребро соединяет две вершины V тогда и только тогда, когда число разных координат двух вершин равно 1. Найти

- 2.1. число ребер;
- 2.2. степень;
- 2.3. диаметр;
- 2.4. радиус такого графа.
3. Показать, что $\mathrm{rad}(G) \leq \mathrm{diam}(G) \leq 2 \mathrm{rad}(G)$.
4. Показать, что каждый двусвязный граф содержит цикл.
5. Найти $k(G)$ и $\lambda(G)$ для
 - 5.1. P^k ;
 - 5.2. C^k ;
 - 5.3. K^k ;
 - 5.4. $K_{m, n}$.
6. Найти связность n -мерного куба.
7. Доказать, что для любого нетривиального графа $k(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$.
8. Существует ли такая функция $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, что для каждого $k \in \mathbb{N}$ граф минимальной степени $f(k)$ k -связен?
9. Доказать, что каждое дерево T имеет как минимум $\Delta(T)$ листьев.
10. Доказать, что "древесный порядок", ассоциированный с корневым деревом T действительно определяет отношение частичного порядка на $V(T)$.
11. Пусть G --- связный граф, и $r \in V(G)$. Начиная с r перейдем вдоль ребра графа G к еще не посещенной вершине. Если такой вершины нет, возвращаемся по ребру, которое было пройдено при первом посещении вершины. Остановка при повторном посещении r . Доказать, что пройденные ребра составляют нормальное дерево графа G с корнем r .
12. Пусть \mathcal{T} --- такое семейство поддеревьев дерева T , что попарное пересечение любых двух непусто. Доказать, что тогда и пересечение всех таких поддеревьев непусто.
13. Доказать, что каждый автоморфизм дерева оставляет неподвижным минимум одну либо вершину, либо ребро (или и то и другое).
14. Всегда ли классы разбиения регулярного двусоставного графа одного размера?
15. Доказать, что граф двусоставен тогда и только тогда, когда каждый индуцированный цикл имеет четную длину.
- 16.1. Доказать, что отношение \preceq определяет частичный порядок на любом семействе конечных графов
- 16.2. Верно ли предыдущее утверждение для бесконечных графов?
17. Доказать, что элементами пространства циклов графа G являются объединения семейств ребер непересекающихся по ребрам циклов G , и только они.
18. Доказать, что циклы и разрезы графа вместе порождают все пространство ребер, или найти контрпример.
19. Каковы размерности пространств графа с k компонентами
 - 19.1. циклов;
 - 19.2. разрезов.
20. Доказать, что в неориентированном графе число вершин с нечетной степенью четно.
21. Доказать, что неориентированный связный граф остается связным после удаления некоторого ребра тогда и только тогда, когда это ребро принадлежит некоторому циклу графа.

22. Доказать, что связный неориентированный граф с n вершинами
 - 22.1. Содержит не менее $n-1$ ребер;
 - 22.2. если содержит больше, чем $n-1$ ребер, то содержит и минимум один цикл.
23. Доказать, что каждый граф можно вложить в \mathbb{R}^3 так, что все ребра --- прямые линии.
24. Вывести формулу Эйлера для несвязных графов.
25. Пусть связный граф G содержит n вершин, m ребер и цикл минимальной возможной длины g . Доказать, что $m \leq n + (n-2)/(g-2)$.
26. Доказать, что каждый планарный граф --- объединение трех лесов.
27. Доказать, что каждый планарный граф изоморфен планарному графу с ребрами --- прямыми линиями.
28. Существует ли для каждого планарного графа такая реализация на плоскости, что все внутренние грани --- выпуклые многогранники.
29. Доказать, что двусвязный планарный граф двусоставен тогда и только тогда, когда каждая грань ограничена четным циклом.
30. Как выглядит граф, плоско-двойственный планарному дереву.
31. Доказать, что плоско-двойственный планарному мультиграфу граф связан.
32. Доказать, что связный граф $G=(V, E)$ планарен тогда и только тогда, когда существует такой связный мультиграф $G'=(V', E')$, что для каждого подмножества $F \subseteq E'$ граф (V, F) дерево тогда и только тогда, когда $(V', E' \setminus F)$ дерево.
33. Доказать, что два плоско-двойственных планарному мультиграфу комбинаторно изоморфны.
34. Пусть G, G^* --- взаимно двойственные планарные графы. Пусть B_1, \dots, B_n --- блоки G . Доказать, что B_1^*, \dots, B_n^* --- блоки G^* .
35. Доказать, что если G^* абстрактно двойственен мультиграфу G , то и G абстрактно двойственен G^* .
36. Доказать, что теорема о четырех красках действительно решает задачу о раскраске карт. Верно ли обратное --- влечет ли возможность раскраски каждой карты в четыре цвета теорему о четырех красках?
37. Доказать, что для решения задачи о раскраске карт достаточно рассматривать такие карты, что ни одна точка не лежит на общей границе более чем трех стран. Как это влияет на доказательство теоремы о четырех красках.
38. Попытайтесь доказать теорему о четырех красках по аналогии с теоремой о пяти красках. Где доказательство не проходит?
39. Выразить хроматическое число графа через хроматические числа блоков графа.
40. Доказать, что в полном неориентированном графе K_n каждое ребро принадлежит ровно $n-2$ треугольникам.
41. Доказать, что для каждого графа G существует такой порядок на множестве вершин, что "жадный алгоритм" использует только $\chi(G)$ красок.
42. Для любого $n > 1$ найти двусоставный граф с $2n$ вершинами, упорядочеными так, что "жадный алгоритм" использует $2n$ красок вместо двух.
43. k -хроматический граф называется критически k -хроматическим, если для каждой вершины $v \in V(G)$ $\chi(G-v) < k$. Доказать, что каждый критически k -хроматический граф имеет критически k -хроматический индуцированный подграф, минимальная степень которого не ниже $k-1$.
44. Описать критические 3 -хроматические графы.

45. Доказать, что каждый критический k -хроматический граф $k-1$ -реберно связан.
46. Описать класс графов G , для которых $P_G(k) = k(k-1)^{n-1}$.
47. Для любого $k \in \mathbb{N}$ построить k -хроматический граф без треугольников.

7.1. Основная литература:

1. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. Изд.: "Лань" ISBN: 978-5-8114-0570-1, 2009, - 6-е изд., стер. 400 с. <http://e.lanbook.com/view/book/220/>
2. Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 224 с.: 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет) ISBN 978-5-8199-0304-9, 700 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=376152>
3. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие / В.Б. Алексеев. - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 90 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-005559-6, 1000 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=278874>

7.2. Дополнительная литература:

1. Асанов М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы / Асанов М.О. Баранский В.А., Расин В.В. Изд.: "Лань", ISBN: 978-5-8114-1068-2, 2-е изд. испр. и доп., 2010, - 368 с. <http://e.lanbook.com/view/book/536/>
2. Мальцев И.А. Дискретная математика. Изд.: "Лань", ISBN: 978-5-8114-1010-1, 1-е изд. 2011, - 304 с. <http://e.lanbook.com/view/book/638/>

7.3. Интернет-ресурсы:

Лабораторные работы на тему "Основы Теории Графов" для учеников средней школы и студентов Вузов Т.С. Золотарева - <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/zolotareva/main.asp>
Основы теории графов: Учебник - <http://window.edu.ru/resource/884/70884>
Сборник задач по дискретной математике - <http://window.edu.ru/resource/609/73609>
Учебное пособие Кафедры математической теории интеллектуальных систем МГУ им. М.В. Ломоносова - <http://intsys.msu.ru/staff/vnosov/combgraph.htm>
Электронный учебник по дисциплине: "Дискретная математика" - http://de.ifmo.ru/bk_netra/start.php?bn=23

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Ноутбук, проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 03.03.03 "Радиофизика" и профилю подготовки Телекоммуникационные системы и информационные технологии .

Автор(ы):

Мухарлямов Р.К. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. _____

"__" _____ 201__ г.