

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Теория конечных графов и ее приложения Б2.В.2

Направление подготовки: 010300.62 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Нурмеев Н.Н.

**Рецензент(ы):**

Пшеничный П.В.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 957414

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Нурмеев Н.Н. кафедра теоретической кибернетики отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Nail.Nurmeev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Основной целью освоения студентами данной дисциплины является изучение методов математического описания структуры разнообразных объектов, ознакомление с результатами анализа структурных свойств этих объектов, а также с алгоритмическими построениями, достигнутыми в этой области к настоящему времени.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.В.2 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010300.62 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе в 3 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, методологии системной инженерии, системы автоматизации проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий (в соответствии с профилизацией)
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность профессионально решать задачи производственной и технологической деятельности с учетом современных достижений науки и техники, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования; разработку математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых исследований; создание информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных; разработку тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям; разработку эргономических человеко-машинных интерфейсов (в соответствии с профилизацией)
ПК-6 (профессиональные компетенции)	ПК6 способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет, способность взаимодействовать и сотрудничать с профессиональными сетевыми сообществами и международными консорциумами, отслеживать

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность профессионально владеть базовыми математическими знаниями и информационными технологиями, эффективно применять их для решения научно-технических задач и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять на практике современные методологии управления жизненным циклом и качеством систем, программных средства и сервисов информационных технологий

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные типы объектов и структур, изучаемых теорией графов
- различные свойства графов и связанных с ними объектов в рамках предлагаемого курса
- типовые методы, используемые при работе с графами, орграфами, мультиграфами и сетями
- постановки наиболее известных задач на графах и сетях и эффективные алгоритмы их решения

2. должен уметь:

- формулировать прикладные и теоретические задачи на языке графов и сетей, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения
- разработать программную реализацию выбранного алгоритма, произвести отладку программы и интерпретировать результаты ее работы
- применять полученные теоретические знания для доказательства различных свойств графов и связанных с ними объектов

3. должен владеть:

- навыками решения прикладных задач о графах

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Графы: основные понятия	3		0	0	9	домашнее задание
2.	Тема 2. Представления графов	3		0	0	9	домашнее задание
3.	Тема 3. Ориентированные и неориентированные деревья	3		0	0	9	домашнее задание
4.	Тема 4. Задачи о путях на графе	3		0	0	9	домашнее задание
5.	Тема 5. Потoki в сетях	3		0	0	9	домашнее задание
6.	Тема 6. NP-полные задачи на графах	3		0	0	9	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Итого			0	0	54	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Графы: основные понятия

#### *лабораторная работа (9 часа(ов)):*

История развития теории графов. Возникновение понятия графа. Основные определения теории графов. Графы как модели при решении задач. Современное состояние развития теории графов. Графы как модели при решении задач. Задача Эйлера о кенигсбергских мостах. Задача Гамильтона. Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли. Мультиграфы, ориентированные графы и сети.

### Тема 2. Представления графов

#### *лабораторная работа (9 часа(ов)):*

Три способа представления графов. матрица смежности, матрица инцидентности, списки смежности. Представления конкретных графов различными способами, графы с ограниченной полустепенью исхода, произвольные графы.

### Тема 3. Ориентированные и неориентированные деревья

#### *лабораторная работа (9 часа(ов)):*

Основные определения, представления деревьев. Ссылка на вершину отца. Скобочное представление. Представление множеством путей. Стандартное представление бинарного дерева. Представление бинарного дерева с помощью массива. Алгоритм Крускала. Двусвязные компоненты неориентированных графов. Представление произвольного дерева с помощью бинарного, Деревья и формулы. Обходы деревьев. Задачи на применение алгоритма Крускала. Поиск в глубину на неориентированном графе и задача о лабиринте. Поиск в ширину на неориентированном графе.

### Тема 4. Задачи о путях на графе

### **лабораторная работа (9 часа(ов)):**

Достижимость и транзитивное замыкание графа. Кратчайшие пути между всеми парами вершин. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Беллмана-Форда. Задача о кратчайших путях из одного источника. Реализация алгоритма Дейкстры. Кратчайшие пути в ациклических графах.

### **Тема 5. Потоки в сетях**

#### **лабораторная работа (9 часа(ов)):**

Потоки и разрезы. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Алгоритм построения максимального потока за кубическое время. Сети с единичными пропускными способностями. Реализация алгоритмов Форда-Фалкерсона и построения максимального потока. Паросочетания в общих графах.

### **Тема 6. NP-полные задачи на графах**

#### **лабораторная работа (9 часа(ов)):**

Полиномиальная сходимости и NP-полные задачи. Полиномиальная разрешимость выполнимости 2-КНФ. Гамильтонов цикл. Аппроксимация для задачи ?Вершинное покрытие?. Аппроксимация для задачи коммивояжера. Клика, независимое множество, вершинное покрытие. Задача коммивояжера. Раскраска вершин графа.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
1.	Тема 1. Графы: основные понятия	3		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
2.	Тема 2. Представления графов	3		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
3.	Тема 3. Ориентированные и неориентированные деревья	3		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
4.	Тема 4. Задачи о путях на графе	3		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
5.	Тема 5. Потоки в сетях	3		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
6.	Тема 6. NP-полные задачи на графах	3		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
	Итого				54	

## **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает параллельное овладение студентами теоретическим материалом и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Теория конечных графов и ее приложения". Происходит это на лабораторных занятиях. Практические навыки приобретаются на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, кроме того на занятиях студенты развивают абстрактное мышление и способность самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Графы: основные понятия**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Изучение основных понятий теории графов.

### **Тема 2. Представления графов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме. Пример: 1. докажите, что, если полустепени захода у всех вершин ориентированного графа больше нуля, то в этом графе имеется цикл 2. Докажите, что в любой группе из 6 человек есть трое попарно знакомых или трое попарно незнакомых .

### **Тема 3. Ориентированные и неориентированные деревья**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме. 1. Предложите рекурсивные алгоритмы для прямого и обратного обхода дерева(не обязательно бинарные). Оцените их сложность. \ 2. Предложите процедуру, не использующую стек, для инфиксного обхода бинарного дерева, заданного прошитым представлением. Оцените ее сложность

### **Тема 4. Задачи о путях на графе**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме: 1. Как изменить алгоритм Уоршола-Флойда, чтобы находить не только длины кратчайших путей, но и сами пути? 2.Сколько раз может меняться для одной вершины  $v$  значение  $D[v]$  в ходе работы алгоритма Дейкстры для графа с  $n$  вершинами. Привести пример на каждый возможный случай.

### **Тема 5. Потoki в сетях**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме: 1. Используя алгоритм Форда-Фалкерсона, построить максимальный поток для сети  $N : V = \{s, v_1, v_2, v_3, t\}$ ,  $E = \{(s, v_1, 2), (s, v_2, 2), (s, v_3, 2), (v_1, v_2, 1), (v_1, t, 1), (v_2, v_3, 2), (v_2, t, 1), (v_3, t, 3)\}$  ( формат:  $(v, u, c(v, u))$ ). 2. Построить,используя алгоритм МАХII, максимальный поток для следующей сети  $N : V = \{s, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, t\}$ ,  $E = (s, v_1, 5), (s, v_2, 3), (s, v_3, 5), (v_1, v_4, 7), (v_2, v_5, 5), (v_3, v_6, 4), (v_6, v_2, 3), (v_4, t, 4), (v_5, t, 5), (v_1, v_5, 2), (v_6, t, 3)$ . (формат:  $(v, u, c$

### **Тема 6. NP-полные задачи на графах**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме: 1.Предложите алгоритм линейной сложности для нахождения максимального независимого множества вершин в неориентированном дереве. 2. Предложите сведение задачи ГАМ\_ЦИКЛ к задаче выполнимости булевых формул ВыП

## Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

### ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Графы: основные понятия и определения
2. Таблица смежности
3. Таблица инцидентности
4. Графы с ограниченной полустепенью исхода
5. Произвольные графы
6. Деревья: основные определения
7. Эквивалентные характеристики ориентированных и неориентированных деревьев
8. Представления деревьев
9. Деревья и выражения
10. Обходы деревьев
11. Алгоритм Крускала
12. Поиск в глубину и задача о лабиринте
13. Поиск в ширину
14. Двусвязные компоненты неориентированных графов
15. Базы ориентированного графа
16. Транзитивное замыкание графа
17. Алгоритм Уоршола
18. алгоритм Уоршола-Флойда
19. Алгоритм Дейкстры
20. Алгоритм Беллмана-Форда
21. Алгоритм Форда-Фалкерсона
22. Алгоритм построения максимального потока за кубическое время
23. Максимальные паросочетания в графах
24. Полиномиальная сводимость
25. NP-полные задачи
26. Цикл Гамильтона
27. Задача коммивояжера и ее свойства
28. Задача о раскраске вершин графа
29. Аппроксимации для задачи коммивояжера
30. Аппроксимация для задачи "Вершинное покрытие"

### 7.1. Основная литература:

1. Харари, Фрэнк. Теория графов = Graph theory / Ф. Харари; под ред. Г. П. Гаврилова; пер. с англ. и предисл. В. П. Козырева. ?Изд. 4-е. ?Москва: [ЛИБРОКОМ], 2009. ?300 с
2. Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. ?Казань: [Казан. гос. ун-т], 2007. ?77 с.
3. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. ?Казань, 2007. ? <URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-761515.pdf>>.
3. Дискретная математика: Учебное пособие / В.В. Куликов. - М.: РИОР, 2007. - 174 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=126799>
4. Шевелев Ю.П. Дискретная математика. - М.:Лань, 2008. - 592 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=437](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=437)

5. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. - М.:Лань, 2010. - 368 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=536)
6. Мальцев И.А. Дискретная математика. - М.:Лань, 2011. - 304 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=638](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=638)
7. Микони С.В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы. - М.:Лань, 2012. - 192 с.  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4316](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4316)

## 7.2. Дополнительная литература:

Теория графов в задачах и упражнениях, Емеличев, Владимир Алексеевич;Зверович, Игорь Эдмундович;Мельников, Олег Исидорович, 2013г.  
Теория графов, Арасланов, Шамиль Фатыхович, 2013г.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>  
Образовательный сайт по математике - <http://www.exponenta.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Портал ресурсов по математике и алгоритмам - <http://algotlist.manual.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория конечных графов и ее приложения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010300.62 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и профилю подготовки Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Нурмеев Н.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Пшеничный П.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.