

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Математический анализ 2 Б2.Б.2**

Направление подготовки: 010300.62 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Турилова Е.А.

**Рецензент(ы):**

Андрианова А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 915614

Казань  
2014

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Турилова Е.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Математический анализ II является продолжением курса "Математический анализ I". В рамках этого курса предполагается рассмотреть такие его разделы, как интегрирование функции одной переменной, евклидово пространство , числовые ряды.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.Б.2 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010300.62 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 1 курсе в 2 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	ПК1 способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, методологии системной инженерии, системы автоматизации проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий (в соответствии с профилизацией)
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность применять на практике международные и профессиональные стандарты информационных технологий, современные парадигмы и методологии, инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять на практике современные методологии управления жизненным циклом и качеством систем, программных средства и сервисов информационных технологий

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- понятия математического анализа: определенный интеграл, функция многих переменных, числовые и функциональные ряды

2. должен уметь:

- вычислять частные производные функции многих переменных  
- определять сходимость числовых рядов  
- находить экстремум функций многих переменных

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями по теории евклидова пространства, теории числовых рядов
- навыками вычисления неопределенных и определенных интегралов; дифференцирования и нахождения экстремумов функции многих переменных, исследования сходимости числовых рядов

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- использовать полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Неопределенный интеграл	2		0	10	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Определённый интеграл Римана и его свойства	2		8	0	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Интеграл Римана как функция верхнего предела	2		3	2	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Геометрические приложения интеграла Римана	2		3	6	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Несобственные интегралы	2		4	7	0	контрольная работа домашнее задание
6.	Тема 6. Евклидово пространство	2		4	0	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Предел и непрерывность в евклидовых пространствах	2		3	2	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Частные производные и дифференцируемость отображений в евклидовых пространствах	2		6	12	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Экстремумы функций многих переменных	2		3	12	0	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			34	51	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Неопределенный интеграл

#### *практическое занятие (10 часа(ов)):*

Вычисление интегралов от функций различных типов

### Тема 2. Определённый интеграл Римана и его свойства

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Определённый интеграл Римана: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, определение, необходимое условие интегрируемости функции. Интегральные суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости функции. Арифметические свойства, свойства интеграла, связанные с неравенствами, теорема о среднем, интегрируемость непрерывных и монотонных функций

### Тема 3. Интеграл Римана как функция верхнего предела

#### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Интеграл с переменным верхним пределом, свойства (непрерывность, дифференцируемость, существование первообразной непрерывной функции), формула Ньютона-Лейбница, замена переменной, формула интегрирования по частям

#### *практическое занятие (2 часа(ов)):*

Вычисление определенных интегралов

### Тема 4. Геометрические приложения интеграла Римана

#### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Площадь криволинейной трапеции в различных системах координат, длина дуги, площадь поверхности и объем тел вращения

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Вычисление площади криволинейной трапеции, длину дуги, площади поверхности и объемов

### Тема 5. Несобственные интегралы

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Понятие несобственного интеграла двух типов, сходимость несобственного интеграла, критерий Коши, признаки сходимости

**практическое занятие (7 часа(ов)):**

Исследование несобственного интеграла на сходимость по определению и с помощью признаков

**Тема 6. Евклидово пространство**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Евклидово пространство : определение, основные свойства; скалярное произведение ; сходимость последовательностей , связь с по-координатной сходимостью; теорема Больцано-Вейерштрасса. Открытые и замкнутые множества, их характеристика в терминах последовательностей, компактные множества, критерий компактности

**Тема 7. Предел и непрерывность в евклидовых пространствах**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Предел отображения в точке, непрерывность в точке, свойства непрерывных функций на компактном множестве

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление предела отображения в точке, исследование отображений на непрерывность

**Тема 8. Частные производные и дифференцируемость отображений в евклидовых пространствах**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Частные производные и дифференцируемость отображений: определение частной производной, условия дифференцируемости функции в точке; дифференцируемость сложной функции; дифференциал, \ и его свойства; формула конечных приращений. Производные и дифференциалы высших порядков

**практическое занятие (12 часа(ов)):**

Нахождение частных производных и дифференциалов, дифференцирование сложных отображений, дифференцирование неявных функций, замена переменных

**Тема 9. Экстремумы функций многих переменных**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Экстремумы функций многих переменных: необходимое условие существования экстремума в точке; формула Тейлора, достаточные условия существования экстремума в точке.

**практическое занятие (12 часа(ов)):**

Нахождение экстремумов функции многих переменных, условный экстремум, задачи на максимум и минимум

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Неопределенный интеграл	2		подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
2.	Тема 2. Определённый интеграл Римана и его свойства	2		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Интеграл Римана как функция верхнего предела	2		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Геометрические приложения интеграла Римана	2		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
5.	Тема 5. Несобственные интегралы	2		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
6.	Тема 6. Евклидово пространство	2		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Предел и непрерывность в евклидовых пространствах	2		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Частные производные и дифференцируемость отображений в евклидовых пространствах	2		подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
9.	Тема 9. Экстремумы функций многих переменных	2		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
Итого					59	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена и зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Математический анализ II" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.



Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену и зачету. При подготовке к сдаче экзамена и зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену и зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Неопределенный интеграл**

домашнее задание , примерные вопросы:

вычисление неопределенных интегралов от функций различных типов

### **Тема 2. Определённый интеграл Римана и его свойства**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач на определение интеграла Римана

### **Тема 3. Интеграл Римана как функция верхнего предела**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление интеграла Римана с помощью формулы Ньютона-Лейбница

### **Тема 4. Геометрические приложения интеграла Римана**

домашнее задание , примерные вопросы:

вычисление площади криволинейной трапеции в различных системах координат

домашнее задание , примерные вопросы:

вычисление длин дуг кривых, площадей поверхности и объемов тел вращения

### **Тема 5. Несобственные интегралы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование несобственных интегралов на сходимость

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычисление неопределенного интеграла с помощью замены переменных 2. Вычисление неопределенного интеграла с помощью формулы интегрирования по частям 3. Вычисление неопределенного интеграла с помощью различных методов 4. Исследование несобственного интеграла на сходимость 5. Вычисление площади плоской фигуры 6. Вычисление длины дуги

### **Тема 6. Евклидово пространство**

домашнее задание , примерные вопросы:

Теоретические задачи на основные понятия евклидова пространства

### **Тема 7. Предел и непрерывность в евклидовых пространствах**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на вычисление пределов отображений и исследование на непрерывность

### **Тема 8. Частные производные и дифференцируемость отображений в евклидовых пространствах**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение частных производных первого и второго порядка, нахождение дифференциалов, вычисление касательного отображения для сложных отображений, замена переменных в обыкновенных дифференциальных уравнениях выражениях, содержащих частные производные

### **Тема 9. Экстремумы функций многих переменных**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение экстремумов функций многих переменных. Решение задач на условный экстремум и на максимум и минимум



контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти частные производные первого и второго порядка (в явном виде) 2. Найти частные производные функции, заданной неявно. 3. Преобразовать выражение с помощью замены переменной 4. Найти экстремумы функции двух или трех переменных 5. Найти наибольшее или наименьшее значение функции на компактном множестве

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Программа экзамена.

Задача, приводящие к понятию интеграла Римана. Определения интеграла Римана (на языке последовательностей, на языке " $\epsilon$  -  $\delta$ "). Необходимое условие интегрируемости функции. Множества лебеговой меры нуль и их свойства. Теорема Лебега (формулировка). Интегрируемость монотонной функции. Свойства интеграла Римана: линейность, интегрируемость произведения и модуля. Свойство аддитивности интеграла Римана относительно области интегрирования. Свойства интеграла, связанные с неравенствами. Теорема о среднем. Свойство непрерывности интеграла как функции своего верхнего предела. Теорема о существовании первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям и замена переменной в интеграле Римана. Верхний и нижний интегралы Дарбу и их свойства. Критерий Дарбу интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывной функции. Геометрические приложения интеграла Римана.

Несобственные интегралы: определение, свойства, критерий Коши, формула Ньютона-Лейбница. Интегралы от неотрицательных функций: признаки сравнения. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки Дирихле и Абеля.

Евклидовы пространства (основные понятия). Топология евклидова пространства. Компактные множества в евклидовых пространствах. Критерий компактности, теорема Вейерштрасса. Векторные последовательности. Характеризация замкнутых множеств и предельных точек в терминах последовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел отображения в точке, равносильность определений, свойства. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных функций на компактных множествах: ограниченность и равномерная непрерывность, достижение точных граней, достижение промежуточных значений.

Линейные отображения в евклидовых пространствах и их представление матрицей. Обратимые линейные отображения. Норма линейного отображения и ее свойства. Касательное отображение и его свойства: однозначность, непрерывность дифференцируемого отображения, дифференцируемость сложной функции. Частные производные. Матрица Якоби, формула полной производной. Арифметические свойства функций многих переменных. Условия дифференцируемости отображений. Касательная плоскость. Непрерывно дифференцируемые отображения. Непрерывные вектор-функции. Интеграл от непрерывной вектор-функции. Необходимое условие локального экстремума. Оценочная формула Лагранжа. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования. Достаточные условия локального экстремума.

### **7.1. Основная литература:**

1. Дубровин, Вячеслав Тимофеевич Лекции по математическому анализу : учебное пособие / В. Т. Дубровин .? Издание 2-е, переработанное и дополненное .? Казань : Изд-во Казанского государственного университета, 2003 .? ; 20.Ч. 2 .? 2009 .? 99 с. :
2. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович.?Москва: АСТ: Астрель, 2007.?558 с.

3. Фихтенгольц, Г. М.. Основы математического анализа: [учеб. для студентов 1 и 2 курсов вузов и ун-тов: в 2 ч.] / Г.М. Фихтенгольц. ?издание 8-е, стереотипное. ?Санкт-Петербург: Лань, 2006. ?; 21. ?(Учебники для вузов, Специальная литература). ?ISBN 5-9511-0010-0, 3000. [Ч.] 1. ?2006. ?440 с.
4. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа: [учеб. для студентов 1 и 2 курсов вузов и ун-тов: в 2 ч.] / Г.М. Фихтенгольц. ?изд. 8-е, стереотипное. ?Санкт-Петербург: Лань, 2006. ?; 21. ?(Учебники для вузов, Специальная литература). ?ISBN 5-9511-0010-0, 3000. [Ч.] 2. ?2006. ?463 с
5. Дубровин, В. Т. Теория функций комплексного переменного: теория и практика: [учебное пособие] / В.Т. Дубровин; Казан. гос. ун-т. ?Казань: Казанский государственный университет, 2010. ?102 с.
6. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=342088>
6. Математический анализ: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 288 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=342089>
7. Туганбаев, А. А. Математический анализ: Пределы [Электронный ресурс] / А. А. Туганбаев. - 2-е изд., стереот. - М.: Флинта, 2011. - 54 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=409466>

## 7.2. Дополнительная литература:

Численные методы. Математический анализ и дифференциальные уравнения, Масловская, Лариса Викторовна; Масловская, Оксана Михайловна, 2008г.

Математический анализ, Малугин, Виталий Александрович, 2010г.

Введение в математический анализ в вопросах и задачах, Анчиков, Анатолий Михайлович; Валиуллин, Рафкат Лутфуллович; Даишев, Ринат Абдурашидович, 2006г.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Краткий справочник формул по математике - <http://matembook.chat.ru/>

математический портал - <http://www.allmath.com/>

образовательный математический сайт. - <http://www.exponenta.ru/>

Портал по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.math.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математический анализ 2" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010300.62 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и профилю подготовки Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Турилова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Андрианова А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.