# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет" Институт физики



## **УТВЕРЖДАЮ**

## Программа дисциплины

Уравнения математической физики М2.ДВ.6

Направление подготовки: <u>050100.68 - Педагогическое образование</u>
Профиль подготовки: Образование в области физики
Квалификация выпускника: <u>магистр</u>
Форма обучения: <u>очное</u>
Язык обучения: русский
Автор(ы):
<u>Демин С.А.</u>
Рецензент(ы):
Мокшин А.В., Сафаров Р.Х.
СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Мокшин А. В.
Протокол заседания кафедры No от "" 201г
Учебно-методическая комиссия Института физики:
Протокол заседания УМК No от "" 201г
Регистрационный No
Казань

2014



### Содержание

- 1. Цели освоения дисциплины
- 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
- 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
- 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
- 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
- 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
- 7. Литература
- 8. Интернет-ресурсы
- 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) старший преподаватель, б/с Демин С.А. кафедра вычислительной физики и моделирования физических процессов научно-педагогическое отделение, Sergei.Djomin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Уравнения математической физики" вырабатывает у студентов навыки построения математических моделей различных физических процессов и решения получающихся при этом математических задач. Данный курс составляет математическую основу дисциплин по теоретической физике и значительного числа специальных дисциплин для всех физических специальностей. В рамках дисциплины рассматриваются задачи математической физики, приводящие к уравнениям с частными производными. Порядок изложения связан с описанием типичных физических процессов, поэтому расположение материала соответствует основным типам уравнений.

Дисциплина "Уравнения математической физики" предназначена для улучшения математической подготовки студентов, обучающихся по специальности 050100.68 (маг.). Основной её целью является знакомство студентов с основными математическими методами, используемыми в современной теоретической физике для описания поведения различных физических систем. Изучение курса предполагает знание студентами основ высшей математики.

Дисциплина призвана ознакомить студентов с методами решения дифференциальных уравнений в частных производных (УЧП) второго порядка, часто встречающихся во многих разделах теоретической физики. Целью предмета также является вывод таких уравнений на основе общих математических и физических принципов, что показывает студентам единство и взаимосвязи различных разделов теоретической физики. Например, одни и те же уравнения (гиперболического, параболического и эллиптического типов), возникающие при классификации уравнений в частных производных второго порядка, описывают явления и процессы из различных областей теоретической физики.

Задачами дисциплины являются:

- овладение методами решения УЧП второго порядка и применение их при решении различных прикладных задач;
- ознакомление со свойствами и общностью ортогональных функций математической физики (сферические функции, полиномы Лежандра, Лагерра и т.д.);
- знакомство с физическими задачами, приводящими к уравнениям гиперболического, параболического и эллиптического типов;
- знакомство с основными элементами линейной алгебры.

# 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " M2.ДВ.6 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.68 Педагогическое образование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Учебная дисциплина имеет индекс М2.В.ДВ.6. Осваивается на втором курсе магистратуры (1 семестр).

# 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:



Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-4 (общекультурные компетенции)	Знать: общие понятия о ресурсно-информационных базах для решения профессиональных задач, связанных как с научными исследованиями в области физики, так и в области методики преподавания физики Уметь: формировать ресурсно-информационные базы для решения профессиональных задач Владеть: соответствующим понятийным, физико-математическим аппаратом
ОК-5 (общекультурные компетенции)	Знать: основные концепции, связанные с информационными технологиями в области физико-математического образования Уметь: использовать информационные технологии, а также новые знания и умения в областях, не связанных со сферой физических исследований и физико-математического образования Владеть: способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения
ПК-1 (профессиональные компетенции)	Знать: современные методики и технологии организации и реализации образовательного процесса на различных образовательных ступенях в образовательных учреждениях Уметь: практически применять методы и технологии современного физико-математического образования Владеть: навыками тестирования, апробации и использования методов и технологий физико-математического образования в различных образовательных учреждениях
ПК-16 (профессиональные компетенции)	Знать: основные положения и содержание современных образовательных технологий и методик обучения Уметь: проектировать новое учебное содержание, технологии и конкретные методики обучения Владеть: методами проектирования современных учебных программ и конкретных методик обучения
ПК-2 (профессиональные компетенции)	Знать: общие понятия, алгоритмы и методы диагностики и оценивания качества образовательного процесса Уметь: осуществлять мониторинг качества образовательного процесса Владеть: методами анкетирования, тестирования, оценки знаний, умений и навыков студентов
ПК-4 (профессиональные компетенции)	Знать: методы, концепции и подходы организации исследовательской работы обучающихся Уметь: ставить актуальные исследовательские задачи и выполнять соответствующий контроль Владеть: навыками руководства исследовательской работой обучающихся
ПК-8 (профессиональные компетенции)	Знать: подходы в разработке и реализации образовательных моделей, методик, технологий и приемов к анализу результатов процесса Уметь: разрабатывать, использовать и предлагать оригинальные методики и подходы в обучении Владеть: методами формирования и реализации образовательных технологий

В результате освоения дисциплины студент:

- 1. должен знать:
- вывод уравнения малых поперечных колебаний для струны, закрепленной на концах;

- решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье); физический смысл полученного решения;
- решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера;
- вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах;
- решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий); физический смысл полученного решения;
- основные специальные функции;
- методы решения уравнений эллиптического типа;
- основные элементы линейной алгебры;

#### 2. должен уметь:

- классифицировать УЧП второго порядка;
- приводить к каноническому виду уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типов;
- решать УЧП второго порядка гиперболического, параболического и эллиптического типов методом разделения переменных (методом Фурье);
- выполнять линейные преобразования в унитарном пространстве;

#### 3. должен владеть:

- навыками решения уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье);
- навыками решения уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий);
- навыками решения уравнений в частных производных второго порядка гиперболического, параболического типов методом разделения переменных (методом Фурье);
- 4. должен демонстрировать способность и готовность:
- применять полученные знания на практике.

В результате освоения дисциплины формируются компетенции:

OK-1, 2, 3;

OΠK-1, 2;

 $\Pi K - 1, 4, 5;$ 

CK-1

#### Общекультурные:

- способность совершенствовать и развивать свой общеинтеллектуальный и общекультурный уровень (ОК-1);
- готовность использовать знания о современных проблемах науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач (ОК-2);
- способность к самостоятельному освоению новых методов исследования, к изменению научного профиля своей профессиональной деятельности (ОК-3);

### Общепрофессиональные:

- готовность осуществлять профессиональную коммуникацию на государственном (русском) и иностранном языках (ОПК-1);
- способность осуществлять профессиональное и личностное самообразование, проектировать дальнейший образовательный маршрут и профессиональную карьер (ОПК-2); Профессиональные:



- способность применять современные методики и технологии организации и реализации образовательного процесса на различных образовательных ступенях в различных образовательных учреждениях (ПК-1);
- способность руководить исследовательской работой обучающихся (ПК-4);
- способность анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач (ПК-5);

#### Специальные:

- способность демонстрировать, применять, критически оценивать и пополнять знания по теоретической физике (СК-1).

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

# 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/	Семестр	тр Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
	модуля	Модуля		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	-
1.	Тема 1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа	3	1	1	0		письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра		Виды и ча аудиторной р их трудоемк (в часах	аботы, сость )	Текущие формы контроля
				Лекции	практические занятия	лабораторные работы	
2.	Тема 2. Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики.	3	1	0	1	0	письменная работа
3.	Тема 3. Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах.	3	2	0	1	0	устный опрос
4.	Тема 4. Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях.	З	2	1	0	0	устный опрос
5.	Тема 5. Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.	3	2	0	1	0	устный опрос
6.	Тема 6. Уравнения параболического типа. Специальные функции.	3	3	0	1	0	письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра		Виды и ча аудиторной р их трудоемк (в часах	аботы, сость )	Текущие формы контроля
				Лекции	практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах.	3	3	0	1	0	устный опрос
8.	Тема 8. Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий). Физический смысл решения.	3	4	1	0	0	устный опрос
9.	Тема 9. Классические ортогональные полиномы: полиномы Лежандра (присоединенные полиномы Лежандра), Лагерра, Эрмита, Якоби, Чебышева. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Понятие о сферических функциях.	3	4	0	1	0	письменная работа
10.	Тема 10. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Шрёдингера для атома водорода.	თ	5	0	1	0	устный опрос
	Тема 11. Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа для круга и его решение методом Фурье.	3	5	0	1	0	письменная работа
12.	Тема 12. Уравнение Лапласа для шара и его решение методом Фурье.	3	6	0	1	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Лекции	Виды и ча аудиторной р их трудоемк (в часах Практические	аботы, ость ) Лабораторные	Текущие формы контроля
13.	Тема 13. Движение в центрально-симметричноле. Решение уравнения Шредингера для атома водорода.	3	6	1	<b>занятия</b> 0	раооты	устный опрос
14.	Тема 14. Элементы линейной алгебры.	3	7	0	1	0	письменная работа
15.	Тема 15. Метрические, топологические, гильбертовы пространства: определения, аксиомы, свойства. Примеры.	3	7	0	0	0	устный опрос
16.	Тема 16. Линейные конечномерные операторы в гильбертовых пространствах. Бесконечномерные операторы. Алгебры фон Неймана и С*-алгебры.	3	8	0	0	0	письменная работа
1	Тема 17. Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы.	3	8	0	1	0	устный опрос
18.	Тема 18. Интегральные преобразования и метод функций Грина в задачах математической физики.	3	8	0	1	0	отчет
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Итого			4	12	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа лекционное занятие (1 часа(ов)):

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа 1.1 Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики. 1.2 Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах. 1.3 Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях. 1.4 Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.

Тема 2. Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики.

## практическое занятие (1 часа(ов)):

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа 1.1 Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики. 1.2 Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах. 1.3 Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях. 1.4 Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.

# Тема 3. Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах.

## практическое занятие (1 часа(ов)):

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа 1.1 Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики. 1.2 Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах. 1.3 Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях. 1.4 Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.

# Тема 4. Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях.

### лекционное занятие (1 часа(ов)):

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа 1.1 Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики. 1.2 Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах. 1.3 Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях. 1.4 Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.

**Тема 5. Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.** *практическое занятие (1 часа(ов)):* 

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа 1.1 Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики. 1.2 Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах. 1.3 Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях. 1.4 Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.

# Тема 6. Уравнения параболического типа. Специальные функции. практическое занятие (1 часа(ов)):

2. Уравнения параболического типа. Специальные функции 2.1 Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах. 2.2 Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий). Физический смысл решения. 2.3 Классические ортогональные полиномы: полиномы Лежандра (присоединенные полиномы Лежандра), Лагерра, Эрмита, Якоби, Чебышева. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Понятие о сферических функциях.

# **Тема 7. Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах.**

## практическое занятие (1 часа(ов)):

2. Уравнения параболического типа. Специальные функции 2.1 Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах. 2.2 Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий). Физический смысл решения. 2.3 Классические ортогональные полиномы: полиномы Лежандра (присоединенные полиномы Лежандра), Лагерра, Эрмита, Якоби, Чебышева. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Понятие о сферических функциях.

# Тема 8. Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий). Физический смысл решения. лекционное занятие (1 часа(ов)):

2. Уравнения параболического типа. Специальные функции 2.1 Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах. 2.2 Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий). Физический смысл решения. 2.3 Классические ортогональные полиномы: полиномы Лежандра (присоединенные полиномы Лежандра), Лагерра, Эрмита, Якоби, Чебышева. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Понятие о сферических функциях.

# Тема 9. Классические ортогональные полиномы: полиномы Лежандра (присоединенные полиномы Лежандра), Лагерра, Эрмита, Якоби, Чебышева. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Понятие о сферических функциях.

### практическое занятие (1 часа(ов)):

2. Уравнения параболического типа. Специальные функции 2.1 Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах. 2.2 Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий). Физический смысл решения. 2.3 Классические ортогональные полиномы: полиномы Лежандра (присоединенные полиномы Лежандра), Лагерра, Эрмита, Якоби, Чебышева. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Понятие о сферических функциях.

**Тема 10. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Шрёдингера для атома водорода.** *практическое занятие (1 часа(ов)):* 

3. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Шрёдингера для атома водорода 3.1 Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа для круга и его решение методом Фурье. 3.2 Уравнение Лапласа для шара и его решение методом Фурье. 3.3 Движение в центрально-симметричном поле. Решение уравнения Шредингера для атома водорода.

# Тема 11. Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа для круга и его решение методом Фурье.

### практическое занятие (1 часа(ов)):

3. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Шрёдингера для атома водорода 3.1 Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа для круга и его решение методом Фурье. 3.2 Уравнение Лапласа для шара и его решение методом Фурье. 3.3 Движение в центрально-симметричном поле. Решение уравнения Шредингера для атома водорода.

# Тема 12. Уравнение Лапласа для шара и его решение методом Фурье. практическое занятие (1 часа(ов)):

3. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Шрёдингера для атома водорода 3.1 Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа для круга и его решение методом Фурье. 3.2 Уравнение Лапласа для шара и его решение методом Фурье. 3.3 Движение в центрально-симметричном поле. Решение уравнения Шредингера для атома водорода.

# **Тема 13.** Движение в центрально-симметричном поле. Решение уравнения Шредингера для атома водорода.

## лекционное занятие (1 часа(ов)):

3. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Шрёдингера для атома водорода 3.1 Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа для круга и его решение методом Фурье. 3.2 Уравнение Лапласа для шара и его решение методом Фурье. 3.3 Движение в центрально-симметричном поле. Решение уравнения Шредингера для атома водорода.

### Тема 14. Элементы линейной алгебры.

#### практическое занятие (1 часа(ов)):

4. Элементы линейной алгебры 4.1 Метрические, топологические, гильбертовы пространства: определения, аксиомы, свойства. Примеры. 4.2 Линейные конечномерные операторы в гильбертовых пространствах. Бесконечномерные операторы. Алгебры фон Неймана и С\*-алгебры. 4.3 Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. 4.4 Интегральные преобразования и метод функций Грина в задачах математической физики.

# **Тема 15. Метрические, топологические, гильбертовы пространства: определения, аксиомы, свойства. Примеры.**

**Тема 16.** Линейные конечномерные операторы в гильбертовых пространствах. Бесконечномерные операторы. Алгебры фон Неймана и С\*-алгебры.

# **Тема 17. Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы.**

### практическое занятие (1 часа(ов)):

4. Элементы линейной алгебры 4.1 Метрические, топологические, гильбертовы пространства: определения, аксиомы, свойства. Примеры. 4.2 Линейные конечномерные операторы в гильбертовых пространствах. Бесконечномерные операторы. Алгебры фон Неймана и С\*-алгебры. 4.3 Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. 4.4 Интегральные преобразования и метод функций Грина в задачах математической физики.

# **Тема 18.** Интегральные преобразования и метод функций Грина в задачах математической физики.

практическое занятие (1 часа(ов)):



4. Элементы линейной алгебры 4.1 Метрические, топологические, гильбертовы пространства: определения, аксиомы, свойства. Примеры. 4.2 Линейные конечномерные операторы в гильбертовых пространствах. Бесконечномерные операторы. Алгебры фон Неймана и С\*-алгебры. 4.3 Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. 4.4 Интегральные преобразования и метод функций Грина в задачах математической физики.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа	3	1	подготовка к письменной работе	4	письменная работа
2.	Тема 2. Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики.	3	1	подготовка к письменной работе	10	письменная работа
3.	Тема 3. Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах.	3	2	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях.	3		подготовка к устному опросу	2	устный опрос
5.	Тема 5. Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.	3		подготовка к устному опросу	2	устный опрос
6.	Тема 6. Уравнения параболического типа. Специальные функции.	3		подготовка к письменной работе	2	письменная работа
/.	Тема 7. Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах.	3		подготовка к устному опросу	2	устный опрос
	Тема 8. Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий). Физический смысл решения.	3	1 4	подготовка к устному опросу	10	устный опрос
9.	Тема 9. Классические ортогональные полиномы: полиномы Лежандра (присоединенные полиномы Лежандра), Лагерра, Эрмита, Якоби, Чебышева. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Понятие о сферических функциях.	3		подготовка к письменной работе	2	письменная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Шрёдингера для атома водорода.	3	ו ה	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
11.	Тема 11. Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа для круга и его решение методом Фурье.	3		подготовка к письменной работе	4	письменная работа
12.	Тема 12. Уравнение Лапласа для шара и его решение методом Фурье.	3	ı n	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
13.	Тема 13. Движение в центрально-симметричноле. Решение уравнения Шредингера для атома водорода.	3	ı n	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
14.	Тема 14. Элементы линейной алгебры.	3		подготовка к письменной работе	2	письменная работа
15.	Тема 15. Метрические, топологические, гильбертовы пространства: определения, аксиомы, свойства. Примеры.	3	/	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
	Тема 16. Линейные конечномерные операторы в гильбертовых пространствах. Бесконечномерные операторы. Алгебры фон Неймана и C*-алгебры.	3	8	подготовка к письменной работе	2	письменная работа
17.	Тема 17. Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы.	3		подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
18.	Тема 18. Интегральные преобразования и метод функций Грина в задачах математической физики.	3	1 8 1	подготовка к отчету	2	отчет
	Итого				56	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины "Уравнения математической физики" предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и новых образовательных технологий с применением в образовательном процессе интерактивных форм проведения занятий: выполнение ряда практических заданий с использованием профессиональных программных средств, а также мультимедийных программ, включающих подготовку домашних работ и выступления студентов с презентационными материалами по предложенной тематике.

Для успешного преподавания дисциплины "Уравнения математической физики" необходимо использовать не только различные печатные издания (см. перечень основной и дополнительной литературы), но и возможности мультимедийных средств обучения. В частности, представление различных физических процессов и явлений (малые поперечные колебания струны, распространение тепла для конечного стержня, уравнение Лапласа для круга и шара и т.д.), к описанию которых приводит математическая физика, желательно осуществлять при помощи проекционной техники.

Для эффективного усвоения учебного материала студенту необходимо знать основы математического анализа, аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений, теории вероятности и статистики, а также курсов общей и экспериментальной физики.

При подготовке к экзамену рекомендуется кроме лекционного материала использование учебников и учебных пособий по методам и уравнениям математической физики (см. перечень основной и дополнительной литературы), различных современных информационных источников, к примеру, веб - сайтов, электронных библиотек, интернет - энциклопедий и словарей и т.п.

# 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

# Тема 1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Уравнения гиперболического типа

письменная работа, примерные вопросы:

Письменная работа, включающая решение простейших задач дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных и уравнений гиперболического типа.

Тема 2. Сведения о дифференциальных уравнениях в частных производных; уравнения математической физики (уравнения в частных производных второго порядка). Понятия о начальных и краевых (граничных) условиях. Классификация уравнений математической физики.

письменная работа, примерные вопросы:

Письменная работа, включающая решение простейших задач дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных.



# **Тема 3. Канонические уравнения гиперболического типа. Вывод уравнения малых колебаний для струны, закрепленной на концах.**

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

Тема 4. Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физический смысл решения: понятие о суперпозиции решений, собственных значениях и собственных функциях.

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

Тема 5. Решение уравнения для бесконечной струны методом Даламбера.

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

Тема 6. Уравнения параболического типа. Специальные функции.

письменная работа, примерные вопросы:

Письменная работа, включающая решение уравнений параболического типа.

**Тема 7. Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла для конечного стержня, изолированного на концах.** 

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

**Тема 8. Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье (с использованием начальных и граничных условий). Физический смысл решения.** 

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

Тема 9. Классические ортогональные полиномы: полиномы Лежандра (присоединенные полиномы Лежандра), Лагерра, Эрмита, Якоби, Чебышева. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Понятие о сферических функциях.

письменная работа, примерные вопросы:

Контрольная работа с задачами на тему "Уравнения математической физики".

**Тема 10. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Шрёдингера для атома водорода.** 

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

Тема 11. Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа для круга и его решение методом Фурье.

письменная работа, примерные вопросы:

Письменная работа, включающая решение уравнений эллиптического типа. Задача Дирихле, Неймана и третья краевая задача для уравнения Лапласа.

Тема 12. Уравнение Лапласа для шара и его решение методом Фурье.

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

**Тема 13.** Движение в центрально-симметричном поле. Решение уравнения Шредингера для атома водорода.

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

Тема 14. Элементы линейной алгебры.

письменная работа, примерные вопросы:

Контрольная работа с задачами на тему "Элементы линейной алгебры".

**Тема 15. Метрические, топологические, гильбертовы пространства: определения, аксиомы, свойства. Примеры.** 



устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

Тема 16. Линейные конечномерные операторы в гильбертовых пространствах. Бесконечномерные операторы. Алгебры фон Неймана и С\*-алгебры.

письменная работа, примерные вопросы:

Письменная работа, включающая линейные конечномерные операторы в гильбертовых пространствах и алгебры фон Неймана и С\*-алгебры.

# **Тема 17.** Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы.

устный опрос, примерные вопросы:

Опрос на знания фундаментальных определений и уравнений раздела.

# **Тема 18. Интегральные преобразования и метод функций Грина в задачах математической физики.**

отчет, примерные вопросы:

Развернутые выступления по темам дисциплинам.

### Тема. Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Примерная тематика практических занятий по дисциплине "Уравнения математической физики":

- 1. Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов.
- 2. Решение уравнения колебаний закрепленной струны методом разделения переменных.
- 3. Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня методом Фурье.
- 4. Уравнения эллиптического типа.
- 5. Элементы линейной алгебры. Линейные преобразования в унитарном пространстве.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ (СРС) включает следующие виды работ:

- изучение теоретического лекционного материала;
- проработка теоретического материала (конспекты лекций, основная и дополнительная литература);
- анализ и доработка практических заданий, выполняемых в аудиторное время;
- выполнение домашних заданий;
- выполнение индивидуальных заданий, вынесенных в категорию "Самостоятельная работа студентов";

#### 7.1. Основная литература:

Методическая разработка по курсу "Математическая физика" по разделу "Уравнение теплопроводности", Гафаров, Фаиль Мубаракович; Емельянов, Н. А.; Хуснутдинов, Наиль Рустамович; Нефедьев, Юрий Анатольевич, 2009г.

Геометрия Лобачевского и математическая физика, Попов, Андрей Геннадьевич, 2012г.

- 1) Боголюбов Н.Н.Избранные университетские лекции. Издатель:Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. Язык Русский. Дата издания:2009, Москва. ISBN:978-5-211-05692-3 (БиблиоРоссика).
- 2) Годунова Е.К.Индивидуальные задания по методам математической физики (матрицы, операторы). Издатель:Прометей. Язык Русский. Дата издания:2011, Москва. ISBN:978-5-4263-0038-5 (БиблиоРоссика).
- 3) Жавнерчик В. Э.Справочник по математике и физике. Издатель:Вышэйшая школа. Язык Русский. Дата издания:2011, Минск. ISBN:978-985-06-1899-3 (БиблиоРоссика).



- 4) Кочетков Е. С. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. 2-е изд., испр. и перераб. М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. 240 с.: 60х90 1/16. (ПО). (переплет) ISBN 978-5-91134-191-6, 500 экз (Znanium).
- 5) Гусева, Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : Уч. пособ. / Е. Н. Гусева. 5-е изд., стереотип. М. : Флинта, 2011. 220 с. ISBN 978-5-9765-1192-7 (Znanium).

## 7.2. Дополнительная литература:

Методические указания к курсу "Уравнения математической физики", Аблаева, Светлана Гумеровна; Аблаева, Светлана Гумеровна, 2007г.

Уравнения математической физики, Бушманова, Галина Владимировна, 2011г.

Уравнения математической физики, Тихонов, Андрей Николаевич;Самарский, Александр Андреевич, 2004г.

Уравнения математической физики. Дополнительные главы, Карчевский, Михаил Миронович;Павлова, Мария Филипповна, 2008г.

Методическое пособие для проведения практических занятий по курсу "Уравнения математической физики", Салехова, Илюся Гаруновна; Аблаева, Светлана Гумеровна, 2010г.

Уравнения математической физики, Широкова, Елена Александровна;Сочнева, Валентина Алексеевна, 2010г.

Расчетные задания по математике. Уравнения математической физики, Даишев, Ринат Абдурашидович; Никитин, Б. С., 2005г.

Уравнения математической физики, Даишев, Ринат Абдурашидович;Никитин, Б. С., 2005г.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. - http://school-collection.edu.ru/ Единое окно доступа к образовательным ресурсам. - http://window.edu.ru/

Естественно-научный образовательный портал. - http://www.en.edu.ru/catalogue/854?page=1 Лекции по уравнениям математической физики. - http://k-28.narod.ru/7/UMF.pdf

Поиск электронных книг. - http://www.poiskknig.ru/

Уравнения математической физики. - http://dic.academic.ru/dic.nsf/bse/143074/Уравнения Уравнения математической физики. Сборник примеров и упражнений. - http://www.petrsu.ru/Chairs/MMSU/UMF\_MET.pdf

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Уравнения математической физики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудованием имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика "представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Для обеспечения учебного процесса на лекционных и практических занятиях по курсу "Уравнения математической физики" имеются тексты практических и домашних работ, учебное пособие с кратким содержанием лекционного материала дисциплины, а также дополнительные электронные учебно-методические пособия с изложением лекционного курса. Для проведения лекционных занятий имеется техническое средство обучения в составе одного ноутбука и мультимедийного проектора для демонстрации физических процессов и явлений, к которым приводит математическая физика, также в наличии имеется интерактивная доска для эффективного проведения практических занятий. Имеется комплект CD-дисков с лекционными и наглядно-демонстрационными материалами.

Программа дисциплины "Уравнения математической физики"; 050100.68 Педагогическое образование; старший преподаватель, б/с Демин С.А.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.68 "Педагогическое образование" и магистерской программе Образование в области физики .

Программа дисциплины "Уравнения математической физики"; 050100.68 Педагогическое образование; старший преподаватель, б/с Демин С.А.

Автор(ы):	
Демин С.А	
" "	_ 201 г.
Рецензент(ы):	
Мокшин А.В	
Сафаров Р.Х.	
"i	_ 201 г.