

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Комплексный анализ Б1.В.ОД.14

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Гарипов И.Б.

**Рецензент(ы):**

Сушков С.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Агафонов А. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гарипов И.Б. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,  
llnur.Garipov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Обучение комплексному анализу для формирования у студентов представления о математике как особом методе познания природы, осознания общности математических понятий и моделей, приобретения навыков логического мышления и оперирования абстрактными математическими объектами; воспитание высокой математической культуры. Комплексный анализ - важнейший базовый курс, целями которого является закладка фундамента математического образования.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.14 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Комплексный анализ относится к фундаментальным математическим курсам, которые изучаются студентами - математиками. Данный курс основывается на теории комплексных чисел и тесно связан с курсом математического анализа действительной переменной. Изучение комплексного анализа осуществляется в тесной связи с другими математическими курсами и существенно повышает профессиональные качества будущих учителей математики.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические основы функций комплексного переменного; основные методы комплексного анализа

2. должен уметь:

дифференцировать и интегрировать функции комплексного переменного; находить разложения функций в ряды Тейлора и Лорана; находить и классифицировать особые изолированные точки; находить вычеты функции и использовать их при вычислении интегралов

3. должен владеть:

умениями и навыками решения задач теории функций комплексного переменного

4. должен демонстрировать способность и готовность:

способность использования основных положений комплексного анализа для решения задач теории функций комплексного переменного, готовность применения теории функций комплексного переменного к решению прикладных задач математики.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексного переменного.	5	1	2	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Дифференцирование функций комплексного переменного.	5	3	2	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.	5	5	4	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Представление аналитических функций рядами. Элементарные трансцендентные функции.	5	7	4	0	4	Контрольная работа
5.	Тема 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.	5	9	2	0	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Вычеты и их приложения.	5	11	4	0	4	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			18	0	18	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексного переменного.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Расширенная комплексная плоскость. Последовательности и ряды комплексных чисел. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Комплексные числа. Линии и области на комплексной плоскости. Вычисление предела последовательности комплексных чисел. Исследование сходимости рядов комплексных чисел. Вычисление предела функции комплексного переменного. Исследование на непрерывность функции комплексного переменного.

**Тема 2. Дифференцирование функций комплексного переменного.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Условия дифференцируемости. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Вычисление производной функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.

**Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие интеграла функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши. Теорема о составном контуре. Интегральная формула Коши.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление интеграла функции комплексного переменного по данной кривой.

**Тема 4. Представление аналитических функций рядами. Элементарные трансцендентные функции.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Степенные ряды. Круг сходимости. Равномерная сходимость. Ряд Тейлора. Показательная функция. Тригонометрические функции. Формула Эйлера. Гиперболические функции. Логарифм. Обратные гиперболические функции.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Определение радиусов и кругов сходимости степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора. Представление функции в алгебраической форме.

**Тема 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Разложение функций в ряд Лорана. Область сходимости. Главная и правильная части ряда Лорана. Классификация особых изолированных точек аналитической функции (устраняемая, полюс, существенно особая).

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Разложение функций в ряд Лорана. Определение типа особой точки.

**Тема 6. Вычеты и их приложения.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Применение вычетов при вычислении определенных интегралов. Применение вычетов при вычислении неопределенных интегралов.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление интегралов с помощью вычетов.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексного переменного.	5	1	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Дифференцирование функций комплексного переменного.	5	3	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.	5	5	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Представление аналитических функций рядами. Элементарные трансцендентные функции.	5	7	подготовка к контрольной работе	4	Контрольная работа
5.	Тема 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.	5	9	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Вычеты и их приложения.	5	11	подготовка к контрольной работе	4	Контрольная работа
	Итого				18	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и семинарские занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, лекции в форме эвристических бесед и дискуссий, модульная технология обучения, проектная деятельность.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов



## Тема 1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Функции комплексного переменного.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задача 1. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{-128-128\sqrt{3}i}$ . Задача 2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{256}$ . Задача 3. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{-27i}$ . Задачи 4. Вычертить область заданную неравенствами  $|\operatorname{Re} z| \leq 1, |\operatorname{Im} z| \leq 2$ . Задачи 5. Вычертить область заданную неравенствами  $|z-2-i| \geq 1, 1 \leq \operatorname{Re} z < 3, \operatorname{Im} z \leq 3$ . Задачи 6. Вычертить область заданную неравенствами  $|z+i| < 2, 0 < \operatorname{Re} z \leq 1$ . Задачи 7. Вычертить область заданную неравенствами  $|z-1-i| \leq 1, \operatorname{Im} z > 1, \operatorname{Re} z \geq 1$ . Задачи 8. Определить вид кривой  $z = t^2 - 2t + 3 + i(t^2 - 2t + 1)$ . Задачи 9. Определить вид кривой  $z = \frac{2+t}{2-t} + i \frac{1+t}{1-t}$ . Задачи 10. Определить вид кривой  $z = t - 2 + 3 + i(t^2 - 4t + 5)$ .

## Тема 2. Дифференцирование функций комплексного переменного.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задача 1. Вычислить производную функции  $w = z^2 - 2z + 5$  пользуясь определением. Задача 2. Вычислить производную функции  $w = z^3 - 4z + 2$  пользуясь определением. Задача 3. Является ли функция  $w = \overline{z}$  аналитической. Задача 4. Является ли функция  $w = \overline{z}$  аналитической. Задача 5. Найти коэффициент растяжения при отображении  $w = z^2$  в точке  $z_0 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ . Задача 6. Найти угол поворота при отображении  $w = z^2$  в точке  $z_0 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ . Задачи 7. Проверить, что  $u(v)$  является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x,y)$  или мнимой  $v(x,y)$  и значению  $f(z_0)$   $v = e^{-y} \sin x + y, \operatorname{Re} f(0) = 1$ . Задачи 8. Проверить, что  $u(v)$  является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x,y)$  или мнимой  $v(x,y)$  и значению  $f(z_0)$   $u = e^{-y} \cos x, \operatorname{Re} f(0) = 1$ . Задачи 9. Проверить, что  $u(v)$  является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x,y)$  или мнимой  $v(x,y)$  и значению  $f(z_0)$   $u = x^2 - y^2 - 2x + 1, \operatorname{Re} f(0) = 1$ . Задачи 10. Проверить, что  $u(v)$  является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x,y)$  или мнимой  $v(x,y)$  и значению  $f(z_0)$   $u = x^3 - 3xy^2 - x, \operatorname{Re} f(0) = 0$ .

## Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задачи 1. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_{AB} \overline{z}^2 dz; \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \leq 1$ . Задачи 2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_L \frac{\overline{z}}{z} dz; L: |z| = 2, \operatorname{Re} z > 0$ . Задачи 3. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_L (\operatorname{ch} z + z) dz; L: |z| = 1, \operatorname{Im} z \leq 0$ . Задачи 4. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_L |z| dz; L: |z| = \sqrt{2}, \frac{3\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{4}$ . Задачи 5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_{ABC} (z^9 + 1) dz; ABC - \operatorname{ломаная}, z_A = 0, z_B = 1 + i, z_C = i$ . Задачи 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\frac{1}{2i} \int_{|z|=R} \overline{z} dz$ . Задачи 7. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_{ABC} (\sin z + z^5) dz; ABC - \operatorname{ломаная}, z_A = 0, z_B = 1, z_C = 2i$ . Задачи 8. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_{AB} \overline{z} \operatorname{Im} z^2 dz; \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \leq 1$ . Задачи 9. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_L (z^3 + \sin z) dz; L: |z| = 1, \operatorname{Re} z \leq 0$ . Задачи 10. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_L |z| dz; L: |z| = 2, \operatorname{Im} z \leq 0$ .



## Тема 4. Представление аналитических функций рядами. Элементарные трансцендентные функции.

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{16}$ .
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{8}$ .
3. Вычертить область заданную неравенствами  $|z-1| \leq 1$   $|z+1| > 2$ .
4. Вычертить область заданную неравенствами  $|z+i| < 2$   $|z-i| > 2$ .
5. Определить вид кривой  $z=2t^2+2t+1-i(t^2+t+4)$ .
6. Определить вид кривой  $z=t^2+4t+20-i(t^2+t+4)$ .
7. Представить в алгебраической форме  $\sin \left( \frac{\pi}{4} + 2i \right)$ .
8. Представить в алгебраической форме  $\operatorname{Arctg} \frac{1-i(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1+i}$ .
9. Проверить, что  $u(v)$  является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x,y)$  или мнимой  $v(x,y)$  и значению  $f(z_0)$ :  $u=y-2xy$ ,  $f(0)=0$ .
10. Проверить, что  $u(v)$  является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x,y)$  или мнимой  $v(x,y)$  и значению  $f(z_0)$ :  $v=2xy+2x$ ,  $f(0)=0$ .
11. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int \lim_{L \rightarrow \infty} \int_L |z| dz$ ;  $\square L: |z| = \sqrt{3}$ ,  $\arg z \leq \frac{3\pi}{4}$ ,  $\arg z \geq \frac{5\pi}{4}$ .
12. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int \lim_{ABC} (z^4+2) dz$ ;  $\square ABC$  - ломаная,  $z_A=0$   $z_B=1+i$   $z_C=i$ .

## Тема 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

- Задачи 1. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$ .  $\frac{7z-98}{2z^3+7z^2-49z}$ . Задачи 2. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$ .  $\frac{11z-242}{2z^3+11z^2-121z}$ . Задачи 3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z-z_0$ .  $\frac{z-1}{z(z+1)}$ ,  $z_0=-1+2i$ . Задачи 4. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z-z_0$ .  $\frac{z+3}{z^2-1}$ ,  $z_0=-2+3i$ . Задачи 5. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z_0$   $\sin \frac{3z-i}{3z+i}$ ,  $z_0=-\frac{i}{3}$ . Задачи 6. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z_0$   $z^2 \sin \pi \frac{z+1}{z}$ ,  $z_0=0$ . Задачи 7. Определить тип особой точки  $z=0$  для данной функции  $z \sin \frac{6}{z^2}$ . Задачи 8. Определить тип особой точки  $z=0$  для данной функции  $\frac{e^{5z}-1}{z^2}$ . Задачи 9. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.  $\frac{(z+\pi) \sin \frac{\pi}{2} z}{z \sin^2 z}$ . Задачи 10. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.  $\operatorname{ctg} \pi z = \frac{\cos \pi z}{\sin \pi z}$ .

## Тема 6. Вычеты и их приложения.

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$ .  $\frac{7z-196}{z^4+7z^3-98z^2}$ .
2. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z-z_0$ .  $\frac{z}{z^2+1}$ ,  $z_0=1-2i$ .
3. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z_0$   $\sin \frac{z+i}{z-i}$ ,  $z_0=i$ .
4. Определить тип особой точки  $z=0$  для данной функции  $\frac{\cos 3z-1}{\sin z+z^3}$ .
5. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.  $\frac{\sin 3z-3 \sin z}{z(\sin z-z)}$ .
6. Вычислить интеграл  $\oint_{|z-3|=1} \frac{\sin 3z+2}{z^2(z-\pi)} dz$ .
7. Вычислить интеграл  $\oint_{|z|=2} \frac{z-\sin z}{2z^4} dz$ .
8. Вычислить интеграл  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3-\sqrt{5} \sin t}$ .
9. Вычислить интеграл  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(3+\sqrt{5} \cos t)^2}$ .
10. Вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+9)(x^2+1)^2}$ .
11. Вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 2x - \sin x}{(x^2+4)^2} dx$ .

## Итоговая форма контроля

экзамен (в 5 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Примерные вопросы к экзамену:

1. Геометрическая интерпретация поля комплексных чисел.
2. Стереографическая проекция комплексных чисел.
3. Расширенная комплексная плоскость.
4. Функция комплексного переменного.
5. Предел функции комплексного переменного.
6. Непрерывность функции комплексного переменного.
7. Производная и дифференциал.
8. Условия Коши - Римана.
9. Аналитичность функции комплексного переменного в точке и области.
10. Гармонические функции.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
12. Линейная функция.
13. Дробно-линейная функция.
14. Степенная функция.
15. Показательная функция.
16. Интегрирование функции комплексного переменного по кусочно-гладкому контуру.
17. Теорема Коши.
18. Интегральная формула Коши.
19. Разложение функции в ряд Тейлора.
20. Ряд Лорана.
21. Особые точки. Классификация изолированных особых точек.
22. Вычеты функции.
23. Теорема о вычетах.
24. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

Примерные задачи к экзамену:

Задача 1. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{-1}$ .

Задачи 2. Представить в алгебраической форме  $\sin \left( \frac{\pi}{4} + 2i \right)$ .

Задачи 3. Представить в алгебраической форме  $\operatorname{Arctg} \frac{1-i(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1+i}$ .

Задачи 4. Вычертить область заданную неравенствами  $|z-1| \leq 1$   $|z+1| > 2$ .

Задачи 5. Проверить, что  $u(v)$  является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x,y)$  или мнимой  $v(x,y)$  и значению  $f(z_0)$  :  $u=x^2-y^2+x$ ,  $f(0)=0$

Задачи 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_{AB} \overline{z}^2 dz$ ;  $\quad AB : \{ y=x^2, \quad z_A=0 \quad z_B=1+i \}$ .

Задачи 7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$ .  
 $\frac{z-2}{2z^3+z^2-z}$ .

Задачи 8. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z-z_0$ .

Задачи 9. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z_0$   
 $\cos \frac{1}{z-2}$ ,  $\quad z_0=2$ .

Задачи 10. Определить тип особой точки  $z=0$  для данной функции  $\frac{e^{9z}-1}{z-z+\frac{z^3}{6}}$ .

Задачи 11. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.  
 $\frac{e^{\frac{1}{z}}}{\sin \frac{1}{z}}$ .

Задачи 12. Вычислить интеграл  $\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$ .

Задачи 13. Вычислить интеграл  $\oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2-1}{z^3} dz$ .

Задачи 14. Вычислить интеграл  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2+\sqrt{3} \sin t}$ .

Задачи 15. Вычислить интеграл  $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dt}{(1+\sqrt{\frac{10}{11}}\cos t)^2}$ .

Задачи 16. Вычислить интеграл  $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9} dx$ .

Задачи 17. Вычислить интеграл  $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2+4)^2} dx$ .

### 7.1. Основная литература:

1. Половинкин Е.С. Теория функций комплексного переменного: Учебник / Половинкин Е.С. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 254 с.- (Высшее образование) ISBN 978-5-16-004864-2 - URL: <http://znanium.com/catalog/product/487040>
2. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том III, часть 2: Учебник / Смирнов В.И. - СПб:БХВ-Петербург, 2010. - 816 с. ISBN 978-5-9775-0087-6 - URL: <http://znanium.com/catalog/product/350366>
3. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной: учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов ; под редакцией В.А. Ильина. - 6-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с. - ISBN 978-5-9221-0133-2.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48167>
4. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник / И.И. Привалов. - 15-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 432 с. - ISBN 978-5-8114-0913-6.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/322>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: учебное пособие / Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. - 4-е изд., перераб. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. - ISBN 5-9221-0264-8.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2763>
2. Шабунин, М.И. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие / М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва: Лаборатория знаний, 2016. - 303 с. - ISBN 978-5-93208-209-6.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/84089>
3. Эйдерман, В.Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления: учебное пособие / В.Я. Эйдерман. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0283-4.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2146>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Мир математических уравнений EqWorld -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/complex.htm>

бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/index.html>

Математический форум Math Help Planet -

<http://mathhelpplanet.com/static.php?p=funktsii-kompleksnogo-peremennogo>

образовательный математический сайт - <http://old.exponenta.ru/>

справочник математических формул - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Комплексный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Для проведения лабораторных занятий необходим компьютерный класс, рассчитанный на полгруппы - 15 человек, соответственно 15 компьютеров. Компьютеры должны быть оснащены программами "Wrd", "Crel draw", "Latex".

Доступ студентов к компьютерам с Mircsft Office и Maple или аналогичным программным обеспечением, с выходом в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии .

Автор(ы):

Гарипов И.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.