

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Таюрский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Метод Монте-Карло Б1.В.ДВ.14

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Салимов Р.Ф.

**Рецензент(ы):**

Кареев И.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 969918

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, б/с Салимов Р.Ф. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Rustem.Salimov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Курс представляет собой общедоступное введение в методы статистического моделирования случайных величин и процессов (метод Монте-Карло). Универсальность и междисциплинарность метода позволяет использовать его для решения вероятностных задач математической физики, техники, экономики, экологии, медицины и т. д.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.14 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина "Метод Монте-Карло" входит в вариативную часть подготовки бакалавров по направлению "Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения курсов: "Теория вероятностей и математическая статистика", "Случайные процессы".

Дисциплина "Метод Монте-Карло" необходима для понимания специального курса "Имитационное моделирование". Полученные в рамках данной дисциплины знания и навыки могут быть использованы в любой сфере деятельности, где возникает потребность в методах статистического моделирования.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Основные классы линейных генераторов, основные методы генерации случайных чисел неравномерных распределений, способы их применения в задачах статистического моделирования.

- Приемы тестирования качества генераторов случайных чисел.
- Примеры использования методов Монте-Карло в задачах математики, математической физики, финансовой математики.

2. должен уметь:

Использовать современные языки программирования и ППП имитационного моделирования.

- Самостоятельно реализовывать генераторы случайных чисел различных распределений.
- Проводить тестирование качества генераторов случайных чисел.
- Моделировать физические, экономические и прочие процессы и решать задачи стохастической оптимизации.

3. должен владеть:

Методами статистического моделирования реальных случайных процессов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Самостоятельно конструировать модификации алгоритмов реализации статистических процессов.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2,5 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в теорию статистического моделирования.	6	1-2	5	0	5	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Генераторы случайных чисел. Равномерное распределение.	6	3-7	5	0	5	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Генераторы случайных чисел. Неравномерное распределение.	6	8-12	6	0	5	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Моделирование цепей Маркова и случайных процессов.	6	13-18	5	0	5	Контрольная работа
5.	Тема 5. Метод Монте-Карло в задачах математики и физики.	6	1-8	5	0	5	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Стохастическая оптимизация.	6	9-14	5	0	6	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Точность методов Монте-Карло.	6	15-18	5	0	5	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Введение в теорию статистического моделирования.

###### **лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Оценивание пи методом статистического моделирования (Задача Бюффона). Случайность.

###### **лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Имитация случайности. Физические и программные датчики случайных чисел.

##### Тема 2. Генераторы случайных чисел. Равномерное распределение.

###### **лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Важность равномерного распределения. Некоторые классы линейных генераторов (мультипликативный, линейный конгруэнтный, обобщенный мультипликативный генератор (рекурсия высокого порядка).

###### **лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Меры качества генераторов равномерных случайных чисел: проверка частот, интервалов, серий.

##### Тема 3. Генераторы случайных чисел. Неравномерное распределение.

###### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Общие методы моделирования случайных чисел: метод обращения, метод исключения и метод суперпозиции. Использование свойств распределений.

###### **лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Специальные методы генерирования случайных чисел из распределений: геометрическое, биномиальное, Пуассона. показательное, гамма, бета, нормальное, много-мерное нормальное, хи-квадрат, Стьюдента, Фишера.

##### Тема 4. Моделирование цепей Маркова и случайных процессов.

###### **лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Статистическое моделирование случайных процессов в физике, биологии, медицине, экономике (радиоактивный распад вещества, процесс размножения-гибели, задача о разорении страховой компании и т.д.).

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Моделирование работы и оптимизация систем массового обслуживания (склад, магазин, автозаправочная станция, ремонтный цех, пожарная команда и т.д.)

**Тема 5. Метод Монте-Карло в задачах математики и физики.**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Квадратурные формулы и статистический подход.

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Вычисление однократных и многократных интегралов, решение уравнений, поиск максимума (минимума) функции многих переменных, решение краевых задач для дифференциальных уравнений математической физики.

**Тема 6. Стохастическая оптимизация.**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Модели задач оптимального выбора моментов действий, минимизации среднего времени взвешенного потока.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Модели потоков случайных событий. Модели систем массового обслуживания. Модели управления запасами. Модели процессов наработки.

**Тема 7. Точность методов Монте-Карло.**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Антитетические переменные, квазислучайные числа

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Выборка по значимости, расслоенная выборка.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение в теорию статистического моделирования.	6	1-2	подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Генераторы случайных чисел. Равномерное распределение.	6	3-7	подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Генераторы случайных чисел. Неравномерное распределение.	6	8-12	подготовка домашнего задания	4	письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Моделирование цепей Маркова и случайных процессов.	6	13-18	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
5.	Тема 5. Метод Монте-Карло в задачах математики и физики.	6	1-8	подготовка домашнего задания	18	письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Стохастическая оптимизация.	6	9-14	подготовка домашнего задания	9	письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Точность методов Монте-Карло.	6	15-18	подготовка к контрольной работе	9	Контрольная работа
	Итого				54	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к зачёту, используя электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий.

При проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести устный экспресс-опрос по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы.

2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом.

В случае необходимости преподаватель напоминает необходимый минимум теоретического материала и разъясняет порядок выполнения задач повышенной сложности.

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи могут по-требовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

Организация внеаудиторной самостоятельной работы

В процессе изучения учебного курса "Метод Монте-Карло" часть учебной нагрузки отводится на самостоятельную подготовку студентов.

Самостоятельная работа предполагает:

- повторение основных определений и понятий дисциплин, указанных в качестве предшествующих для данного курса
- ознакомление с рекомендованной литературой
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Введение в теорию статистического моделирования.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разыгрывание дискретных случайных величин.

### Тема 2. Генераторы случайных чисел. Равномерное распределение.

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Разыгрывание непрерывных случайных величин.

### Тема 3. Генераторы случайных чисел. Неравномерное распределение.



письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Алгоритм и погрешность метода М-К для кратных интегралов.

#### **Тема 4. Моделирование цепей Маркова и случайных процессов.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по темам 2-3 Вариант контрольного задания: 1. Записать формулу метода М-К для приближенного вычисления трехкратного интеграла от функции  $f(x,y,z)$  на области  $(5 < x < 10)$ ,  $(-00 < y < -2)$ ,  $(4 < z < 99)$ . 2. В трехканальную СМО с отказами поступает пуассоновский поток заявок. Время между двумя заявками распределено по показательному закону с плотностью  $l=4$ . Длительность обслуживания заявки равно 1 мин. Найти методом М-К математическое ожидание числа обслуженных заявок за время  $T=5$  мин.

#### **Тема 5. Метод Монте-Карло в задачах математики и физики.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Моделирование систем массового обслуживания.

#### **Тема 6. Стохастическая оптимизация.**

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Моделирование потока финансовых платежей.

#### **Тема 7. Точность методов Монте-Карло.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по темам 5,7. Вариант контрольного задания: 1. Устройство состоит из трех узлов, соединенных последовательно. Первый узел содержит элементы А и В которые соединены параллельно. Вторым узлом содержит элемент С, а третий - элемент D. Время безотказной работы устройств ( в час. ) распределены по показательному закону с соответствующими параметрами: 0,01 ; 0,03 ; 0,05 ; 0,02 . Найти методом М-К : 1) вероятность безотказной работы устройства в течении 8 часов; 2) среднее время безотказной работы устройства.

#### **Итоговая форма контроля**

экзамен (в 6 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

1. Разыгрывание дискретной СВ.
2. Разыгрывание противоположенных событий.
3. Разыгрывание полной группы событий.
4. Метод обратных функций.
5. Метод суперпозиции.
6. Генерация СВ на интервале  $(a ; 00)$ .
7. Генерация СВ на интервале  $(-00 ; a)$ .
8. Генерация СВ на интервале  $(-00 ; 00)$ .
9. Моделирование нормальной СВ.
10. Моделирование многомерных СВ.
11. Алгоритм метода М-К.
12. Погрешность метода М-К.
13. Алгоритм метода М-К для кратных интегралов.
14. Однородные цепи Маркова, граф и матрица перехода.
15. Теорема о предельных вероятностях.
16. Типы СМО и их характеристики.
17. Моделирование СМО с ожиданиями.
18. Моделирование СМО с отказами.
19. Моделирование потока финансовых платежей.
20. Моделирование убытка и разорения в серии последовательных сделок.



21. Ожидаемый доход и риск инвестиционного портфеля.
22. Численное решение оптимизации инвестиционного портфеля.

### 7.1. Основная литература:

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с.  
ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)
2. Боровков А.А. Математическая статистика. - СПб.: Лань, 2010. - 704 с.  
ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей. - СПб.: Лань, 2012. - 480 с.  
ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)
4. Балдин, К. В. Математические методы и модели в экономике [Электронный ресурс] : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев; под общ. ред. К. В. Балдина. - М.: ФЛИНТА : НОУ ВПО 'МПСи', 2012. - 328 с. - ISBN 978-5-9765-0313-7 (ФЛИНТА), ISBN 978-5-9770-0647-7 (НОУ ВПО 'МПСи').  
ЭБС 'Знаниум': <http://znanium.com/bookread2.php?book=454661>
5. Плохотников К.Э. Метод и искусство математического моделирования. - М.: ФЛИНТА, 2012. - 520 с.  
ЭБС 'Знаниум': <http://znanium.com/bookread.php?book=456334>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Колдаев В.Д. Численные методы и программирование. - М.: ИНФРА-М, 2013. - 336 с.  
ЭБС 'Знаниум': <http://znanium.com/bookread2.php?book=370603>
2. Попов В.Л. и др. Управление инновационными проектами. - М.: ИНФРА-М, 2009. - 336 с.  
ЭБС 'Знаниум': <http://znanium.com/bookread.php?book=116713>
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов. - СПб.: Лань, 2007. - 192 с.  
ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=590](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590)
4. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - СПб.: Лань, 2011. - 464 с.  
ЭБС 'Лань': [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)
5. Лагутин, М.Б. Наглядная математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. ? 475 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70706>. ? Загл. с экрана.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- кр. справоч. по математике - <http://matembook.chat.ru/>  
портал матем. интернет ресурсов - <http://www.math.ru/>  
портал матем. интернет ресурсов - <http://www.allmath.ru/>  
сайт по матем. дисциплинам - <http://www.exponenta.ru/>  
сайт с матер. по естеств.-научн. дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Метод Монте-Карло" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).  
Практические занятия проводятся в компьютерном классе с установленным необходимым программным обеспечением.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Салимов Р.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Кареев И.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.