

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Тригонометрические ряды

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Кац Б.А. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Boris.Kac@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Шакирова К.Б. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), Kadriya.Shakirova@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу;
ПК-10	способностью к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в образовательных организациях основного общего, среднего общего, среднего профессионального и высшего образования
ПК-11	способностью и предрасположенностью к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризировать научные достижения
ПК-9	способностью различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

Обучающиеся должны свободно обращаться с тригонометрическими функциями, быть знакомы с понятиями унитарного пространства и ортогональной системы функций, уметь разлагать функции в тригонометрические ряды Фурье и применять их при решении уравнений математической физики.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.2 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 12 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементарная тригонометрия (повторение). Основные тригонометрические функции, их свойства,					

производные и графики.

1	0	4	0	10
---	---	---	---	----

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Основные обратные тригонометрические функции (повторение). Определение, свойства, производные. Тригонометрические уравнения и неравенства.	1	0	4	0	12
3.	Тема 3. Ортогональность функций. Ортогональность тригонометрической системы функций. Тригонометрическая интерполяция. Коэффициенты Фурье. разложение в ряды по синусам и косинусам.	1	2	4	0	10
4.	Тема 4. Сходимость рядов Фурье в точке.	1	2	4	0	10
5.	Тема 5. Унитарные пространства. Пространства Гильберта. Сходимость рядов Фурье по различным нормам.	1	2	4	0	10
6.	Тема 6. Полнота и замкнутость тригонометрической системы функций.	1	2	2	0	10
7.	Тема 7. Приложение тригонометрических рядов при решении уравнений математической физики.	1	2	2	0	10
8.	Тема 8. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.	1	2	0	0	
	Итого		12	24	0	72

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Элементарная тригонометрия (повторение). Основные тригонометрические функции, их свойства, производные и графики.

Функции синус и косинус числового аргумента. Периодические процессы и функции. Некоторые свойства синуса и косинуса. Знаки синуса и косинуса и промежутки монотонности. Непрерывность синуса и косинуса. Синусоида и косинусоида. Гармонические колебания и их графики. Тангенс и котангенс числового аргумента. Тангенсоида и котангенсоида

##### Тема 2. Основные обратные тригонометрические функции (повторение). Определение, свойства, производные. Тригонометрические уравнения и неравенства.

Определение, свойства и графики обратных тригонометрических функций. Вычисление пределов, связанных с обратными тригонометрическими функциями. Дифференцирование обратных тригонометрических функций. Некоторые тождества для обратных тригонометрических функций. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.

##### Тема 3. Ортогональность функций. Ортогональность тригонометрической системы функций.

##### Тригонометрическая интерполяция. Коэффициенты Фурье. разложение в ряды по синусам и косинусам.

Определение числовых рядов. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки Даламбера и Коши. Ортогональность функций. Ортогональность тригонометрической системы функций. Тригонометрическая интерполяция. Коэффициенты Фурье. Разложение в ряды по синусам и косинусам.

##### Тема 4. Сходимость рядов Фурье в точке.

Сходимость рядов Фурье в точке. Понятие о рядах Фурье. Теорема Дирихле. Достаточные условия представимости функции рядом Фурье. Представление остатка тригонометрического ряда в форме Фейера. Ядро Дирихле и его свойства. Модули непрерывности. Условие сходимости ряда Фурье в точке в форме Дини. Другие условия поточечной сходимости.

#### **Тема 5. Унитарные пространства. Пространства Гильберта. Сходимость рядов Фурье по различным нормам.**

Определение унитарного пространства. Ортогональные системы в унитарных пространствах. Примеры. Ряд Фурье в унитарном пространстве. Унитарные пространства и пространства Гильберта. Полнота и замкнутость ортогональных систем. Неравенство Парсеваля. Равенство Парсеваля. Сходимость тригонометрических рядов в пространствах Лебега.

#### **Тема 6. Полнота и замкнутость тригонометрической системы функций.**

Поточечная сходимость тригонометрических рядов Фурье. Ядро Дирихле. Условие сходимости Дини. Равномерная сходимость тригонометрических рядов Фурье. Сходимость тригонометрических рядов Фурье в пространстве функций, интегрируемых в квадрате. Сходимость тригонометрических рядов в пространствах функций, интегрируемых в иных степенях.

#### **Тема 7. Приложение тригонометрических рядов при решении уравнений математической физики.**

Основные уравнения математической физики. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнение теплопроводности. Их решение методом разделения переменных. Их собственные значения и собственные функции. Теорема Стеклова. Спектральная теория. Начальные и граничные условия. Эллиптические, гиперболические и параболические задачи.

#### **Тема 8. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.**

Вывод интегральной формулы Фурье при различных условиях. Преобразование Фурье, его свойства и приложения. Преобразование Фурье и производная. Преобразование Фурье и свертка. Преобразование Фурье аналитических функций. Теорема Винера -- Пэли. Теория Винера -- Хопфа. Алгебра Винера. Преобразование Фурье на комплексной плоскости..

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модуля).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

mathprofi.ru - <http://mathprofi.ru/>

Math24.ru Высшая Математика - <http://www.math24.ru/>

Научная библиотека избранных естественно-научных изданий - <http://sernam.ru/index.php>

ряды Фурье - <https://www.youtube.com/watch?v=1nGeS97cGMM>

ряды Фурье по ортогональной системе функций - [edu.sernam.ru/book\\_p\\_math2.php?id=105](http://edu.sernam.ru/book_p_math2.php?id=105)

тригонометрические ряды Фурье - [https://mipt.ru/dasr/upload/c61/f\\_3kgx98-arphh81ii9w.pdf](https://mipt.ru/dasr/upload/c61/f_3kgx98-arphh81ii9w.pdf)

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Во время лекции вести конспект. Необходимо записать дату, темы, план лекции, литературу. Основные положения лекции (определения, свойства) следует в тексте выделить. Активно участвовать в обсуждении вопросов, если лекция проводится проблемно. Содержание лекции необходимо прорабатывать перед практическим занятием.
практические занятия	При подготовке к практическим занятиям следует изучить основную и дополнительную литературу, рекомендованную преподавателем. Практические задания решить с полным обоснованием. Подобрать примеры из учебников для школ с углубленным изучением математики. В первой части курса следует рассмотреть уравнения и неравенства и заданий ЕГЭ высокого уровня сложности.
самостоятельная работа	Систематизировать знания по темам: - основные понятия и формулы тригонометрии; - Основные понятия и соотношения обратных тригонометрических функций; - Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции; - Функции арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс $x$ , их свойства и графики.
зачет	Зачет проводится по билетам. В билет входит четыре вопроса. Два по элементарной тригонометрии и два по теории рядов. Два вопроса по теории и два практических задания. К зачету необходимо представить тетради с полными записями лекций, а также с выполненными аудиторными и домашними заданиями. Задания самостоятельной работы должны быть выполнены отдельно.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".



### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

#### Основная литература:

1. Лекции по математическому анализу. Ч. II [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Т. Дубровин - Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2016. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785000195758.html>
2. Практикум по математическому анализу [Электронный ресурс] / О.Н. Быкова, С.Ю. Колягин, Б.Н. Кукушкин - М. : Прометей, 2014. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990588615.html>
3. Лекции по математическому анализу. Ч. III [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Т. Дубровин - Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2014. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785000191651.html>
4. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной [Электронный ресурс] : В 4 ч.: учеб. пособие / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. - 7-е изд. - Минск: Выш. шк., 2013. - 304 с.: ил. - ISBN 978-985-06-2221-1. <http://znanium.com/bookread2.php?book=508859>
5. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3. Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля [Электронный ресурс] : В 4 ч.: учеб. пособие / А.П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А.П. Рябушко. - 6-е изд. - Минск: Выш. шк., 2013. - 367 с.: ил. - ISBN 978-985-06-2222-8. <http://znanium.com/bookread2.php?book=509664>
6. Шерстнев А. Н. Конспект лекций по математическому анализу. Издание четвертое.-Казань: 2009. -374с.[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)

#### Дополнительная литература:

1. Ряды: Учебное пособие / Литвин Д.Б. - Ставрополь: Сервисшкола, 2017. - 88 с.: ISBN - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/976626>
2. Балдин К. В. Краткий курс высшей математики / Балдин К.В., - 2-е изд. - М.: Дашков и К, 2017. - 510 с.: ISBN 978-5-394-02103-9 - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=415059>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.2 Тригонометрические ряды

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.