

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Непрерывные математические модели

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Лапин А.В. (кафедра математической статистики, отделение прикладной математики и информатики), avlapine@mail.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОК-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
ОПК-3	способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять своё научное мировоззрение
ОПК-4	способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики
ПК-1	способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива
ПК-2	способностью разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач
ПК-5	способностью управлять проектами, планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта
ПК-6	способностью организовывать процессы корпоративного обучения на основе технологий и развития корпоративных баз знаний
ПК-7	способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- итерационные методы решения систем нелинейных уравнений и задач оптимизации большой размерности.

Должен уметь:

- программно реализовывать основные алгоритмы для систем нелинейных уравнений и задач оптимизации большой размерности.

Должен владеть:

- базовыми знаниями в области аппроксимации непрерывных моделей дискретными.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- понимать круг прикладных задач, математическими моделями которых выступают уравнения в частных производных и задачи оптимизации.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.1 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.02 "Прикладная математика и информатика (Методы прикладной математической статистики)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 28 часа(ов), в том числе лекции - 28 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 62 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Методы математического моделирования.	1	3	0	0	7
2.	Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных	1	3	0	0	7
3.	Тема 3. Задачи оптимального управления	1	3	0	0	7
4.	Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей.	1	3	0	0	7
5.	Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач	1	3	0	0	7
6.	Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений	1	3	0	0	7
7.	Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств	1	3	0	0	7
8.	Тема 8. Обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов	1	3	0	0	7
9.	Тема 9. Итерационные методы	1	4	0	0	6
	Итого		28	0	0	62

##### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

###### Тема 1. Методы математического моделирования.

Методы прикладного и фундаментального математического моделирования. Примеры линейных краевых и начально-краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики, гидродинамики, оптики. Исследование разрешимости и единственности решения указанных задач в классической постановке.

###### Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных

Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями на неизвестную функцию, задачи, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства. Исследование разрешимости и вопросы однозначности решения.

###### Тема 3. Задачи оптимального управления

Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы. Рассматриваются квадратический и неквадратические целевые функционалы, функционалы с квадратом градиента управления, получение седловых задач с помощью функции Лагранжа.

###### Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей.

Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей: положительная определенность матриц, симметричность, обратимость, обуславливание.

#### **Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач**

Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов: положительная определенность матриц, симметричность, обратимость, обуславливание. Теоремы существования решений, единственности решений, корректности.

#### **Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений**

Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации, метод секущих, метод касательных, исследование скорости сходимости данных методов, получение оценок скорости сходимости.

#### **Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств**

Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами, разреженными матрицами, симметричными и несимметричными матрицами, свойства матриц, исследование и получение оценок числа арифметических операций (сложность алгоритмизации)

#### **Тема 8. Обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов**

Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса. Обсуждение эффективности реализуемых итерационных предобусловленных методов, исследование зависимости от начальных данных.

#### **Тема 9. Итерационные методы**

Итерационные методы решения задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: с седловыми матрицами, матрицами специального вида, верхнетреугольными и нижнетреугольными матрицами, исследование сложности алгоритма (получение оценок необходимого количества арифметических операций от количества неизвестных)

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;

- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
  - содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.
- Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модуля).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Интернет-портал образовательных ресурсов по ИТ - <http://www.intuit.ru>

Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.math.ru>

Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.allmath.com/>

Электронная библиотека по техническим наукам - <http://techlibrary.ru>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Во время лекций студенты должны сосредоточить внимание на её содержании. Основные положения лекции, важные определения и теоретические положения необходимо записывать. Конспектирование предлагаемого преподавателем материала вырабатывает у студентов навыки самостоятельного отбора и анализа необходимой для них информации, умение более сжато и четко записывать услышанное. Лекции могут служить необходимым вспомогательным материалом в процессе подготовки к практическим занятиям и зачету.
самостоятельная работа	Изучение курса предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над дополнительными материалами; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной. Основной целью организации самостоятельной работы студентов является систематизация и активизация знаний, полученных ими на лекциях и в процессе подготовки к практическим занятиям. Самостоятельная работа по изучению дисциплины предполагает внеаудиторную работу, которая включает: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Изучение дополнительной литературы по выбранной теме.</li> <li>2. Проработка теоретических вопросов, оставленных на самостоятельное изучение.</li> <li>3. Написание и отладка компьютерных программ.</li> <li>3. Подготовку к экзамену.</li> </ol>



Вид работ	Методические рекомендации
экзамен	При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется повторить весь теоретический материал по соответствующим темам с выявлением ключевых теоретических аспектов и проблем, проработкой дополнительного материала по темам. Лучшему пониманию теоретического материала дисциплины будет способствовать разбор деталей определений, вывода и доказательств утверждений, выявление взаимосвязей между определениями, утверждениями и свойствами объектов, изучаемых в дисциплине. Для подготовки к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе "Методы прикладной математической статистики".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.1 Непрерывные математические модели

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

**Основная литература:**

1. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-006108-5 Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=364601>
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2012. - 636 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4397>
3. Егоров, А.И. Введение в теорию управления системами с распределенными параметрами [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.И. Егоров, Л.Н. Знаменская. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 292 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93595>

**Дополнительная литература:**

1. Численные методы и программирование : учеб. пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. проф. Л.Г. Гагариной. - М. : ИД 'ФОРУМ' : ИНФРА-М, 2019. - 336 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1003943>
2. Глухов, В.В. Математические модели менеджмента [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Глухов, М.Д. Медников. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 500 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/101826>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.1 Непрерывные математические модели

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.