

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_\_" 20\_\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Теория множеств

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

## **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) главный научный сотрудник, д.н. (доцент) Калимуллин И.Ш. (учебно-исследовательская лаборатория алгоритмических методов алгебры и логики, Кафедра алгебры и математической логики), [Iskander.Kalimullin@kpfu.ru](mailto:Iskander.Kalimullin@kpfu.ru)

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-9	способностью различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

возможные сферы приложений теории множеств, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства.

Должен уметь:

решать задачи теоретического и прикладного характера, используя аппарат теории множеств.

Должен владеть:

математическим аппаратом теории множеств, методами конструктивного построения различных математических объектов.

Должен демонстрировать способность и готовность:

использовать математический аппарат теории множеств и методы конструктивного построения различных математических объектов.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.5 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 2 семестре.

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 42 часа(ов), в том числе лекции - 14 часа(ов), практические занятия - 28 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 66 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен во 2 семестре.

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Множества и мощности. Число элементов. Равномощные множества. Счётные множества. Теорема Кантора - Бернштейна.					
Страница 3 из 10.						

Теорема Кантора. Аксиомы теории множеств. Функции. Операции над мощностями.

2	3	7	0	16
---	---	---	---	----

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Упорядоченные множества. Эквивалентность и порядок. Изоморфизмы. Фундированные множества. Вполне упорядоченные множества. Трансфинитная индукция.	2	3	7	0	17
3.	Тема 3. Обоснование стандартных математических объектов. Теорема Цермело. Трансфинитная индукция и базис Гамеля. Лемма Цорна и её применения. Свойства операций над мощностями.	2	4	7	0	16
4.	Тема 4. Ординалы. Арифметика ординалов. Индуктивные определения и степени. Приложения ординалов. Кардинальные числа.	2	4	7	0	17
	Итого		14	28	0	66

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

**Тема 1. Множества и мощности. Число элементов. Равномощные множества. Счётные множества. Теорема Кантора - Бернштейна. Теорема Кантора. Аксиомы теории множеств. Функции. Операции над мощностями.**

Аксиомы теории множеств. Транзитивные множества. Ординальные числа. Предельные ординалы. Множество натуральных чисел. Множества и мощности. Число элементов. Равномощные множества. Счётные множества. Теорема Кантора - Бернштейна. Теорема Кантора. Аксиомы теории множеств. Функции. Операции над мощностями.

**Тема 2. Упорядоченные множества. Эквивалентность и порядок. Изоморфизмы. Фундированные множества. Вполне упорядоченные множества. Трансфинитная индукция.**

Упорядоченные множества. Эквивалентность и порядок. Изоморфизмы. Фундированные множества. Вполне упорядоченные множества. Трансфинитная индукция. Определения по трансфинитной индукции. Индуктивное определение суммы и произведения ординалов. Арифметика ординалов. Деление с остатком на ординалах и нормальные формы ординалов.

**Тема 3. Обоснование стандартных математических объектов. Теорема Цермело. Трансфинитная индукция и базис Гамеля. Лемма Цорна и её применения. Свойства операций над мощностями.**

Аксиома выбора. Теорема Цермело и ее вывод из аксиомы выбора. Лемма Цорна и ее выводимость из теоремы Цермело. Утверждение о равномощности бесконечного множества своему декартовому квадрату и его выводимость из теоремы Цермело. Кардинальные числа. Базис Гамеля. Функция Харстога. Континuum-гипотеза.

**Тема 4. Ординалы. Арифметика ординалов. Индуктивные определения и степени. Приложения ординалов. Кардинальные числа.**

Отношения эквивалентности. Факторизации по отношениям эквивалентности с точки зрения теории множеств. Построение целых и рациональных чисел. Последовательности рациональных чисел. Последовательности, удовлетворяющие условию Коши. Сечения Дедекинда. Теоретико-множественное обоснование множества вещественных чисел и его полноты.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС З++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Дескриптивная теория множеств и теория вычислений - [www.math.nsc.ru/conference/malmeet/12/selivanov.pdf](http://www.math.nsc.ru/conference/malmeet/12/selivanov.pdf)

Основные свойства теории множеств - <http://lib.usue.ru/resource/free/10/MelnikovAlgebra3/00Set.pdf>

Теория множеств. Видеолекция - <http://www.youtube.com/watch?v=UACoqVGWO6Q>

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых в дальнейшем можно делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции. Поскольку материал следующих лекций опирается на материал предыдущих, то перед следующей лекцией необходимо еще раз повторить материал предыдущей, а также, при необходимости, дополнительно изучить рекомендованную литературу по данной теме. При изучении теоретического материала особое внимание следует обращать на определения основных понятий и формулировки основных теорем. Необходимо подробно разбирать примеры, которые поясняют определения и теоремы. При разборе теорем необходимо учитывать, что все предположения теоремы должны использоваться в доказательстве ее утверждения, при этом необходимо понимать, в каком месте доказательства используется то или иное предположение теоремы. Изучая теоретический материал следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего вопроса</p>
практические занятия	<p>Основным видом деятельности на практических занятиях является решение задач по пройденной на лекции теме. Поэтому при подготовке к ним необходимо повторить основные моменты теоретического материала (определения, формулировки теорем, алгоритмы), изложенные на лекциях. При решении типовых задач необходимо стремиться к узнаванию и запоминанию алгоритма их решения, к пониманию цели его употребления в данном контексте и возможностей его адаптации к решению сходных задач, либо задач, решение которых предполагает нахождение способа комбинирования/синтеза уже освоенных ранее алгоритмов решения более простых задач. После практического занятия необходимо прорешать дома задания, аналогичные заданиям на занятии</p>
самостоятельная работа	<p>При подготовке к самостоятельной работе рекомендуется прорешать упражнения и задачи, аналогичные задачам, разобранным на практических занятиях. Для получения максимально возможного количества баллов на контрольной работе следует не только найти правильный ответ к задачам, но и привести их полное решение.</p>
экзамен	<p>При подготовке к экзамену необходимо более подробно изучить теоретический материал, изложенный на лекциях и в рекомендованных учебных/учебно-методических пособиях. При изучении теоретического материала необходимо обращать внимание не только на определение основных понятий и формулировки теорем и алгоритмов, но и на доказательство теорем и обоснование корректности работы алгоритмов. Каждый билет на экзамене содержит два теоретических вопроса.</p>

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Специализированная лаборатория.

Специализированная лаборатория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.5 Теория множеств

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

**Основная литература:**

- 1) Глухов, М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов. [Электронный ресурс] / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2012. - 416 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/4041>
- 2) Математическая логика и теория алгоритмов: Учебник / Пруцков А.В., Волкова Л.Л. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=558694>

**Дополнительная литература:**

- 1) Ященко, И.В. Парадоксы теории множеств. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2009. - 40 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9451>
- 2) Теория алгоритмов: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=241722>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.5 Теория множеств

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.