

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Дополнительные главы теории гладких многообразий

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Иваньшин П.Н. (Кафедра геометрии, отделение математики), Pyotr.Ivanshin@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу;
ОК-2	готовностью действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения
ОК-3	готовностью к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
ОПК-1	способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики
ОПК-2	способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках
ОПК-3	готовностью самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов
ОПК-4	готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-5	готовностью руководить коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ПК-1	способностью к интенсивной научно-исследовательской работе
ПК-10	способностью к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в образовательных организациях основного общего, среднего общего, среднего профессионального и высшего образования
ПК-11	способностью и предрасположенностью к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризировать научные достижения
ПК-12	способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики
ПК-2	способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом
ПК-3	способностью публично представить собственные новые научные результаты
ПК-4	способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач
ПК-5	способностью к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах
ПК-6	способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-7	способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при анализе экономических и социальных процессов, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики
ПК-8	способностью формулировать в проблемно-задачной форме не математические типы знания (в том числе гуманитарные)
ПК-9	способностью различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

Основные определения и понятия теории симплектических многообразий.

Уметь применять данные понятия к решению актуальных задач дифференциальной геометрии и математической физики

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.1 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 12 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение и основные определения	1	1	2	0	5
2.	Тема 2. Симплектическая линейная алгебра	1	1	2	0	5
3.	Тема 3. Кокасательные расслоения и форма Лиувилля	1	1	2	0	5
4.	Тема 4. Изотопии и векторные поля	1	1	2	0	5
5.	Тема 5. Лемма Пуанкаре	1	1	2	0	5
6.	Тема 6. Теорема Лагранжа о вложении	1	1	2	0	5
7.	Тема 7. Теорема о трубчатой окрестности	1	1	2	0	5

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Почти комплексные структуры	1	1	2	0	5
9.	Тема 9. Почти комплексные структуры и лагранжевы вложения	1	1	2	0	5
10.	Тема 10. Гамильтонов формализм. Уравнения Эйлера-Лагранжа	1	1	2	0	5
11.	Тема 11. Преобразование Лежандра	1	1	2	0	5
12.	Тема 12. Алгебры Ли и Пуассона	1	1	2	0	5
13.	Тема 13. Группы Ли	1	1	2	0	3
14.	Тема 14. Действия групп, лифт действия группы	1	1	2	0	3
	Итого		14	28	0	66

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Введение и основные определения

Симплектическое многообразие, невырожденная форма, симплектическое векторное пространство, гамильтоново векторное поле.

##### Тема 2. Симплектическая линейная алгебра

Симплектическое подпространство. Изотропное и лагранжево подпространства. Симплектоморфизм.

##### Тема 3. Кокасательные расслоения и форма Лиувилля

Симплектическая структура на кокасательном расслоении. Теорема Дарбу (формулировка и схема доказательства).

##### Тема 4. Изотопии и векторные поля

Изотопия. Векторные поля и потоки. Интегральные кривые.

##### Тема 5. Лемма Пуанкаре

Теорема Дарбу (доказательство). Лемма Пуанкаре.

##### Тема 6. Теорема Лагранжа о вложении

Лагранжево подмногообразие. Теорема Лагранжа. Векторные расслоения.

##### Тема 7. Теорема о трубчатой окрестности

Трубчатая окрестность. Нормальное расслоение. Различные формулировки теоремы о трубчатой окрестности.

##### Тема 8. Почти комплексные структуры

Доказательство теоремы Лагранжа. Комплексная структура, почти комплексная структура. Естественная почти комплексная структура на симплектическом многообразии.

##### Тема 9. Почти комплексные структуры и лагранжевы вложения

Основная теорема существования п.к. структуры на симплектическом многообразии. Теорема о лагранжевом вложении.

##### Тема 10. Гамильтонов формализм. Уравнения Эйлера-Лагранжа

Система  $N$  частиц в пространстве. Лагранжиан. Вариационная постановка задачи. Принцип Гамильтона. Системы с ограничениями и принцип Даламбера.

##### Тема 11. Преобразование Лежандра

Векторное поле Эйлера-Лагранжа. Преобразование Лежандра. Переход от функции Лагранжа к функции Гамильтона. Примеры.

##### Тема 12. Алгебры Ли и Пуассона

Постоянные движения и первые интегралы. Скобка Пуассона. Алгебра Ли, скобка Ли. Симплектическое векторное поле. Алгебра Пуассона.

##### Тема 13. Группы Ли

Группа Ли. Общая линейная группа. Лево-инвариантное векторное поле. Подгруппы и подалгебры Ли. Гомоморфизмы. Экспоненциальное отображение. Симплектическая группа.

##### Тема 14. Действия групп, лифт действия группы

Действие группы, гладкое действие группы. Примеры. Лифт действия группы. Симплектическое действие. (Симплектическое) Представление группы Ли.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Ana C. Da Silva, Symplectic geometry - <https://www.math.tecnico.ulisboa.pt/~acannas/Books/lsg.pdf>  
 D. McDuff, What is symplectic geometry - <http://www.math.stonybrook.edu/~dusa/ewmcambrevjn23.pdf>  
 G. Heckman, Symplectic geometry - <http://www.math.ru.nl/~heckman/symlgeom.pdf>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.
практические занятия	На практических занятиях необходимо разбирать задачи, являющиеся естественным продолжением уже известных задач из основного курса теории многообразий. В частности, нужно указать на связь структуры групп Ли и многообразий. Поиск инвариантных векторных полей можно увязать с поиском геодезических полей. Изучение симплектической структуры можно связать с механическими задачами.
самостоятельная работа	В самостоятельной работе приветствуется изучение любой доступной литературы по смежным направлениям математики. Полезно разобрать содержание ряда классических монографий, рекомендованных для самостоятельного изучения. Рекомендовать данную литературу, сообразуясь с направлением курсовых исследований студентов.
экзамен	На экзамене студент обязан решать стандартные задачи из данной области. Кроме того, необходимо знать формулировки основных утверждений теории. Также студент должен уметь строить стандартные алгоритмы и применять их для решения вычислительных задач. В частности, необходимо уметь проверять совместность стандартных структур на многообразиях.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;



- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.1 Дополнительные главы теории гладких  
многообразий

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

**Основная литература:**

1. Игнатъев Ю. Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве [Текст: электронный ресурс]: учебное пособие: курс лекций для студентов математического факультета: специальности: (математика и информатика, математика и иностранный язык)/ проф. Ю. Г. Игнатъев. - Казань: Казанский федеральный университет, 2013. - 203 с. Режим доступа: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_120\\_000327.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000327.pdf)

**Дополнительная литература:**

1. Гаврилов С. П. Дифференцируемые многообразия и риманова геометрия [Текст: электронный ресурс] : [учебно-методическое пособие] / Гаврилов С.П., Егоров А. И. - (Казань : Казанский государственный университет, 2004) . [Ч.] 2: Элементы теории гладких многообразий [Текст: электронный ресурс] : [цикл лекций] .- Электронные данные (1 файл: 0,46 Мб) .- (Казань : Казанский государственный университет, 2010) .- Загл. с экрана .- Режим доступа: открытый .- URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/06-IPh/06\\_48\\_2010\\_kl-000198.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/06-IPh/06_48_2010_kl-000198.pdf)

2. Корешков, Н. А. Конечномерные алгебры [Текст: электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Н. А. Корешков, С. М. Скрябин ; Казан. федер. ун-т, Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского. - Электронные данные (1 файл: 0,634 Мб). - (Казань : Казанский федеральный университет, 2014). - Загл. с экрана. - Для 6-го семестра. - Режим доступа: только для студентов и сотрудников КФУ. Оригинал копии: Конечномерные алгебры: учебно-методическое пособие / Н. А. Корешков, С. М. Скрябин. - Казань : [Казанский университет], 2014. - 55 с. URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_035\\_A5-000542.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_035_A5-000542.pdf)

*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.1 Дополнительные главы теории гладких  
многообразий*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows