

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Теория приближения функций БЗ.ДВ.1**

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Агачев Ю.Р.

**Рецензент(ы):**

Галимянов А.Ф.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81723414

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, [Juriy.Agachev@kpfu.ru](mailto:Juriy.Agachev@kpfu.ru)

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Теория приближения функций" являются: дать математические основы решения задач, возникающих при проведении научных и прикладных исследований, дать понимание и навыки обоснования приближенных методов, в частности, получение оценок приближенного решения.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Цикл Б3.ДВ.1. В цикле курсов по выбору по базовым дисциплинам направления указанная дисциплина дает функциональные основы многих приближенных методов из курса "Численные методы", а также расширяет понятие непрерывной функции из курса "Математический анализ", дает конкретные возможности применения курса "Функциональный анализ" к практике. Для усвоения дисциплины "Теория приближения функций" требуется знание основ следующих дисциплин: "Математический анализ", "Функциональный анализ", "Алгебра". Дисциплина "Теория приближения функций" необходима для освоения дисциплины "Численные методы", некоторых курсов по выбору, выполнению курсовой работы и магистерской диссертации, а также для прохождения студентами различных практик. Изучается на 3 курсе (5 семестр).

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	умение находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию
ОК-15 (общекультурные компетенции)	способность к письменной и устной коммуникации на русском языке
ОК-7 (общекультурные компетенции)	исследовательские навыки
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способность приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-17 (профессиональные компетенции)	умение извлекать полезную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов, сети Интернет
ПК-21 (профессиональные компетенции)	владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач
ПК-22 (профессиональные компетенции)	владение проблемно-задачной формой представления математических знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

связь свойств гладкости функции с поведением ее наилучшего приближения в различных функциональных пространствах.

2. должен уметь:

формулировать и доказывать как прямые, так и обратные теоремы для различных классов функций и приближающих подпространств.

3. должен владеть:

навыками получения оценок приближения функций полиномами, сплайнами и другими конструкциями.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

связать свойство гладкости функции с поведением ее наилучшего приближения в различных функциональных пространствах, уметь формулировать и доказывать как прямые, так и обратные теоремы для различных классов функций и приближающих подпространств, владеть навыками получения оценок приближения функций полиномами, сплайнами

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	

1	Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего						
---	--	--	--	--	--	--	--

приближения, его существование и единственность. Последовательность наилучших приближений

5

1

3

0

0

устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса	5	1	0	3	0	устный опрос
3.	Тема 3. Свойства полинома наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева	5	2	2	0	0	устный опрос
4.	Тема 4. Наилучшие приближения в пространствах . Теорема Колмогорова. Теорема Хаара	5	2	2	0	0	устный опрос
5.	Тема 5. Многочлены Чебышева и их свойства. Нахождение алгебраического многочлена наилучшего равномерного приближения в частных случаях	5	2	0	3	0	контрольная работа
6.	Тема 6. Теоремы Чебышева в пространстве . Теорема отделимости, теорема Каратеодори. Теорема Чебышева о существовании чебышевского альтернанса	5	3	2	0	0	устный опрос
7.	Тема 7. Теорема Валле-Пуссена. Теорема Чебышева о достаточном условии для полинома наилучшего приближения в пространстве . Случай	5	3	2	0	0	тестирование
8.	Тема 8. Пространство . Тригонометрические полиномы наилучшего равномерного приближения	5	3	0	3	0	устный опрос
9.	Тема 9. Наилучшие приближения в пространстве . Теоремы Маркова	5	4	2	0	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Характеристики гладкости функций. Классы функций Липшица, Бернштейна, Дини-Липшица и др.	5	4	0	2	0	устный опрос
11.	Тема 11. Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство. Первая теорема Джексона и ее свойство для периодических функций	5	4	0	2	0	тестирование
12.	Тема 12. Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара и ее следствия	5	5	4	0	0	устный опрос
13.	Тема 13. Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае. Вторая теорема Джексона и ее следствия	5	5	0	2	0	контрольная работа
14.	Тема 14. Теорема Корнейчука. Первая и вторая теоремы Джексона-Корнейчука и их следствия	5	6	2	0	0	устный опрос
15.	Тема 15. Первое неравенство Бернштейна. Первая и вторая теоремы Бернштейна в периодическом случае. Теорема о наилучшем приближении функций из класса .	5	6	2	0	0	устный опрос
16.	Тема 16. Теорема Стечкина. Обратные теоремы в периодическом случае	5	6	0	2	0	устный опрос
17.	Тема 17. Прямые и обратные теоремы для класса Зигмунда	5	7	0	2	0	тестирование

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
18.	Тема 18. Индукционная функция и ее свойства. Прямые теоремы в алгебраическом случае	5	7	2	0	0	устный опрос
19.	Тема 19. Второе неравенство Бернштейна. Обратные теоремы в алгебраическом случае	5	7	2	0	0	устный опрос
20.	Тема 20. Неравенство Маркова и его следствия	5	8	0	2	0	устный опрос
21.	Тема 21. Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в периодическом случае	5	8	4	0	0	устный опрос
22.	Тема 22. Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в непериодическом случае	5	9	0	4	0	устный опрос
23.	Тема 23. Оператор Фурье. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье	5	9	2	0	0	тестирование
24.	Тема 24. Аппроксимационное свойство оператора Фейера. Теоремы Бернштейна о приближении и	5	10	2	0	0	тестирование
25.	Тема 25. Приближение периодических функций операторами Валле-Пуссена и Бернштейна ? Рогозинского	5	10	2	0	0	тестирование



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
26.	Тема 26. Приближение функций с помощью линейных методов суммирования рядов Фурье	5	10	0	2	0	устный опрос
27.	Тема 27. Приближение периодических функций оператором Фурье-Лагранжа	5	11	2	0	0	тестирование
28.	Тема 28. Оценка нормы операторов Фурье и Фурье-Лагранжа в пространстве .	5	11	0	4	0	устный опрос
29.	Тема 29. Приближение непериодических функций оператором интерполирования, оператором Бернштейна, оператором Фурье-Чебышева	5	12	0	2	0	контрольная работа
30.	Тема 30. Общие вопросы сходимости полиномиальных операторов. Теорема Лозинского-Харшиладзе и ее следствия (т. Фабера, т. Дюбуа-Раймонда)	5	12	0	4	0	устный опрос
31.	Тема 31. Приближение в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве	5	13	0	2	0	устный опрос
32.	Тема 32. Ортогональные многочлены. Общие свойства. Ряды Фурье по ортогональным многочленам	5	13	4	0	0	тестирование

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
33.	Тема 33. Дифференциальное уравнение Пирсона. Классические ортогональные многочлены и их общие свойства	5	14	4	0	0	устный опрос
34.	Тема 34. Многочлены Лежандра. Приближение функции рядом Фурье по многочленам Лежандра	5	14	2	0	0	устный опрос
35.	Тема 35. Многочлены Якоби и их свойства	5	15	3	0	0	устный опрос
36.	Тема 36. Многочлены Чебышева первого и второго родов. Равномерное приближение функций с помощью многочленов Чебышева	5	15	0	3	0	тестирование
37.	Тема 37. Многочлены Лагерра и Эрмита и их свойства. Теорема В.А. Стеклова	5	16	0	4	0	устный опрос
38.	Тема 38. Приближение функций сплайнами	5	16	2	0	0	курсовая работа по дисциплине
39.	Тема 39. Понятие -поперечника классов функций. Оценка -поперечников некоторых классов периодических функций	5	17	0	4	0	устный опрос
40.	Тема 40. Об -поперечниках некоторых классов непрерывных функций	5	18	0	4	0	устный опрос
41.	Тема 41. Об улучшении точности приближения функций на концах отрезка	5	18	2	0	0	устный опрос
42.	Тема 42.	5		0	0	0	
43.	Тема 43.	5		0	0	0	
.	Тема .	5		0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Итого				54	54	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения, его существование и единственность. Последовательность наилучших приближений**

*лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения, его существование и единственность. Последовательность наилучших приближений

**Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса**

*практическое занятие (3 часа(ов)):*

Наилучшие равномерные приближения функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса

**Тема 3. Свойства полинома наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Свойства полинома наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева

**Тема 4. Наилучшие приближения в пространствах . Теорема Колмогорова. Теорема Хаара**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Наилучшие приближения в пространствах . Теорема Колмогорова. Теорема Хаара

**Тема 5. Многочлены Чебышева и их свойства. Нахождение алгебраического многочлена наилучшего равномерного приближения в частных случаях**

*практическое занятие (3 часа(ов)):*

Многочлены Чебышева и их свойства. Нахождение алгебраического многочлена наилучшего равномерного приближения в частных случаях

**Тема 6. Теоремы Чебышева в пространстве . Теорема делимости, теорема Каратеодори. Теорема Чебышева о существовании чебышевского альтернанса**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Теоремы Чебышева в пространстве . Теорема отделимости, теорема Каратеодори. Теорема Чебышева о существовании чебышевского альтернанса

**Тема 7. Теорема Валле-Пуссена. Теорема Чебышева о достаточном условии для полинома наилучшего приближения в пространстве . Случай**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Теорема Валле-Пуссена. Теорема Чебышева о достаточном условии для полинома наилучшего приближения в пространстве . Случай

**Тема 8. Пространство . Тригонометрические полиномы наилучшего равномерного приближения**

*практическое занятие (3 часа(ов)):*

Пространство . Тригонометрические полиномы наилучшего равномерного приближения

**Тема 9. Наилучшие приближения в пространстве . Теоремы Маркова**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Наилучшие приближения в пространстве L. Теоремы Маркова

**Тема 10. Характеристики гладкости функций. Классы функций Липшица, Бернштейна, Дини-Липшица и др.**

*практическое занятие (2 часа(ов)):*

Характеристики гладкости функций. Классы функций Липшица, Бернштейна, Дини-Липшица

**Тема 11. Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство. Первая теорема Джексона и ее свойство для периодических функций**

*практическое занятие (2 часа(ов)):*

Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство. Первая теорема Джексона и ее свойство для периодических функций

**Тема 12. Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара и ее следствия**

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара и ее следствия

**Тема 13. Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае. Вторая теорема Джексона и ее следствия**

*практическое занятие (2 часа(ов)):*

Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае. Вторая теорема Джексона и ее следствия

**Тема 14. Теорема Корнейчука. Первая и вторая теоремы Джексона-Корнейчука и их следствия**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Теорема Корнейчука. Первая и вторая теоремы Джексона-Корнейчука и их следствия

**Тема 15. Первое неравенство Бернштейна. Первая и вторая теоремы Бернштейна в периодическом случае. Теорема о наилучшем приближении функций из класса .**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Первое неравенство Бернштейна. Первая и вторая теоремы Бернштейна в периодическом случае. Теорема о наилучшем приближении функций из класса

**Тема 16. Теорема Стечкина. Обратные теоремы в периодическом случае**

*практическое занятие (2 часа(ов)):*

Теорема Стечкина. Обратные теоремы в периодическом случае

**Тема 17. Прямые и обратные теоремы для класса Зигмунда**

*практическое занятие (2 часа(ов)):*

Прямые и обратные теоремы для класса Зигмунда

**Тема 18. Индуцированная функция и ее свойства. Прямые теоремы в алгебраическом случае**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Индуцированная функция и ее свойства. Прямые теоремы в алгебраическом случае

**Тема 19. Второе неравенство Бернштейна. Обратные теоремы в алгебраическом случае**  
**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Второе неравенство Бернштейна. Обратные теоремы в алгебраическом случае

**Тема 20. Неравенство Маркова и его следствия**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Неравенство Маркова и его следствия

**Тема 21. Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в периодическом случае**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в периодическом случае

**Тема 22. Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в непериодическом случае**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в непериодическом случае

**Тема 23. Оператор Фурье. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Оператор Фурье. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье

**Тема 24. Аппроксимационное свойство оператора Фейера. Теоремы Бернштейна о приближении и**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Аппроксимационное свойство оператора Фейера. Теоремы Бернштейна о приближении функций из классов Липшица

**Тема 25. Приближение периодических функций операторами Валле-Пуссена и Бернштейна ? Рогозинского**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Приближение периодических функций операторами Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского

**Тема 26. Приближение функций с помощью линейных методов суммирования рядов Фурье**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Приближение функций с помощью линейных методов суммирования рядов Фурье

**Тема 27. Приближение периодических функций оператором Фурье-Лагранжа**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Приближение периодических функций оператором Фурье-Лагранжа

**Тема 28. Оценка нормы операторов Фурье и Фурье-Лагранжа в пространстве .**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Оценка нормы операторов Фурье и Фурье-Лагранжа в пространстве  $C$

**Тема 29. Приближение непериодических функций оператором интерполирования, оператором Бернштейна, оператором Фурье-Чебышева**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Приближение непериодических функций оператором интерполирования, оператором Бернштейна, оператором Фурье-Чебышева

**Тема 30. Общие вопросы сходимости полиномиальных операторов. Теорема Лозинского-Харшиладзе и ее следствия (т. Фабера, т.Дюбуа-Раймонда)**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Общие вопросы сходимости полиномиальных операторов. Теорема Лозинского-Харшиладзе и ее следствия (т. Фабера, т. Николаева)

**Тема 31. Приближение в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Приближение в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве

**Тема 32. Ортогональные многочлены. Общие свойства. Ряды Фурье по ортогональным многочленам**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Ортогональные многочлены. Общие свойства. Ряды Фурье по ортогональным многочленам

**Тема 33. Дифференциальное уравнение Пирсона. Классические ортогональные многочлены и их общие свойства**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Дифференциальное уравнение Пирсона. Классические ортогональные многочлены и их общие свойства

**Тема 34. Многочлены Лежандра. Приближение функции рядом Фурье по многочленам Лежандра**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Многочлены Лежандра. Приближение функции рядом Фурье по многочленам Лежандра

**Тема 35. Многочлены Якоби и их свойства**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Многочлены Якоби и их свойства

**Тема 36. Многочлены Чебышева первого и второго родов. Равномерное приближение функций с помощью многочленов Чебышева**

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Многочлены Чебышева первого и второго родов. Равномерное приближение функций с помощью многочленов Чебышева

**Тема 37. Многочлены Лагерра и Эрмита и их свойства. Теорема В.А. Стеклова**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Многочлены Лагерра и Эрмита и их свойства. Теорема В.А. Стеклова

**Тема 38. Приближение функций сплайнами**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Приближение функций сплайнами

**Тема 39. Понятие -поперечника классов функций. Оценка -поперечников некоторых классов периодических функций**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Понятие  $n$ -поперечника классов функций. Оценка -поперечников некоторых классов периодических функций

**Тема 40. Об -поперечниках некоторых классов непрерывных функций**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Об  $n$ -поперечниках некоторых классов непрерывных функций

**Тема 41. Об улучшении точности приближения функций на концах отрезка**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Об улучшении точности приближения функций на концах отрезка

**Тема 42.**

**Тема 43.**

**Тема .**

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения, его существование и единственность. Последовательность наилучших приближений	5	1	Изучение литературы	3	Экзамен
2.	Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса	5	1	Изучение литературы	3	Зачет
3.	Тема 3. Свойства полинома наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева	5	2	Изучение литературы	4	Экзамен
4.	Тема 4. Наилучшие приближения в пространствах . Теорема Колмогорова. Теорема Хаара	5	2	Изучение литературы	2	Экзамен
5.	Тема 5. Многочлены Чебышева и их свойства. Нахождение алгебраического многочлена наилучшего равномерного приближения в частных случаях	5	2	Изучение литературы	2	Контрольная работа
6.	Тема 6. Теоремы Чебышева в пространстве . Теорема отделимости, теорема Каратеодори. Теорема Чебышева о существовании чебышевского альтернанса	5	3	Изучение литературы	2	Зачет
7.	Тема 7. Теорема Валле-Пуссена. Теорема Чебышева о достаточном условии для полинома наилучшего приближения в пространстве . Случай	5	3	Изучение литературы	2	Зачет



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Пространство . Тригонометрические полиномы наилучшего равномерного приближения	5	3	Изучение литературы	2	Экзамен
9.	Тема 9. Наилучшие приближения в пространстве . Теоремы Маркова	5	4	Изучение литературы	2	Экзамен
10.	Тема 10. Характеристики гладкости функций. Классы функций Липшица, Бернштейна, Дини-Липшица и др.	5	4	Изучение литературы	2	Контрольная работа
11.	Тема 11. Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство. Первая теорема Джексона и ее свойство для периодических функций	5	4	Изучение литературы	2	Зачет
12.	Тема 12. Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара и ее следствия	5	5	Изучение литературы	4	Экзамен
13.	Тема 13. Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае. Вторая теорема Джексона и ее следствия	5	5	Изучение литературы	2	Зачет
14.	Тема 14. Теорема Корнейчука. Первая и вторая теоремы Джексона-Корнейчука и их следствия	5	6	Изучение литературы	2	Экзамен
15.	Тема 15. Первое неравенство Бернштейна. Первая и вторая теоремы Бернштейна в периодическом случае. Теорема о наилучшем приближении функций из класса .	5	6	Изучение литературы	2	Зачет



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
16.	Тема 16. Теорема Стечкина. Обратные теоремы в периодическом случае	5	6	Изучение литературы	2	Экзамен
17.	Тема 17. Прямые и обратные теоремы для класса Зигмунда	5	7	Изучение литературы	2	Экзамен
18.	Тема 18. Индуцированная функция и ее свойства. Прямые теоремы в алгебраическом случае	5	7	Изучение литературы	2	Экзамен
19.	Тема 19. Второе неравенство Бернштейна. Обратные теоремы в алгебраическом случае	5	7	Изучение литературы	2	Экзамен
20.	Тема 20. Неравенство Маркова и его следствия	5	8	Изучение литературы	2	Зачет
21.	Тема 21. Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в периодическом случае	5	8	Изучение литературы	4	Экзамен
22.	Тема 22. Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в непериодическом случае	5	9	Изучение литературы	4	Зачет
23.	Тема 23. Оператор Фурье. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье	5	9	Изучение литературы	2	Экзамен
24.	Тема 24. Аппроксимационное свойство оператора Фейера. Теоремы Бернштейна о приближении и	5	10	Изучение литературы	2	Экзамен

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
25.	Тема 25. Приближение периодических функций операторами Валле-Пуссена и Бернштейна ? Рогозинского	5	10	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
26.	Тема 26. Приближение функций с помощью линейных методов суммирования рядов Фурье	5	10	Изучение литературы	2	Зачет
27.	Тема 27. Приближение периодических функций оператором Фурье-Лагранжа	5	11	Изучение литературы	2	Экзамен
28.	Тема 28. Оценка нормы операторов Фурье и Фурье-Лагранжа в пространстве .	5	11	Изучение литературы	4	Экзамен
29.	Тема 29. Приближение непериодических функций оператором интерполирования, оператором Бернштейна, оператором Фурье-Чебышева	5	12	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
30.	Тема 30. Общие вопросы сходимости полиномиальных операторов. Теорема Лозинского-Харшиладзе и ее следствия (т. Фабера, т.Дюбуа-Раймонда)	5	12	Изучение литературы	4	Экзамен
31.	Тема 31. Приближение в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве	5	13	Изучение литературы	2	Зачет
32.	Тема 32. Ортогональные многочлены. Общие свойства. Ряды Фурье по ортогональным многочленам	5	13	Изучение литературы	4	Экзамен

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
33.	Тема 33. Дифференциальное уравнение Пирсона. Классические ортогональные многочлены и их общие свойства	5	14	Изучение литературы	4	Зачет
34.	Тема 34. Многочлены Лежандра. Приближение функции рядом Фурье по многочленам Лежандра	5	14	Изучение литературы	2	Экзамен
35.	Тема 35. Многочлены Якоби и их свойства	5	15	Изучение литературы	3	Экзамен
36.	Тема 36. Многочлены Чебышева первого и второго родов. Равномерное приближение функций с помощью многочленов Чебышева	5	15	Изучение литературы	3	Экзамен
37.	Тема 37. Многочлены Лагерра и Эрмита и их свойства. Теорема В.А. Стеклова	5	16	Изучение литературы	4	Зачет
38.	Тема 38. Приближение функций сплайнами	5	16	Изучение литературы	2	Зачет
39.	Тема 39. Понятие -поперечника классов функций. Оценка -поперечников некоторых классов периодических функций	5	17	Изучение литературы	4	Зачет
40.	Тема 40. Об -поперечниках некоторых классов непрерывных функций	5	18	Изучение литературы	4	Зачет
41.	Тема 41. Об улучшении точности приближения функций на концах отрезка	5	18	Изучение литературы	2	Зачет
	Итого				108	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активизация восприятия материала дисциплины студентами во время лекций и, особенно, при проведении семинарских занятий.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения, его существование и единственность. Последовательность наилучших приближений**

Экзамен , примерные вопросы:

Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения, его существование и единственность. Последовательность наилучших приближений

### **Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса**

Зачет , примерные вопросы:

Наилучшие равномерные приближения функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса

### **Тема 3. Свойства полинома наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева**

Экзамен , примерные вопросы:

Свойства полинома наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева

### **Тема 4. Наилучшие приближения в пространствах . Теорема Колмогорова. Теорема Хаара**

Экзамен , примерные вопросы:

Наилучшие приближения в пространствах . Теорема Колмогорова. Теорема Хаара

### **Тема 5. Многочлены Чебышева и их свойства. Нахождение алгебраического многочлена наилучшего равномерного приближения в частных случаях**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Многочлены Чебышева и их свойства. Нахождение алгебраического многочлена наилучшего равномерного приближения в частных случаях

### **Тема 6. Теоремы Чебышева в пространстве . Теорема отделимости, теорема Каратеодори. Теорема Чебышева о существовании чебышевского альтернанса**

Зачет , примерные вопросы:

Теоремы Чебышева в пространстве . Теорема отделимости, теорема Каратеодори. Теорема Чебышева о существовании чебышевского альтернанса

### **Тема 7. Теорема Валле-Пуссена. Теорема Чебышева о достаточном условии для полинома наилучшего приближения в пространстве . Случай**

Зачет , примерные вопросы:

Теорема Валле-Пуссена. Теорема Чебышева о достаточном условии для полинома наилучшего приближения в пространстве . Случай

### **Тема 8. Пространство . Тригонометрические полиномы наилучшего равномерного приближения**

Экзамен , примерные вопросы:

Пространство . Тригонометрические полиномы наилучшего равномерного приближения

### **Тема 9. Наилучшие приближения в пространстве . Теоремы Маркова**

Экзамен, примерные вопросы:

Наилучшие приближения в пространстве . Теоремы Маркова

### **Тема 10. Характеристики гладкости функций. Классы функций Липшица, Бернштейна, Дини-Липшица и др.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Характеристики гладкости функций. Классы функций Липшица, Бернштейна, Дини-Липшица и др.

### **Тема 11. Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство. Первая теорема Джексона и ее свойство для периодических функций**

Зачет , примерные вопросы:

Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство. Первая теорема Джексона и ее свойство для периодических функций

### **Тема 12. Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара и ее следствия**

Экзамен , примерные вопросы:

Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара и ее следствия

### **Тема 13. Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае. Вторая теорема Джексона и ее следствия**

Зачет , примерные вопросы:

Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае. Вторая теорема Джексона и ее следствия

### **Тема 14. Теорема Корнейчука. Первая и вторая теоремы Джексона-Корнейчука и их следствия**

Экзамен , примерные вопросы:

Теорема Корнейчука. Первая и вторая теоремы Джексона-Корнейчука и их следствия

### **Тема 15. Первое неравенство Бернштейна. Первая и вторая теоремы Бернштейна в периодическом случае. Теорема о наилучшем приближении функций из класса .**

Зачет , примерные вопросы:

Первое неравенство Бернштейна. Первая и вторая теоремы Бернштейна в периодическом случае. Теорема о наилучшем приближении функций из класса .

### **Тема 16. Теорема Стечкина. Обратные теоремы в периодическом случае**

Экзамен , примерные вопросы:

Теорема Стечкина. Обратные теоремы в периодическом случае

### **Тема 17. Прямые и обратные теоремы для класса Зигмунда**

Экзамен , примерные вопросы:

Прямые и обратные теоремы для класса Зигмунда

### **Тема 18. Индуцированная функция и ее свойства. Прямые теоремы в алгебраическом случае**

Экзамен , примерные вопросы:

Индуцированная функция и ее свойства. Прямые теоремы в алгебраическом случае

### **Тема 19. Второе неравенство Бернштейна. Обратные теоремы в алгебраическом случае**

Экзамен , примерные вопросы:

Второе неравенство Бернштейна. Обратные теоремы в алгебраическом случае

### **Тема 20. Неравенство Маркова и его следствия**

Зачет , примерные вопросы:

Неравенство Маркова и его следствия

### **Тема 21. Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в периодическом случае**

Экзамен , примерные вопросы:

Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в периодическом случае

### **Тема 22. Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в неперіодическом случае**

Зачет , примерные вопросы:

Прямые и обратные теоремы для классов аналитических и целых функций в неперіодическом случае

### **Тема 23. Оператор Фурье. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье**

Экзамен , примерные вопросы:

Оператор Фурье. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье

**Тема 24. Аппроксимационное свойство оператора Фейера. Теоремы Бернштейна о приближении и**

Экзамен , примерные вопросы:

Аппроксимационное свойство оператора Фейера. Теоремы Бернштейна о приближении и

**Тема 25. Приближение периодических функций операторами Валле-Пуссена и Бернштейна ? Рогозинского**

контрольная работа , примерные вопросы:

Приближение периодических функций операторами Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского

**Тема 26. Приближение функций с помощью линейных методов суммирования рядов Фурье**

Зачет , примерные вопросы:

Приближение функций с помощью линейных методов суммирования рядов Фурье

**Тема 27. Приближение периодических функций оператором Фурье-Лагранжа**

Экзамен , примерные вопросы:

Приближение периодических функций оператором Фурье-Лагранжа

**Тема 28. Оценка нормы операторов Фурье и Фурье-Лагранжа в пространстве .**

Экзамен , примерные вопросы:

Оценка нормы операторов Фурье и Фурье-Лагранжа в пространстве .

**Тема 29. Приближение непериодических функций оператором интерполирования, оператором Бернштейна, оператором Фурье-Чебышева**

контрольная работа , примерные вопросы:

Приближение непериодических функций оператором интерполирования, оператором Бернштейна, оператором Фурье-Чебышева

**Тема 30. Общие вопросы сходимости полиномиальных операторов. Теорема Лозинского-Харшиладзе и ее следствия (т. Фабера, т.Дюбуа-Раймонда)**

Экзамен , примерные вопросы:

Общие вопросы сходимости полиномиальных операторов. Теорема Лозинского-Харшиладзе и ее следствия (т. Фабера, т.Дюбуа-Раймонда)

**Тема 31. Приближение в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве**

Зачет , примерные вопросы:

Приближение в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве

**Тема 32. Ортогональные многочлены. Общие свойства. Ряды Фурье по ортогональным многочленам**

Экзамен , примерные вопросы:

Ортогональные многочлены. Общие свойства. Ряды Фурье по ортогональным многочленам

**Тема 33. Дифференциальное уравнение Пирсона. Классические ортогональные многочлены и их общие свойства**

Зачет , примерные вопросы:

Дифференциальное уравнение Пирсона. Классические ортогональные многочлены и их общие свойства

**Тема 34. Многочлены Лежандра. Приближение функции рядом Фурье по многочленам Лежандра**

Экзамен , примерные вопросы:

Многочлены Лежандра. Приближение функции рядом Фурье по многочленам Лежандра

**Тема 35. Многочлены Якоби и их свойства**

Экзамен , примерные вопросы:

Многочлены Якоби и их свойства



### **Тема 36. Многочлены Чебышева первого и второго родов. Равномерное приближение функций с помощью многочленов Чебышева**

Экзамен , примерные вопросы:

Многочлены Чебышева первого и второго родов. Равномерное приближение функций с помощью многочленов Чебышева

### **Тема 37. Многочлены Лагерра и Эрмита и их свойства. Теорема В.А. Стеклова**

Зачет , примерные вопросы:

Многочлены Лагерра и Эрмита и их свойства. Теорема В.А. Стеклова

### **Тема 38. Приближение функций сплайнами**

Зачет , примерные вопросы:

Приближение функций сплайнами

### **Тема 39. Понятие -поперечника классов функций. Оценка -поперечников некоторых классов периодических функций**

Зачет , примерные вопросы:

Понятие -поперечника классов функций. Оценка -поперечников некоторых классов периодических функций

### **Тема 40. Об -поперечниках некоторых классов непрерывных функций**

Зачет , примерные вопросы:

Об -поперечниках некоторых классов непрерывных функций

### **Тема 41. Об улучшении точности приближения функций на концах отрезка**

Зачет , примерные вопросы:

Об улучшении точности приближения функций на концах отрезка

### **Тема 42.**

### **Тема 43.**

### **Тема .**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Примерные зачетные вопросы:

1. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывной функции полиномами.
2. Многочлены Чебышева первого и второго рода.
3. Алгебраический и тригонометрический полиномы наилучшего равномерного приближения.
4. Классы непрерывных функций, определяемые модулем непрерывности.
5. Теоремы Джексона. Периодический и непериодический случаи.
6. Теоремы Бернштейна. Периодический и непериодический случаи.
7. Ортогональные системы многочленов. Частные случаи.
8. Ряды Фурье по системе ортогональных многочленов.

Примерные экзаменационные билеты:

1. Теорема Чебышева о единственности алгебраического многочлена наилучшего равномерного приближения.
2. Выяснить порядок сходимости к нулю наилучших равномерных приближений функции.
  1. Критерий элемента наилучшего приближения в пространстве  $C(K)$ .
  2. Выяснить, какому классу принадлежит функция.
    1. Первая теорема Джексона-Корнейчука.
    2. Для непрерывной функции найти полином наилучшего равномерного приближения первой степени.
      1. Суммы Валле-Пуссена.
      2. Ортогональные системы полиномов на отрезке. Рекуррентная формула.

1. Тригонометрическое интерполирование по равноотстоящим точкам. Теорема об оценке погрешности тригонометрического интерполирования.
2. Разложение функции в ряд Фурье по системе полиномов Чебышева второго рода.
  1. Суммы Фейера. Теорема 1 Бернштейна.
  2. Ортогональные системы полиномов на отрезке. Свойство корней двух соседних полиномов.

### 7.1. Основная литература:

- Численные методы, Бахвалов, Николай Сергеевич; Жидков, Николай Петрович; Кобельков, Георгий Михайлович, 2007г.
- Теория функций вещественной переменной, Натансон, Исидор Павлович, 2008г.
- Численные методы, Бахвалов, Николай Сергеевич; Жидков, Николай Петрович; Кобельков, Георгий Михайлович, 2006г.
4. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов. - 7-е изд. - М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2012. - 635 с.; ISBN 978-5-9963-0802-6 // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4397](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397)
  5. Колмогоров, А. Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2009. - 572 с.; ISBN 978-5-9221-0266-7 // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2206](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206)
  6. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том II / В.И. Смирнов ; Пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой. - 24-е изд. - СПб.: БХВ-Петербург, 2008. - 848 с.; ISBN 978-5-94157-910-5 // <http://www.znaniyum.com/bookread.php?book=350203>
  7. Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2007. - 480 с.; ISBN 978-5-9221-0406-7 // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2758](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2758)

### 7.2. Дополнительная литература:

- Избранные труды, Никольский, Сергей Михайлович, 2006г.
2. Даугавет И.К. Введение в теорию приближения функции. - Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. - 184 с.
  3. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. - М.: Наука, 1976. - 320 с.
  4. Корнейчук Н.П. Точные константы в теории приближения. - М.: Наука, 1987. - 424 с.
  5. Натансон И.П. Конструктивная теория функций. - М.: Гостехиздат, 1949. - 688 с.
  6. Тиман А.Ф. Теория приближения функций действительного переменного. - М.: Физматгиз, 1960. - 624 с.
  7. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. - М.: Изд-во МГУ, 1976. - 304 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Сайт матмеха Санкт-Петербургского госуниверситета - <http://www.math.spbu.ru>
- Сайт мехмата МГУ - <http://www.math.msu.su>
- Сайт Новосибирского госуниверситета - <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>
- Сайт Южного федерального университета - <http://open-edu.sfedu.ru/pub/1650>
- Федеральный портал Российское образование - [http://window.edu.ru/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12.51](http://window.edu.ru/catalog?p_rubr=2.2.74.12.51)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)



Освоение дисциплины "Теория приближения функций" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Галимянов А.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.