

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**Программа дисциплины**

Вариационное исчисление и методы оптимизации Б3.В.3

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Агачев Ю.Р.

**Рецензент(ы):**

Ожегова А.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81721714

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , [Juriy.Agachev@kpfu.ru](mailto:Juriy.Agachev@kpfu.ru)

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Вариационное исчисление и методы оптимизации" являются: изучение основных классов экстремальных задач в конечномерных и бесконечномерных пространствах, исследование необходимых и достаточных условий оптимальности в этих задачах, умение использования принципа Лагранжа и численных методов при решении различных прикладных задач, сводящихся к тем или экстремальным задачам. Курс обязательно должен сопровождаться лабораторными (практическими) занятиями, где рассматриваются вопросы по применению теории и построению численных методов решения конкретных экстремальных задач. В результате выпускник должен понимать основные идеи, лежащие в основе теоретического исследования экстремальных задач и численных методов их решения, роль этих методов в современной математике и других науках, их практическое применение и возможности, обладать теоретическими знаниями основных критериев оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, приобрести навыки применения критериев оптимальности и численных методов для различных классов экстремальных задач, умения довести их до числа.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к вариативной части. Осваивается на 4 курсе, 7, 8 семестры.

Дисциплина входит в вариативную часть цикла профессиональных дисциплин. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, функционального анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, численных методов. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с математическим моделированием, решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ок-11	фундаментальная подготовка по основам профессиональных знаний и готовность к использованию их в профессиональной деятельности
ок-14	способность к анализу и синтезу
ок-6	способность применять знания на практике
пк-16	выделение главных смысловых аспектов в доказательствах
пк-2	умение понять поставленную задачу
пк-27	умение точно представить математические знания в устной форме
пк-4	умение строго доказать утверждение

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные критерии оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, основные численные методы и алгоритмы решения указанных задач.

2. должен уметь:

применять критерии оптимальности, разрабатывать численные методы и алгоритмы с доведением их до числа.

3. должен владеть:

методами и технологиями применения критериев оптимальности и разработки численных методов для указанных задач

4. должен демонстрировать способность и готовность:

к применению основных критериев оптимальности при решении задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, основных численных методов и алгоритмов решения указанных задач

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре; зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации	7	1	2	0	2	устный опрос
2.	Тема 2. Элементы выпуклого анализа	7	2-3	4	0	4	устный опрос
3.	Тема 3. Задачи выпуклого программирования	7	4-5	4	0	4	тестирование
4.	Тема 4. Задачи математического программирования	7	6-8	6	0	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Задачи линейного программирования	7	9-11	6	0	6	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	7	12	2	0	2	устный опрос
7.	Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных	7	13-15	5	0	6	тестирование
8.	Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования	7	15-16	3	0	2	контрольная работа
9.	Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке	8	1-4	8	0	8	контрольная работа
10.	Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок	8	5-6	4	0	4	устный опрос
11.	Тема 11. Задачи оптимального управления	8	7-8	4	0	4	контрольная работа
12.	Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	8	9-11	6	0	6	тестирование
·	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	зачет
	Итого			54	0	54	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска. Необходимые и достаточные условия оптимальности

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач с помощью необходимых и достаточных условий оптимальности. Нахождение критических точек. Исследование их на точки локального и глобального минимума (максимума)

## **Тема 2. Элементы выпуклого анализа**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Выпуклые множества. Отделимость множеств. Теоремы об отделимости множества и точки, двух множеств. Выпуклые функции. Критерии выпуклости негладкой и гладкой функций. Субградиент функции и его геометрический смысл. Необходимые и достаточные условия существования субградиента в точке

### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Исследование множеств и функций на выпуклость. Построение субградиента функции в точке

## **Тема 3. Задачи выпуклого программирования**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Необходимые и достаточные условия оптимальности в терминах субградиента и градиента функции. Конус возможных направлений. Необходимые условия оптимальности в общей конечномерной экстремальной задаче

### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение задач выпуклого программирования с помощью критериев оптимальности

## **Тема 4. Задачи математического программирования**

### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Необходимые условия оптимальности в терминах множеств. Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции. Теоремы Джона и Куна-Таккера. Правило множителей Лагранжа. Достаточные условия оптимальности в терминах псевдовыпуклых и квазивыпуклых функций. Элементы теории двойственности для задач математического программирования. Слабая и сильная теоремы двойственности. Седловая точка функции Лагранжа. Теоремы о седловой точке

### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Правило множителей Лагранжа. Нахождение допустимых критических точек в задачах математического программирования. Исследование их на точки локального и глобального экстремума

## **Тема 5. Задачи линейного программирования**

### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Двойственные задачи линейного программирования. Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка в канонической задаче. Критерий угловой точки. Теоремы об угловой точке. Симплекс-метод решения канонической задачи линейного программирования. Свойство конечности алгоритма симплекс-метода для невырожденной и вырожденной задач линейного программирования. Существование угловой точки. Критерий разрешимости канонической задачи линейного программирования. Приложение к общей задаче линейного программирования

### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Симплекс-метод решения канонической задачи. Метод искусственного базиса и двойственный симплекс-метод. Применение к решению общей задачи линейного программирования

## **Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Методы деления пополам, золотого сечения, Фибоначчи, дихотомии, касательных. Метод ломаных нахождения точки глобального минимума

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение экстремальных задач с помощью методов золотого сечения, касательных и ломаных

## **Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных**

### **лекционное занятие (5 часа(ов)):**



Градиентные методы, метод Ньютона и его модификации. Методы циклического покоординатного спуска и Хука-Дживса. Сходимость методов. О квазиньютоновских методах и методах сопряженных направлений

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Решение задач: 1) градиентным методом с дискретным шагом и методом наискорейшего спуска; 2) методом циклического покоординатного спуска; 3) методом Ньютона; 4) методом сопряженных градиентов

**Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Сведение к безусловным задачам: методы штрафных и барьерных функций. Методы проектирования на область: методы проекций градиента и условного градиента. Методы множителей Лагранжа и его модификации. Методы возможных направлений

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задачи математического программирования методом штрафных функций

**Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона. Необходимое условие слабого экстремума в простейшей задаче: уравнение Эйлера. Задача Больца. Необходимые условия слабого экстремума в задаче Больца: уравнение Эйлера и условия трансверсальности. Перенос результатов на векторный случай. Изопериметрическая задача. Необходимое условие слабого экстремума. Приложение к решению задачи Дидоны. Задача Лагранжа. Необходимые условия слабого экстремума. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. Задача с подвижными концами. Необходимые условия экстремума в задаче с подвижными концами. Кратные интегралы. Многомерные экстремальные задачи. Необходимое условие экстремума в простейшей многомерной задаче: уравнение Эйлера-Остроградского

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Решение задач вариационного исчисления с использованием необходимых условий слабого локального экстремума. Исследование полученных "точек" с помощью необходимых и достаточных условий второго порядка

**Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Необходимое условие сильного минимума: условие Вейерштрасса. Лемма о скруглении углов и ее следствие. Необходимые условия слабого минимума: условия Лежандра и Якоби. Поле экстремалей. Достаточные условия слабого и сильного экстремумов в простейшей задаче вариационного исчисления: усиленные условия Лежандра и Якоби. Приложение к решению задачи о брахистохроне

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение задач в слабой и сильной постановках. Исследование связи двух постановок. Исследование критических "точек" на точки слабого и сильного экстремумов

**Тема 11. Задачи оптимального управления**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

О принципе максимума Понтрягина для задачи оптимального управления в понтрягинской форме. Доказательство принципа максимума для простейшей задачи оптимального управления. Решение задачи о быстродействии. Задачи оптимального управления в ляпуновской форме. Необходимые условия оптимальности. Задачи оптимального управления, линейные по фазовым траекториям. Сведение к задачам в ляпуновской форме. Приложение к задачам теории приближения

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Решение конкретных простейших задач оптимального управления на основе принципа Понтрягина

## Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления

### лекционное занятие (6 часа(ов)):

Прямые методы решения задач вариационного исчисления. Минимизирующая последовательность. Методы Эйлера и Рунге построения минимизирующей последовательности. Сходимость методов Эйлера и Рунге для простейшей задачи вариационного исчисления. О численных методах решения задач оптимального управления

### лабораторная работа (6 часа(ов)):

Построение минимизирующей последовательности методами Эйлера и Рунге. Исследование вопросов сходимости

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

№	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации	7	1	Изучение рекомендуемой литературы	2	Тест, проверка на зачете
2.	Тема 2. Элементы выпуклого анализа	7	2-3	Изучение рекомендуемой литературы	4	Устный опрос, проверка на зачете
3.	Тема 3. Задачи выпуклого программирования	7	4-5	Изучение рекомендуемой литературы, анализ экстремальных задач	4	Тест, проверка на зачете
4.	Тема 4. Задачи математического программирования	7	6-8	Изучение рекомендуемой литературы	4	Проверка на зачете
				Решение задач, применение необходимых и достаточных условий	6	Выполнение контрольного задания
5.	Тема 5. Задачи линейного программирования	7	9-11	Изучение рекомендуемой литературы	3	Проверка на зачете
				Решение задач линейного программирования	3	Выполнение контрольного задания
6.	Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	7	12	Изучение рекомендуемой литературы	2	Проверка на зачете
7.	Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных	7	13-15	Изучение рекомендуемой литературы	3	Проверка на зачете
				Решение задач	3	Тест



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования	7	15-16	Изучение рекомендуемой литературы	4	Проверка на зачете
				Решение задач	2	Тест
9.	Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке	8	1-4	Изучение рекомендуемой литературы	5	Проверка на зачете
				Решение задач, применение необходимых и достаточных условий экстремума	7	Выполнение контрольного задания
10.	Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок	8	5-6	Изучение рекомендуемой литературы	6	Устный опрос, проверка на зачете
11.	Тема 11. Задачи оптимального управления	8	7-8	Изучение рекомендуемой литературы	5	Проверка на зачете
				Решение задач	3	Выполнение контрольного задания
12.	Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	8	9-11	Изучение рекомендуемой литературы	6	Тест, проверка на зачете
	Итого				72	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций и лабораторных занятий, самостоятельных работ и проведение контрольных мероприятий (зачетов, промежуточного тестирования).

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации

Тест, проверка на зачете, примерные вопросы:

В тестовых примерах умение выявить точки локального и глобального экстремумов, провести анализ точек на точки экстремума. На зачете проверка знаний необходимых и достаточных условий экстремума

#### Тема 2. Элементы выпуклого анализа

Устный опрос, проверка на зачете, примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания определений выпуклого множества и выпуклой функции, методики проверки их на выпуклость. На зачете проверка знаний необходимых и достаточных условий выпуклости функции

### **Тема 3. Задачи выпуклого программирования**

Тест, проверка на зачете , примерные вопросы:

В тестовых примерах умение выявить точки глобального минимума, провести анализ точек на точки минимума. На зачете проверка знаний необходимых и достаточных условий глобального минимума

### **Тема 4. Задачи математического программирования**

Выполнение контрольного задания , примерные вопросы:

Индивидуальное самостоятельное контрольное задание по решению задачи с ограничениями типа равенств и неравенств

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание необходимых и достаточных условий оптимальности

### **Тема 5. Задачи линейного программирования**

Выполнение контрольного задания , примерные вопросы:

Индивидуальное самостоятельное контрольное задание по решению методом искусственного базиса конкретной задачи линейного программирования, а также нахождения решения соответствующей двойственной задачи

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание теории для канонической задачи линейного программирования и симплекс-метода ее решения

### **Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной**

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание алгоритмов методов решения задач гладкой и негладкой оптимизации

### **Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных**

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание алгоритмов методов решения задач гладкой и негладкой оптимизации, теорем о сходимости методов

Тест , примерные вопросы:

Умение записывать алгоритм конкретного метода решения задачи безусловной оптимизации

### **Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования**

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание алгоритмов методов решения задач математического программирования путем сведения к более простой задаче (в частности, к безусловной)

Тест , примерные вопросы:

Умение записывать алгоритм конкретного метода штрафных (или барьерных) функций

### **Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке**

Выполнение контрольного задания , примерные вопросы:

Индивидуальное самостоятельное контрольное задание по решению задачи Лагранжа вариационного исчисления

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание теории для задачи Лагранжа вариационного исчисления (в слабой постановке) и ее частных случаев

### **Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок**

Устный опрос, проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание двух постановок для простейшей задачи вариационного исчисления, необходимых и достаточных условий в задаче в слабой и сильной постановках

### **Тема 11. Задачи оптимального управления**

Выполнение контрольного задания , примерные вопросы:

Индивидуальное самостоятельное контрольное задание по решению простейшей задачи оптимального управления

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание теории для простейшей задачи оптимального управления, умение применять на практике теорию для общей задачи оптимального управления в понтрягинской форме

### **Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления**

Тест, проверка на зачете , примерные вопросы:

Умение записывать алгоритмы методов Эйлера и Рунге-Кутты решения задач вариационного исчисления, алгоритмы решения простейшей задачи оптимального управления

### **Тема . Итоговая форма контроля**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков с помощью:

- 1) тестов и устных опросов
- 2) проверки и приема промежуточных контрольных заданий
- 3) зачетов в конце каждого семестра

Пример контрольного задания в 7 семестре:

Провести полное исследование гладкой задачи математического программирования:

$2x_1 - x_2 + (4x_1 + x_2)^2 + 2x_2^2(4 + x_1^2)$  на  $\min$

$x_1^2 + x_2^2 \geq 4, x_1 - x_2 = 2, x_2 \geq 0.$

Пример контрольного задания в 8 семестре:

Провести полное исследование задачи вариационного исчисления:

Интеграл от 0 до 1 от функции  $x_1 x_2 - x_1 - x_1^2 - 4x_2^2$  на  $\text{extr}$

$x_1(0) = x_2(1) = 0, x_1(1) = 1,$  интеграл от 0 до 1 от функции  $x_2 = -2.$

Примерные зачетные вопросы:

1. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия локального минимума.
2. Градиентный метод и метод покоординатного спуска решения задачи безусловной оптимизации.
3. Выпуклые функции. Общий критерий выпуклости функции.
4. Задачи выпуклого программирования. Критерии оптимальности в терминах субградиента и градиента функции.
5. Каноническая задача линейного программирования. Критерий разрешимости.
6. Каноническая задача линейного программирования. Симплекс-метод решения канонической задачи.
7. Задача математического программирования. Теорема Джона о необходимых условиях локального минимума.
8. Задача математического программирования. Теорема Куна-Таккера о необходимых условиях локального минимума.

9. Задача математического программирования. Теорема о достаточных условиях локального минимума.
10. Правило множителей Лагранжа решения общей задачи математического программирования.
11. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Необходимые условия слабого локального минимума.
12. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Достаточные условия слабого локального минимума.
13. Необходимые условия слабого локального экстремума в задаче Больца.
14. Необходимое условие локального экстремума в простейшей задаче со старшими производными.
15. Необходимое условие оптимальности по управлению в простейшей задаче оптимального управления.
16. Методы Эйлера и Ритца решения простейшей задачи вариационного исчисления.

### 7.1. Основная литература:

Курс методов оптимизации, Сухарев, Алексей Григорьевич; Тимохов, Александр Васильевич; Федоров, Вячеслав Васильевич, 2005г.

Курс методов оптимизации, Сухарев, Алексей Григорьевич; Тимохов, Александр Васильевич; Федоров, Вячеслав Васильевич, 2008г.

Сборник задач по оптимизации, Алексеев, Владимир Михайлович; Галеев, Эльфат Михайлович; Тихомиров, Владимир Михайлович, 2007г.

Сборник задач по оптимизации, Алексеев, Владимир Михайлович; Галеев, Эльфат Михайлович; Тихомиров, Владимир Михайлович, 2005г.

Оптимальное управление, Алексеев, Владимир Михайлович; Фомин, Сергей Васильевич; Тихомиров, Владимир Михайлович, 2005г.

6. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: Учеб. пособие. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2011. - 256 с.; ISBN 978-5-9221-0590-3 // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2097](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2097)

7. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации: Учеб. пособие. - 2-ое изд. - М.: Физматлит, 2011. - 384 с.; ISBN 978-5-9221-0559-0 // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2330](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2330)

### 7.2. Дополнительная литература:

Математическое программирование в примерах и задачах, Акулич, Иван Людвигович, 2009г.

2. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. - М.: Мир, 1982. - 583 с.

3. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач: Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Наука, 1988. - 549 с.

4. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. - М.: Факториал Пресс, 2002. - 823 с.

5. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач: Учеб. пособие. - М.: Изд-во МГУ, 1989. - 203 с.

6. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи. - М.: Эдиториал УРСС, 2000. - 317с.

7. Карманов В.Г. Математическое программирование: Учеб. пособие. - 6-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2008. - 264 с. // [www.knigafund.ru/books/405720](http://www.knigafund.ru/books/405720).

8. Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Выпуклый анализ и его приложения. - М.: Эдиториал УРСС, 2000. - 174с.

9. Мину М. Математическое программирование. - М.: Наука, 1990. - 485 с.
10. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. - М.: Наука, 1983. - 384 с.
11. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах. - М.: Наука, 1975. - 319 с.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Сайт матмеха Санкт-Петербургского госуниверситеа - <http://www.math.spbu.ru>  
Сайт мехмата МГУ - <http://www.math.msu.ru>  
Сайт Новосибирского гос.университета - <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>  
Сайт Южного федерального университета - <http://open-edu.sfedu.ru/pub/1650>  
Федеральный портал Российское образование -  
[http://window.edu.ru/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12.51](http://window.edu.ru/catalog?p_rubr=2.2.74.12.51)

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.