МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Численные методы Б2.Б.1

Направление подготовки: 010100.62 - Математика
Профиль подготовки: Общий профиль
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Авхадиев Ф.Г. , Тихонов И.Н.
Рецензент(ы):
Карчевский М.М.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" ___________ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :
Протокол заседания УМК No ____ от "____" ___________ 201__г

Регистрационный No 81726115

Казань
2014

Содержание

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Авхадиев Ф.Г. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , Farit.Avhadiev@kpfu.ru ; Тихонов И.Н. , Igor.Tihonov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Численные методы" является: изучение основных приемов разработки и применения на практике методов решения на компьютерах различных математических задач, возникающих как в теории, так и в приложениях к различным областям математики, физике, механике, химии и т.п. Курс обязательно должен сопровождаться лабораторными занятиями по численным методам (где рассматриваются конкретные приемы по построению численных методов и студенты обязаны решить определенное количество задач на компьютерах, используя известные методы). В результате студент должен уметь решать определенный набор задач с использованием изученных методов и понимать, какие численные методы лежат в основе широко используемых пакетов программ (например, MATLAB, MATHEMATICA и т.п.).

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.Б.1 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3, 4 курсах, 5, 6, 7 семестры.

Цикл Б2.Б.1. Курс входит в базовую часть цикла естественно научных дисциплин. Для освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики и функционального анализа. Знания и умения, приобретенные студентами по этой дисциплине, будут использоваться при изучении курсов по прикладной математике, при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с математическим моделированием и обработкой наборов данных, решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

Изучается на 3-4 курсах (5-7 семестр).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-12 (общекультурные компетенции)	Навыки работы с компьютером
ОК-13 (общекультурные компетенции)	Базовые знания в областях информатики и современных информационных технологий, навыки использования программных средств и навыки работы в компьютерных сетях, умение создавать базы данных и использовать ресурсы Интернет
ОК-6 (общекультурные компетенции)	Способность применять знания на практике
ОК-7 (общекультурные компетенции)	Исследовательские навыки
ПК-10 (профессиональные компетенции)	Умение находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-15 (профессиональные компетенции)	Способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-19 (профессиональные компетенции)	Владение методом алгоритмического моделирования при анализе постановок математических задач
ПК-21 (профессиональные компетенции)	Владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач
ПК-22 (профессиональные компетенции)	Владение проблемно-задачной формой представления математических знаний
ПК-8 (профессиональные компетенции)	Умение ориентироваться в постановках задач
ПК-9 (профессиональные компетенции)	Знание корректных постановок классических задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов - теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, иметь представление о существующих пакетах прикладных программ;

2. должен уметь:

разрабатывать численные методы и алгоритмы, оценить их погрешности, реализовывать эти алгоритмы на языке программирования высокого уровня;

3. должен владеть:

методами и технологиями разработки численных методов для задач из указанных разделов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Владение методами и технологиями разработки численных методов для задач из указанных разделов, умение разрабатывать численные методы и алгоритмы, оценить их погрешности, реализовывать эти алгоритмы на языке программирования высокого уровня.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных(ые) единиц(ы) 360 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 5 семестре; экзамен в 6 семестре; зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Интерполяция алгебраическими и тригонометрическими полиномами	5	1-7	14	0	14	контрольная точка контрольная работа
2.	Тема 2. Сплайн-интерполяция	5	8-11	8	0	8	контрольная точка контрольная работа
3.	Тема 3. Квадратурные формулы	5	12-17	14	0	14	контрольная точка контрольная работа
4.	Тема 4. Наилучшие приближения в нормированных и гильбертовых пространствах	6	1-4	8	0	8	контрольная точка контрольная работа
5.	Тема 5. Численные методы линейной алгебры	6	5-15	22	0	22	контрольная точка контрольная работа
6.	Тема 6. Методы решения нелинейных уравнений и систем	6	16-17	6	0	6	контрольная точка контрольная работа
7.	Тема 7. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	7	1-5	10	0	10	контрольная точка контрольная работа
8.	Тема 8. Численные методы решения основных уравнений математической физики	7	6-11	12	0	12	контрольная точка контрольная работа
9.	Тема 9. Методы решения операторных и интегральных уравнений	7	12-14	6	0	6	контрольная точка контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	экзамен
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
	Итого			100	0	100	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Интерполяция алгебраическими и тригонометрическими полиномами

лекционное занятие (14 часа(ов)):

1.Итерполяционные полиномы Лагранжа, теоремы существования и единственности. Представление Лагранжа для интерполяционного полинома и оценка погрешности интер-полирования для гладких функций. Задача об оптимальном выборе узлов интерполирования и ее решение с использованием полинома Чебышева первого рода. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации алгебраическими полиномами функций, непре-рывных на отрезке. Функция и число Лебега, лебеговы оценки погрешности интерполяции для непрерывных функций. Оператор интерполирования, его свойства и оценки нормы оператора. Разделенные разности и их свойства. Формулы Ньютона для интерполяционного полинома с использованием разделенных раз-ностей. Переход к конечным разностям. Формулы Ньютона для интерполирования в начале, сере-дине и конце таблицы. Постановка задачи кратного интерполирования. Существование и единственность интер-поляционных полиномов Эрмита. Оценка погрешности. Представление Эрмита-Фейера для интерполяционного полинома с узлами кратности два. Другие частные случаи. Тригонометрический интерполяционный полином. Представление типа Лагранжа. Тригонометрический интерполяционный полином в случае равноотстоящих узлов.

лабораторная работа (14 часа(ов)):

1.Итерполяционные полиномы Лагранжа, теоремы существования и единственности. Представление Лагранжа для интерполяционного полинома и оценка погрешности интер-полирования для гладких функций. Задача об оптимальном выборе узлов интерполирования и ее решение с использованием полинома Чебышева первого рода. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации алгебраическими полиномами функций, непре-рывных на отрезке. Функция и число Лебега, лебеговы оценки погрешности интерполяции для непрерывных функций. Оператор интерполирования, его свойства и оценки нормы оператора. Разделенные разности и их свойства. Формулы Ньютона для интерполяционного полинома с использованием разделенных раз-ностей. Переход к конечным разностям. Формулы Ньютона для интерполирования в начале, сере-дине и конце таблицы. Постановка задачи кратного интерполирования. Существование и единственность интер-поляционных полиномов Эрмита. Оценка погрешности. Представление Эрмита-Фейера для интерполяционного полинома с узлами кратности два. Другие частные случаи. Тригонометрический интерполяционный полином. Представление типа Лагранжа. Тригонометрический интерполяционный полином в случае равноотстоящих узлов.

Тема 2. Сплайн-интерполяция

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Представление Эрмита-Фейера для интерполяционного полинома с узлами кратности два. Другие частные случаи. Тригонометрический интерполяционный полином. Представление типа Лагранжа. Тригонометрический интерполяционный полином в случае равноотстоящих узлов. 2. Определение сплайнов. Постановка задачи по сплайн-интерполяции. Модуль непре-рывности непрерывной функции и его свойства. Сплайны первой степени. Аппроксимационные свойства сплайнов первой степени. Свой-ства насыщения. Вариационное свойство сплайнов первой степени. Естественные кубические сплайны, существование и единственность, аппроксимационное и вариационное свойство.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Представление Эрмита-Фейера для интерполяционного полинома с узлами кратности два. Другие частные случаи. Тригонометрический интерполяционный полином. Представление типа Лагранжа. Тригонометрический интерполяционный полином в случае равноотстоящих узлов. 2. Определение сплайнов. Постановка задачи по сплайн-интерполяции. Модуль непре-рывности непрерывной функции и его свойства. Сплайны первой степени. Аппроксимационные свойства сплайнов первой степени. Свой-ства насыщения. Вариационное свойство сплайнов первой степени. Естественные кубические сплайны, существование и единственность, аппроксимационное и вариационное свойство.

Тема 3. Квадратурные формулы

лекционное занятие (14 часа(ов)):

Понятие о квадратурных формулах, порядок алгебраической точности квадратурных формул, интерполяционные квадратурные формулы. Составные квадратурные формулы, вывод формулы трапеций, формулы Симпсона, фор-мул левых, средних и правых прямоугольников. Оценки погрешности для формул прямоугольников, трапеций и Симпсона. Квадратурные формулы наивысшего алгебраического порядка точности (формулы Гаус-са). Связь формул Гаусса с ортогональными полиномами. Оценки погрешности квадратурных формул Гаусса. Классические ортогональные полиномы и их применение для конструирования квадра-турных формул наивысшего алгебраического порядка точности. Особенности численного интегрирования периодических функций. Методы вычисления несобственных интегралов.

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Понятие о квадратурных формулах, порядок алгебраической точности квадратурных формул, интерполяционные квадратурные формулы. Составные квадратурные формулы, вывод формулы трапеций, формулы Симпсона, фор-мул левых, средних и правых прямоугольников. Оценки погрешности для формул прямоугольников, трапеций и Симпсона. Квадратурные формулы наивысшего алгебраического порядка точности (формулы Гаус-са). Связь формул Гаусса с ортогональными полиномами. Оценки погрешности квадратурных формул Гаусса. Классические ортогональные полиномы и их применение для конструирования квадра-турных формул наивысшего алгебраического порядка точности. Особенности численного интегрирования периодических функций. Методы вычисления несобственных интегралов.

Тема 4. Наилучшие приближения в нормированных и гильбертовых пространствах

лекционное занятие (8 часа(ов)):

приближения в гильбертовом пространстве. Случаи ор-тонормированной и общей системы. Примеры применения общих теорем. Наилучшие приближения для функций заданных на дискретном множестве точек, алгебраическими и тригонометрическими полиномами.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

приближения в гильбертовом пространстве. Случаи ор-тонормированной и общей системы. Примеры применения общих теорем. Наилучшие приближения для функций заданных на дискретном множестве точек, алгебраическими и тригонометрическими полиномами.

Тема 5. Численные методы линейной алгебры

лекционное занятие (22 часа(ов)):

Понятие о точных методах решения систем линейных алгебраических уравнений. Под-счет числа арифметических операций, необходимых при применении формул Крамера. Метод Гаусса для решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Применения метода Гаусса к вычислению определителей и обратной матрицы. Итераци-онное уточнение обратной матрицы, вычисленной приближенно. Наиболее употребительные нормы матриц. Метод прогонки для решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Матрицы с диаго-нальным преобладанием. Метод ортогонализации решения СЛАУ, метод квадратного корня, решение СЛАУ в слу-чае, когда главные миноры матрицы системы отличны от нуля. Понятие об итерационных методах решения СЛАУ. Метод простой итерации. Признаки сходимости простой итерации. Метод простой итерации для матрицы с диагональным преобладанием. Итерационные методы Зейделя для решения СЛАУ (первый и второй варианты). Вопросы сходимости методов Зейделя. Понятие о методах спуска для решения СЛАУ в связи с экстремумом квадратичного функционала. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска. Обобщения. Итеративное уточнение приближенного решения СЛАУ. Число обусловленности матрицы и мера обусловленности СЛАУ.

лабораторная работа (22 часа(ов)):

Понятие о точных методах решения систем линейных алгебраических уравнений. Под-счет числа арифметических операций, необходимых при применении формул Крамера. Метод Гаусса для решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Применения метода Гаусса к вычислению определителей и обратной матрицы. Итераци-онное уточнение обратной матрицы, вычисленной приближенно. Наиболее употребительные нормы матриц. Метод прогонки для решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Матрицы с диаго-нальным преобладанием. Метод ортогонализации решения СЛАУ, метод квадратного корня, решение СЛАУ в слу-чае, когда главные миноры матрицы системы отличны от нуля. Понятие об итерационных методах решения СЛАУ. Метод простой итерации. Признаки сходимости простой итерации. Метод простой итерации для матрицы с диагональным преобладанием. Итерационные методы Зейделя для решения СЛАУ (первый и второй варианты). Вопросы сходимости методов Зейделя. Понятие о методах спуска для решения СЛАУ в связи с экстремумом квадратичного функционала. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска. Обобщения. Итеративное уточнение приближенного решения СЛАУ. Число обусловленности матрицы и мера обусловленности СЛАУ.

Тема 6. Методы решения нелинейных уравнений и систем

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Методы приближенного решения нелинейных алгебраических уравнений. Методы приближенного решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Методы приближенного решения нелинейных алгебраических уравнений. Методы приближенного решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

Тема 7. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Метод последовательных приближений Пикара для решения обыкновенных дифферен-циальных уравнений (ОДУ). Метод степенных рядов (метод Коши) для решения ОДУ, метод ломаных Эйлера и его обобщение с применением простейших квадратурных формул. Метод Рунге-Кутта для численного решения ОДУ ? постановка общей задачи и опреде-ление порядка метода. Алгоритмы Рунге-Кутта порядка два, три и четыре. Оценка погрешности одношаговых методов численного решения ОДУ. Многошаговые методы ОДУ ? интерполяционные и экстраполяционные методы Адамса. Метод конечных разностей для численного решения краевых задач на примере линейных и нелинейных ОДУ второго порядка. Описание краевых задач нескольких типов для дифференциальных уравнений математи-ческой физики. Способы аппроксимации частных производных первого и второго порядка.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Метод последовательных приближений Пикара для решения обыкновенных дифферен-циальных уравнений (ОДУ). Метод степенных рядов (метод Коши) для решения ОДУ, метод ломаных Эйлера и его обобщение с применением простейших квадратурных формул. Метод Рунге-Кутта для численного решения ОДУ ? постановка общей задачи и опреде-ление порядка метода. Алгоритмы Рунге-Кутта порядка два, три и четыре. Оценка погрешности одношаговых методов численного решения ОДУ. Многошаговые методы ОДУ ? интерполяционные и экстраполяционные методы Адамса. Метод конечных разностей для численного решения краевых задач на примере линейных и нелинейных ОДУ второго порядка. Описание краевых задач нескольких типов для дифференциальных уравнений математи-ческой физики. Способы аппроксимации частных производных первого и второго порядка.

Тема 8. Численные методы решения основных уравнений математической физики

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Разностные методы решения для уравнений эллиптического типа на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона (с применением метода матричной прогонки). Разностные методы решения уравнений параболического типа. Разностные методы решения уравнений гиперболического типа.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Разностные методы решения для уравнений эллиптического типа на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона (с применением метода матричной прогонки). Разностные методы решения уравнений параболического типа. Разностные методы решения уравнений гиперболического типа.

Тема 9. Методы решения операторных и интегральных уравнений

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Метод моментов для приближенного решения операторных уравнений. Метод Галеркина. Метод наименьших квадратов с обоснованием сходимости. Методы полиномиальной коллокации и сплайн-коллокации для приближенного решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Квадратурные методы решения интегральных уравнений. Коллокационные методы решения краевых задач для ОДУ.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Метод моментов для приближенного решения операторных уравнений. Метод Галеркина. Метод наименьших квадратов с обоснованием сходимости. Методы полиномиальной коллокации и сплайн-коллокации для приближенного решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Квадратурные методы решения интегральных уравнений. Коллокационные методы решения краевых задач для ОДУ.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Интерполяция алгебраическими и тригонометрическими полиномами	5	1-7	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	8	контрольная точка
2.	Тема 2. Сплайн-интерполяция	5	8-11	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	4	контрольная точка

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Квадратурные формулы	5	12-17	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
4.	Тема 4. Наилучшие приближения в нормированных и гильбертовых пространствах	6	1-4	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	2	контрольная точка
5.	Тема 5. Численные методы линейной алгебры	6	5-15	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	5	контрольная точка
6.	Тема 6. Методы решения нелинейных уравнений и систем	6	16-17	подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	2	контрольная точка
7.	Тема 7. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	7	1-5	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
8.	Тема 8. Численные методы решения основных уравнений математической физики	7	6-11	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
9.	Тема 9. Методы решения операторных и интегральных уравнений	7	12-14	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
	Итого				88	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций, компьютерных лабораторных работ и проведение контрольных мероприятий (экзаменов, зачетов, промежуточного тестирования).

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Интерполяция алгебраическими и тригонометрическими полиномами

контрольная работа , примерные вопросы:

Построение интерполяционных многочленов

контрольная точка , примерные вопросы:

Построение интерполяционных многочленов с использованием программного обеспечения

Тема 2. Сплайн-интерполяция

контрольная работа , примерные вопросы:

Построение интерполяционных сплайнов

контрольная точка , примерные вопросы:

Построение интерполяционных сплайнов с использованием программного обеспечения

Тема 3. Квадратурные формулы

контрольная работа , примерные вопросы:

Приближенное вычисление интегралов

контрольная точка , примерные вопросы:

Приближенное вычисление интегралов с использованием программного обеспечения

Тема 4. Наилучшие приближения в нормированных и гильбертовых пространствах

контрольная работа , примерные вопросы:

Построение многочлена наилучшего приближения

контрольная точка , примерные вопросы:

Построение многочлена наилучшего приближения с использованием программного обеспечения

Тема 5. Численные методы линейной алгебры

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение систем линейных алгебраических уравнений, вычисление собственных векторов и значений матриц

контрольная точка , примерные вопросы:

Решение систем линейных алгебраических уравнений, вычисление собственных векторов и значений матриц с использованием программного обеспечения

Тема 6. Методы решения нелинейных уравнений и систем

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение систем нелинейных уравнений

контрольная точка , примерные вопросы:

Решение систем нелинейных уравнений с использованием программного обеспечения

Тема 7. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение Задачи Коши для дифференциальных уравнений и их систем

контрольная точка , примерные вопросы:

Решение Задачи Коши для дифференциальных уравнений и их систем с использованием программного обеспечения

Тема 8. Численные методы решения основных уравнений математической физики

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение уравнений математической физики

контрольная точка , примерные вопросы:

Решение уравнений математической физики с использованием программного обеспечения

Тема 9. Методы решения операторных и интегральных уравнений

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение интегральных уравнений

контрольная точка , примерные вопросы:

Решение интегральных уравнений с использованием программного обеспечения

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков путем

1) промежуточных контрольных работ

2) экзаменов в конце 5 и 6 семестров.

3) зачета в конце 7 семестра

4) проверки и приема текущих семестровых заданий и лабораторных работ.

Вопросы к зачетам и экзаменам по курсу Численные методы:

5 семестр

1. Интерполяционные полиномы Лагранжа.
2. Представления Лагранжа для интерполяционного полинома.
3. Формула для остаточного члена интерполяционного полинома Лагранжа для функций, имеющих непрерывную производную порядка n и ее следствия.
4. Полиномы Чебышева 1-го рода и минимизация произведения П (t-t_k).
5. Задача об оптимальном выборе узлов интерполяции.
6. Лебеговы оценки погрешности интерполирования.
7. Теорема Вейерштрасса о равномерной аппроксимации непрерывных функций алгебраическими полиномами.
8. Применения оценок Лебега, другие примеры о поведении остаточного члена, формулировки теорем Фабера и Марцинкевича об интерполяции.
9. Разделенные разности и интерполяционные полиномы в форме Ньютона.
10. Конечные разности и интерполяционные полиномы Ньютона по равноотстоящим узлам.
11. Кратное интерполирование. Теорема существования и единственности интерполяционного многочлена Эрмита.
12. Интерполяционный полином Эрмита -- Фейера. Формула для погрешности при кратном интерполировании.
13. Тригонометрическое интерполирование, теорема единственности и существования тригонометрического интерполяционного полинома.
14. Тригонометрический интерполяционный полином для равноотстоящих узлов.
15. Сплайн-интерполяция. Сплайны 1-ой степени: определение и представление типа Лагранжа.
16. Аппроксимационные свойства сплайнов 1-ой степени в классах функций с заданными модулями непрерывности. Свойство "насыщаемости".
17. Вариационное (экстремальное) свойство сплайнов первой степени.
18. Кубические сплайны.
19. Интерполяционные квадратурные формулы: определение, оценка погрешности, алгебраический порядок точности.
20. Оценки погрешности для формулы трапеций.
21. Оценки погрешности для формул прямоугольников (случаи левых, средних и правых прямоугольников).

22. Квадратурные формулы Гаусса, т.е. квадратурные формулы наивысшего алгебраического порядка точности (определения, утверждения о порядке алгебраической точности).

23. Связь узлов в квадратурных формулах Гаусса с ортогональными многочленами.

24. Оценки погрешности квадратурных формул Гаусса, частные случаи формулы.

25. Приближенное интегрирование периодических и быстроколеблющихся функций.

26. Приближенное вычисление несобственных интегралов.

6 семестр

1. Наилучшие приближения в нормированных пространствах. Теорема о существовании элемента наилучшего приближения в нормированном пространстве.

2. Теорема о единственности элемента наилучшего приближения в пространстве со строго выпуклой нормой. Примеры.

3. Построение элемента наилучшего приближения в пространствах со скалярным произведением.

4. Наилучшие равномерные приближения непрерывных функций алгебраическими полиномами. Теорема о чебышевском альтернансе.

5. Теорема о единственности алгебраического полинома наилучшего приближения в пространстве непрерывных функций. Задача Чебышева.

6. Метод Гаусса для решения СЛАУ с оценкой числа арифметических операций.

7. Применения метода Гаусса к вычислению определителей и обратной матрицы.

8. Модификации метода Гаусса и итерационное уточнение обратной матрицы, вычисленной приближенно.

9. Метод прогонки решения СЛАУ для 3-х диагональной матрицы.

10. Решение СЛАУ методом ортогонализации.

11. Точные методы решения СЛАУ, основанные на факторизации матриц.

12. Различные нормы матриц.

13. Метод простой итерации решения СЛАУ, когда норма меньше единицы.

14. Критерий сходимости метода простой итерации.

15. Итерационные методы Зейделя (первый и второй варианты).

16. Связь точки минимума квадратичной функции специального вида и решение СЛАУ для положительно определенных, симметричных, вещественных матриц.

17. Метод покоординатного спуска для приближенного вычисления точки минимума.

18. Методы градиентного спуска для решения СЛАУ.

19. Наиболее важные случаи выбора параметров в методах градиентного спуска. Итерационное уточнение приближенного решения СЛАУ.

20. Число обусловленности матрицы и его применение к СЛАУ.

21. Приближенные решения нелинейных уравнений: метод деления отрезка пополам и метод итерации с применением теоремы о сжимающих отображениях.

22. Порядок итерационного метода и уточненные оценки сходимости. Метод Ньютона приближенного решения нелинейного уравнения и его модификации.

23. Приближенные методы решения систем нелинейных уравнений: метод простой итерации для сжимающих отображений, методы Зейделя, метод Ньютона.

24. Проблема собственных чисел матрицы. Простейшие частные случаи: диагональные матрицы, матрица Фробениуса.

25. Описание методов вычисления собственных чисел. Теорема Гершгорина.

7 семестр

1. Метод последовательных приближений Пикара решения ОДУ.

2. Метод Коши - метод степенных рядов решения ОДУ.

3. Метод ломаных Эйлера приближенного решения ОДУ.

4. Численные методы решения ОДУ, основанные на приближениях интегралов по формулам прямоугольников или трапеций.
5. Метод Рунге-Кутты приближенного решения ОДУ - общий подход, определение порядка точности и метод 1-го.
6. Методы Рунге-Кутты порядка 2 - 4..
7. Сходимость и оценка погрешности одношаговых методов численного решения ОДУ.
8. Главный член погрешности одношаговых методов решения ОДУ и правило Рунге выбора оптимального шага.
9. Многошаговые методы решения ОДУ: экстраполяционный метод Адамса.
10. Многошаговые методы решения ОДУ: интерполяционный метод Адамса.
11. Алгоритмы численного решения задачи Коши для системы ОДУ и ОДУ высших порядков.
12. Разностный метод решения краевой задачи для линейного ОДУ 2-го порядка.

Численные методы решения

дифференциальных уравнений в частных производных

13. Классификация линейных ДУ в частных производных 2-го порядка и основные краевые задачи для уравнений эллиптического типа.
14. Разностный (сеточный) метод решения краевой задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике.
15. Разностный (сеточный) метод решения уравнений параболического типа в полуплоскости.
16. Разностные методы решения уравнений гиперболического типа.

Приближенные методы решения

операторных уравнений в функциональных пространствах

17. Метод моментов приближенного решения операторных уравнений и его частные случаи: метод Галеркина и метод наименьших квадратов.
18. Теорема о сходимости метода наименьших квадратов приближенного решения операторного уравнения.
19. Общий подход к решению операторных уравнений в линейных нормированных пространствах, понятие о проекционных методах.
20. Теорема о сходимости приближенного решения к точному для операторных уравнениях в линейных нормированных пространствах.
21. Метод полиномиальной коллокации решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода.
22. Метод сплайн - коллокации решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода.
23. Квадратурные методы решения интегральных уравнений.
24. Метод коллокации численного решения краевых задач для ОДУ.

Возможные дополнительные вопросы,

относящиеся к прошлым семестрам по ЧМ

1. Интерполяционные полиномы Лагранжа, Эрмита, Эрмита-Фейера.
2. Оценки погрешности интерполирования.
3. Свойства сплайнов 1-ой степени. Кубические сплайны.
4. Точность интерполяционной квадратурной формулы для полиномов степени n--1, где n -- число узлов.
5. Оценки погрешности формул прямоугольников, трапеций, Симпсона.
6. Полиномы Чебышева 1-го рода и их простейшие свойства.
7. Ортогональные многочлены и квадратурная формула Гаусса.
8. Наилучшие конечномерные приближения в функциональных пространствах.
9. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций полиномами.
10. Теорема о чебышевском альтернансе

11. Метод Гаусса решения СЛАУ.
12. Метод прогонки решения СЛАУ.
13. Метод простой итерации решения СЛАУ.
14. Число обусловленности матрицы и линейного ограниченного оператора.
15. Метод Ньютона приближенного решения нелинейных уравнений.
16. Какой из трех разделов ЧМ Вы считаете наиболее простым:

а) численные методы анализа,

б) численные методы алгебры,

в) численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений.

7.1. Основная литература:

Численные методы, Бахвалов, Николай Сергеевич;Жидков, Николай Петрович;Кобельков, Георгий Михайлович, 2006г.

2)Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Бахвалов, Николай Сергеевич. Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов[Электронный ресурс] / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; Моск. гос. ун-т.?7-е изд..?Москва: БИНОМ. Лаб. знаний, 2012. - 635 с.Режим доступа: http://e.lanbook.com/view/book/4397/

3)Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В.Численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие. [Электронный ресурс] - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 242 с. Режим доступа:http://e.lanbook.com/view/book/4399/

4) Авхадиев Ф.Г. Численные методы анализа[Электронный ресурс] - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2013. - 126 с. // Режим доступа: http://kpfu.ru//staff_files/F1603302242/Avhadiev_ChMA_1.pdf

5) Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб.пособие[Электронный ресурс] / Н. Н. Калиткин. 2-е изд., исправленное. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 586 с.: ил. (Учебная литература для вузов). // Режим доступа: http://znanium.com/bookread.php?book=350803

7.2. Дополнительная литература:

1.Введение в численные методы: учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова.? 3-е изд., стер..?Санкт-Петербург: Лань, 2005.?288 с.

2.Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учебное пособие. 5-е изд., стер. / Под ред. Б. П. Демидовича. ? СПб.: Издательство "Лань", 2010. ? 400 с.

http://e.lanbook.com/view/book/537/

3. Колдаев В.Д. Численные методы и программирование: Учебное пособие[Электронный ресурс] ; Под ред. Л.Г. Гагариной. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 336 с.: ил.; 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). // Режим доступа: http://znanium.com/bookread.php?book=370603

7.3. Интернет-ресурсы:

Большая научная библиотека - http://sci-lib.com/subject.php?subject=1&pp=1

Википедия - Портал:Математика - http://ru.wikipedia.org/wiki/Портал:Математика

Научная библиотека им. Н. И. Лобачевского - http://kpfu.ru/main_page?p_sub=5056

Общероссийский математический портал Math-Net.Ru - http://www.mathnet.ru/

Публичная электронная библиотека - http://www.plib.ru/library/subcategory/32.html

Электронная библиотека мехмата МГУ - http://lib.mexmat.ru/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Численные методы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

При освоении дисциплины для выполнения лабораторных работ необходимы классы персональных компьютеров с набором базового программного обеспечения разработчика - системы программирования на языках С/С++, с возможностью многопользовательской работы и централизованного администрирования.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):
Авхадиев Ф.Г. ____________________
Тихонов И.Н. ____________________
"__" _________ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Карчевский М.М. ____________________
"__" _________ 201 __ г.