

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Теория чисел БЗ.В.4

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Арсланов М.М.

**Рецензент(ы):**

Муштари Д.Х.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81724415

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Арсланов М.М. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики ,  
Marat.Arslanov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Теория чисел" являются:

1. Освоение методов исследования и решения уравнений в целых числах.
2. Изучение свойств простых и составных чисел, законов распределения простых чисел в натуральном ряде и арифметических прогрессиях.
3. Изучение структуры колец классов вычетов по натуральному модулю и методов решения сравнений.
4. Изучение арифметики в полях алгебраических чисел, ее применений к решению уравнений в целых числах, исследованию свойств неалгебраических чисел.
5. Изучение приближений действительных чисел рациональными дробями и методов построения наилучших приближений.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.4 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Курс "Теория чисел" входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части. Она является логическим продолжением базовых профессиональных курсов алгебры и математического анализа. С методической точки зрения она хорошо иллюстрирует общие теоремы и конструкции этих базовых дисциплин на примерах исследования свойств конкретных объектов - целых чисел. Знания, полученные после изучения этой дисциплины, позволяют ориентироваться в различных направлениях практической деятельности, связанных с дискретной математикой, защитой информации, компьютерными науками. В качестве входных знаний необходимы основы алгебры и математического анализа.

Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата: Б3.В.4 Дисциплина изучается на 2 курсе, 4 семестр.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
(ОК-11) (общекультурные компетенции)	фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовностью к использованию их в профессиональной деятельности
(ОК-14) (общекультурные компетенции)	способностью к анализу и синтезу
(ОК-6) (общекультурные компетенции)	способностью применять знания на практике
(ПК-2) (профессиональные компетенции)	умением понять поставленную задачу

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
(ПК-3) (профессиональные компетенции)	умением формулировать результат
(ПК-16) (профессиональные компетенции)	выделением главных смысловых аспектов в доказательствах
(ПК-27) (профессиональные компетенции)	умением точно представить математические знания в устной форме
(ПК-4) (профессиональные компетенции)	умением строго доказать утверждение

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Свойства простых и составных чисел, законы распределения простых чисел в натуральном ряде, свойства колец классов вычетов по натуральным модулям, основные свойства алгебраических расширений поля рациональных чисел и конечных полей, свойства арифметических функций.

2. должен уметь:

Решать линейные и квадратичные уравнения от нескольких переменных, системы линейных уравнений в целых числах. Устанавливать разрешимость и находить решения алгебраических сравнений и систем сравнений, показательных сравнений. Находить системы первообразных корней. Вычислять значения арифметических функций. Строить рациональные приближения к действительным числам.

3. должен владеть:

Современными теоретико-числовыми алгоритмами.

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

Свойства простых и составных чисел, законы распределения простых чисел в натуральном ряде, свойства колец классов вычетов по натуральным модулям, основные свойства алгебраических расширений поля рациональных чисел и конечных полей, свойства арифметических функций.

Решать линейные и квадратичные уравнения от нескольких переменных, системы линейных уравнений в целых числах. Устанавливать разрешимость и находить решения алгебраических сравнений и систем сравнений, показательных сравнений. Находить системы первообразных корней. Вычислять значения арифметических функций. Строить рациональные приближения к действительным числам.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.	4	1-4	8	0	8	контрольная работа
2.	Тема 2. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.	4	5-8	6	0	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Простые числа в арифметических прогрессиях.	4	9-12	6	0	6	контрольная работа
4.	Тема 4. Алгебраические числа	4	13-16	6	0	6	устный опрос
5.	Тема 5. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.	4	17-20	6	0	6	устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет
	Итого			32	0	32	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Решение задач на свойства простых чисел, вычисление количества простых чисел в прогрессиях

**Тема 2. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Исследование дзета-функции Римана и изучение асимптотического закона распределения простых чисел.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Решение задач по приложениям дзета-функции Римана. Диофантовы уравнения и их связь с гипотезой Эйлера.

**Тема 3. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Простые числа в арифметических прогрессиях.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Основные свойства сравнений по заданному модулю. Доказательство теоремы Эйлера и малой теоремы Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Количество простых чисел в арифметических прогрессиях.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Решение уравнений по заданному модулю, системы уравнений.

**Тема 4. Алгебраические числа**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Доказательство того, что алгебраические числа образуют поле. Существование трансцендентных чисел. Теорема Дирихле.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Решение задач о свойствах алгебраических чисел, на доказательство алгебраичности конкретных чисел.

**Тема 5. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

О диофантовых приближениях и трансцендентных числах, об их свойствах. Трансцендентность чисел  $\pi$  и  $e$ .

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Решение задач о диофантовых приближениях и трансцендентных числах, об их свойствах.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.	4	1-4	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа
2.	Тема 2. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.	4	5-8	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Простые числа в арифметических прогрессиях.	4	9-12	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа
4.	Тема 4. Алгебраические числа	4	13-16	подготовка к устному опросу	9	устный опрос
5.	Тема 5. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.	4	17-20	подготовка к устному опросу	8	устный опрос
	Итого				44	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, зачет.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.

контрольная работа , примерные вопросы:

Задачи на свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений, теоремы Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.

#### Тема 2. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.

домашнее задание , примерные вопросы:

Задачи на асимптотический закон распределения простых чисел.

#### Тема 3. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Характеры. L-функции Дирихле. Простые числа в арифметических прогрессиях.

контрольная работа , примерные вопросы:

Задачи на свойства сравнений, теорему Эйлера и малой теоремы Ферма, на простые числа в арифметических прогрессиях

#### Тема 4. Алгебраические числа

устный опрос , примерные вопросы:

Свойства алгебраических чисел, они образуют поле, алгебраичность конкретных чисел.

#### Тема 5. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос о диофантовых приближениях и трансцендентных числах

#### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем. В семестре проводятся 1 контрольная работа, работа на практических занятиях оценивается в баллах

### 7.1. Основная литература:

1. Теория чисел: учебно-методическое пособие / Н. А. Корешков; ФГАОУВПО "Казан. (Приволж.) федер. ун-т". Казань: [Казанский университет], 2010. 43, [1] с.
2. Сборник задач по теории чисел: учеб. пособие / Казан. гос. ун-т; [сост.: Н. А. Корешков, М. Ф. Насрутдинов]. Казань, 2006. <URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-760474.pdf>>.
3. Сборник задач по теории чисел: учеб. пособие / Н.А. Корешков, М.Ф. Насрутдинов; Казан. гос. ун-т. Казань: [Казан.гос. ун-т], 2006. 15, [1] с.
4. Теоретико-численные методы в криптографии [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / Л. В. Кнауб, Е. А. Новиков, Ю. А. Шитов. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2011. - 160 с  
<http://znanium.com/bookread.php?book=441493>
5. Виноградов И.М. Основы теории чисел. - 12-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 176 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=46](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Сизый С.В. Лекции по теории чисел: учебное пособие. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Физматлит, 2008. - 192 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2319](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2319)
2. Манин Ю.И., Панчишкин А.А.  
Введение в теорию чисел. М.: МЦНМО, 2009. 552 с.  
<http://e.lanbook.com/view/book/9368/>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Национальный Открытый Университет 'ИНТУИТ' - <http://www.intuit.ru/>  
Портал КФУ - [www.kpfu.ru](http://www.kpfu.ru)  
Свободная система компьютерной алгебры Maxima - <http://maxima.sourceforge.net/ru/>  
Система дистанционного обучения КФУ - <http://tulpar.kfu-elearning.ru>  
ЭБС 'Знаниум' - <http://znanium.com/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория чисел" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитории для лекций и практических занятий. Рекомендованная для освоения курса литература, компьютеры, ксерокс, проектор.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль.

Автор(ы):

Арсланов М.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Муштари Д.Х. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.