

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Теория алгоритмов БЗ.ДВ.5

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическая кибернетика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Ахтямов Р.Б.

Рецензент(ы):

-

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2016

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Ахтямов Р.Б. кафедра теоретической кибернетики отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Raouf.Akhiamov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

курс знакомит с фундаментальными результатами теории алгоритмов: неразрешимые проблемы, формализации интуитивного понятия алгоритма, существование универсальной функции, сводимости, степени неразрешимости и решение проблемы Поста.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Данная дисциплина относится к профессиональным дисциплинам.

Читается на 4 курсе 7 семестр для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	уметь решать поставленные задачи , используя ранее доказанные теоремы
ПК-5 (профессиональные компетенции)	уметь формулировать новые задачи и предлагать методы их решения
ПК-7 (профессиональные компетенции)	для решения задачи способность находить литературу и статьи в научных журналах, анализировать результаты
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность оценить правильность решения задачи , ее непротиворечивость

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные определения и понятия в теории алгоритмов, фундаментальные результаты

2. должен уметь:

строить множества с различными характеристиками с помощью метода начальных сегментов и метода приоритета с конечными нарушениями.

3. должен владеть:

теоретическими знаниями по этому предмету;

Студент должен демонстрировать способность оперировать базовыми знаниями в теории алгоритмов, использовать различные методы при решении

проблем.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Рекурсивные функции. Неформальное определение алгоритма.. Примитив-но-рекурсивные функции. Диагонализация. Формализация вычислимых функций. Тезис Черча. Гедель-левы номера. Универсальность. S-m-n теорема. Проблема остановки.	6	1-3	0	0	6	
2.	Тема 2. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем. Неразрешимые проблемы в других областях математики. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.	6	4-5	0	0	4	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Основная теорема. Теорема о проекции.	6	6-7	0	0	4	
4.	Тема 4. Одно-одно сводимость. Много-одно сводимость. Полные множества. Творческие (креативные) множества. Цилиндры. Продуктивность. Простые множества. Иммунные множества.	6	8-12	0	0	10	
5.	Тема 5. Сводимость по Тьюрингу. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста и теорема Фридберга-Мучника.	6	13-17	0	0	10	
6.	Тема 6. Индексные множества. Теорема о рекурсии..	6	18	0	0	2	
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Рекурсивные функции. Неформальное определение алгоритма..

Примитивно-рекурсивные функции. Диагонализация. Формализации вычислимых функций. Тезис Черча. Геделевы номера. Универсальность. S-m-n теорема. Проблема остановки.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Рекурсивные функции: определение, пример рекурсивной функции, примеры нерекурсивных функций. Неформальное определение алгоритма. Существенные черты алгоритма. Примитивно-рекурсивные функции. Примеры примитивно-рекурсивных функций. Примеры непримитивно-рекурсивных функций, но рекурсивных функций. Диагонализация. Формализации вычислимых функций. Вычислимые функции по Тьюрингу. Вычислимые функции по Клини. Вычислимые функции по Маркову. Тезис Черча: класс вычислимых функций совпадает с классом интуитивно вычислимых функций. Геделевы номера. Существует счетное число частично-рекурсивных функций и существует счетное число общерекурсивных функций. S-m-n теорема. Проблема остановки.

Тема 2. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем. Неразрешимые проблемы в других областях математики. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем: а) определить по любому x , является ли частично-рекурсивная функция (ч.р.ф.) с геделевским номером x постоянной функцией; б) определить по любым x и y , входит ли y в область значений ч.р.ф. с геделевским номером x . Неразрешимые проблемы в других областях математики. Результаты неразрешимости в теории чисел и алгебре. Рассмотрим полиномы от любого числа переменных с рациональными коэффициентами. Существует ли алгоритм для определения по любому такому полиному, имеет ли он решение в рациональных числах (диофантовы корни). Проблема, связанная с этим вопросом, известна под названием проблемы Гильберта. Доказано, что эта проблема неразрешима. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.

Тема 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Основная теорема. Теорема о проекции.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Определение рекурсивного и рекурсивно-перечислимого множества (р.п.м) Примеры рекурсивных и р.п. множеств. Теорема: A - рекурсивное множество $\Rightarrow A$ - р.п.м. Теорема (Пост): A - рекурсивное множество $\Leftrightarrow A$ - р.п.м. и $N-A$ - р.п.м. Основная теорема: A - р.п.м. $\Leftrightarrow A$ - область определения ч.р.ф. Теорема о проекции.

Тема 4. Одно-одно сводимость. Много-одно сводимость. Полные множества. Творческие (креативные) множества. Цилиндры. Продуктивность. Простые множества. Иммунные множества.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Сводимости. Одно-одно сводимость (1-). Понятие и примеры множеств 1- сводимых друг к другу. Много-одно сводимость (m-). Понятие и примеры множеств m-сводимых друг к другу. Эквивалентные определения 1- и m- сводимых множеств. Полные множества. Определение полного множества. Примеры полных множеств. Творческие (креативные) множества. Креативные множества являются 1- полными и m- полными. Цилиндры. Определение цилиндра и основные свойства. Продуктивность. Определение продуктивного множества. Дополнение креативного множества является продуктивным. Теоремы о продуктивных множествах. Простые множества. Определение простого множества. Существование простого множества. Иммунные множества. Определение иммунного множества. Свойства иммунных множеств. Примеры иммунных множеств.

Тема 5. Сводимость по Тьюрингу. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста и теорема Фридберга-Мучника.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Сводимость по Тьюрингу. Определение интуитивной сводимости одного множества к другому. Примеры интуитивно сводимых множеств. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Определение машины Тьюринга с оракулом. Расширенная клиниева формализация. Множество A рекурсивно относительно множества B . Множество A по тьюрингу сводимо к множеству B . Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста: существует ли р.п.м. которое не рекурсивно и не Т-полно? Теорема Фридберга-Мучника. Существуют р.п.м. A и B , такие, что A и B не сравнимы относительно Т-сводимости.

Тема 6. Индексные множества. Теорема о рекурсии..

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Индексные множества. Определение индексного множества. Теоремы айса и Райса-Шапиرو. Применение индексных множеств в доказательствах теорем в теории алгоритмов. Теорема о рекурсии или теорема о неподвижной точке. Примеры использования теоремы о неподвижной точки при доказательстве теорем.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Рекурсивные функции. Неформальное определение алгоритма.. Примитив-но-рекурсивные функции. Диагонализация. Формализации вычислимых функций. Тезис Черча. Геделевы номера. Универсальность. S-m-n теорема. Проблема остановки.	6	1-3	подготовка к домашнему заданию	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем. Неразрешимые проблемы в других областях математики. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.	6	4-5	подготовка к домашнему заданию	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Основная теорема. Теорема о проекции.	6	6-7	подготовка к домашнему заданию	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Одно-одно сводимость. Много-одно сводимость. Полные множества. Творческие (креативные) множества. Цилиндры. Продуктивность. Простые множества. Иммунные множества.	6	8-12	подготовка к домашнему заданию	10	домашнее задание
5.	Тема 5. Сводимость по Тьюрингу. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста и теорема Фридберга-Мучника.	6	13-17	подготовка к домашнему заданию	10	домашнее задание
6.	Тема 6. Индексные множества. Теорема о рекурсии..	6	18	подготовка к домашнему заданию	2	домашнее задание
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторно-практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Рекурсивные функции. Неформальное определение алгоритма..
Примитив-но-рекурсивные функции. Диагонализация. Формализации вычислимых функций. Тезис Черча. Геделевы номера. Универсальность. S-m-n теорема. Проблема остановки.

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач. Написать примитивно-рекурсивную схему для функции $f(x,y)=x+y$.

Тема 2. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем. Неразрешимые проблемы в других областях математики. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач. Написать программу на языке машины Тьюринга , вычисляющую функцию $f(x)=2^x$

Тема 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Основная теорема. Теорема о проекции.

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач. Покажите , что объединение и пересечение рекурсивно-перечислимых множеств является рекурсивно перечислимым множеством. Покажите , что рекурсивные множества замкнуты относительно операций объединения , пересечения и дополнения. Покажите что р.п.м. не замкнуты относительно операции дополнения

Тема 4. Одно-одно сводимость. Много-одно сводимость. Полные множества. Творческие (креативные) множества . Цилиндры. Продуктивность. Простые множества. Иммунные множества.

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач. Покажите что три определения сводимости являются эквивалентными

Тема 5. Сводимость по Тьюрингу. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста и теорема Фридберга-Мучника.

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач. Покажите , что отношение " A рекурсивно перечислимо относительно B" не является транзитивным. Покажите , что отношение " A рекурсивно относительно B" является транзитивным

Тема 6. Индексные множества. Теорема о рекурсии..

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач. Покажите, что индексные множества семейств конечных множеств не являются рекурсивно-перечислимыми

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета. Полный список вопросов к зачету в Приложении 1.

Примерные вопросы для зачета

1. Рекурсивные функции.
2. Неформальное определение алгоритма.
3. Примитивно-рекурсивные функции.
4. Формализации вычислимых функций. Тезис Черча.
5. Проблема остановки.
6. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем.
7. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.
8. Основная теорема.
9. Теорема о проекции.

Контрольная работа.

Написать примитивно-рекурсивную схему для функции $f(x,y)=x+y$.

Написать программу на языке машины Тьюринга, вычисляющую функцию $f(x)=2^x$

Контрольная работа

Покажите, что объединение и пересечение рекурсивно-перечислимых множеств является рекурсивно перечислимым множеством.

Покажите, что рекурсивные множества замкнуты относительно операций объединения, пересечения и дополнения.

Покажите что р.п.м. не замкнуты относительно операции дополнения

7.1. Основная литература:

1. Громкович, Юрай. Теоретическая информатика : Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию.– Издание 3-е.– СПб : БХВ-Петербург, 2010.– 336 с.
2. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Игошин . М. : Академия, 2004 . 448 с. ISBN 5-7695-1363-2
3. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=242738>
4. Теория алгоритмов: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 318 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=241722>
5. Зверев Г.Н. Теоретическая информатика и её основания. Том 2. - М.: Физматлит, 2008. - 576 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2378

7.2. Дополнительная литература:

1. Барвайз Дж. (ред.) Справочная книга по математической логике. Ч. 3. Теория рекурсии. - М., 1982..
2. Теория алгоритмов / А. А. Марков, Н. М. Нагорный . Москва : Наука, 1984 . 432 с.
3. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость / Х. Роджерс ; Под ред. В. А. Успенского; Пер. с англ. В. А. Душского; Пер. М. И. Кановича; Пер. Е. Ю. Ногиной . Москва : Мир, 1972 . 624с.
4. Вычислимо перечислимые множества и степени : изучение вычислимых функций и вычислимо перечислимых множеств / Роберт И. Соар ; пер. с англ. под ред. М. М. Арсланова . Казань : Казанское математическое общество, 2000 . 576 с. : ил. ; 22 . Загл. и авт. ориг.: Resursively enumerable sets and degrees / Robert I. Soare . Библиогр.: с. 510-548 . Предм. указ.: с. 562-576.

7.3. Интернет-ресурсы:

1. Теория алгоритмов: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 318 с. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=241722>
2. Лавров, И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Электронный ресурс] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. - 5-е изд., исправл. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=410509>
3. Марченков, С. С. Рекурсивные функции [Электронный ресурс] / С. С. Марченков. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 64 с. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=439978>
4. Теория алгоритмов Полный конспект лекций по курсу1 Доцент кафедры ДМИ, к. ф.-м. н. С. Ю. Подзоров НГУ, 2003 ? 2004. - nsu.ru/education/podzorov/Alg/Course.pdf
5. Х.Роджерс Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость - <http://mexalib.com/view/27223>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория алгоритмов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером), а так же в специализированных компьютерных кабинетах.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическая кибернетика .

Автор(ы):

Ахтямов Р.Б. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

"__" _____ 201__ г.