МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.
____
"___"______________20___ г.

Программа дисциплины

Уравнения с частными производными Б1.В.ОД.9

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки
Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Автор(ы):
Бикчантаев И.А. , Салехов Л.Г. , салехов Леонард Гарунович
Рецензент(ы):
Агачев Ю.Р.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" ___________ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :
Протокол заседания УМК No ____ от "____" ___________ 201__г

Регистрационный No

Казань
2018

Содержание

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , Ildar.Bikchantaev@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Салехов Л.Г. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , Leonard.Salekhov@kpfu.ru ; салехов Леонард Гарунович

1. Цели освоения дисциплины

Целью изучения данной дисциплины является ознакомление студентов с современным аппаратом обобщенных функций, который дает возможность исследовать решения уравнений в частных производных на основе теории уравнений в свертках.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.9 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Данная учебная дисциплина входит в раздел "Б.3. Общепрофессиональный цикл. Вариативную (профильную) часть" ФГОС-3 по направлению подготовки "Математика".

Для изучения дисциплины необходимы компетенции, сформированные у обучающихся в результате обучения в средней общеобразовательной школе и в результате освоения дисциплин ООП подготовки бакалавра "Математический анализ", "Алгебра", "Дифференциальные уравнения", "Функциональный анализ".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	владением методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук
ПК-2 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе проблем техники и естествознания;
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности;
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью создавать и исследовать новые математические модели реальных тел и конструкций;
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельному анализу физических аспектов в классических постановках математических задач и задач механики;
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умением публично представить собственные новые научные результаты ;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные уравнения колебаний, диффузии, Лапласа;

формулировки основных задач - задачи Коши, смешанной задачи (задачи Коши-Адамара), граничной задача.

2. должен уметь:

решать и исследовать указанные выше задачи

3. должен владеть:

основными методами решения и исследования указанных выше задач, а также некоторыми общими методами теории уравнений в частных производных.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять основные методы теории уравнений в частных производных на практике

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Вводные понятия и определения	6	1,2	6	6	0	
2.	Тема 2. Метод Фурье	6	3	2	2	0	
3.	Тема 3. Фундаментальные функциональные пространства	6	4-7	8	8	0	
4.	Тема 4. Обобщенные функции	6	8-11	8	8	0	Контрольная работа
5.	Тема 5. Функции, определенные через дуальность	6	12	2	2	0	
6.	Тема 6. Свертка обобщенных функций	6	13	2	2	0	
7.	Тема 7. Метод характеристик	6	14	2	2	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Пространство обобщенных функций медленного роста	6	15,16	4	4	0	Контрольная работа
9.	Тема 9. Обобщенные функции медленного роста и их применение к решению краевых задач	7	1-10	8	10	0	
10.	Тема 10. Элементы теории ядер	7	11-13	6	14	0	Контрольная работа
11.	Тема 11. Уравнение Лапласа и Пуассона	7	14-18	4	12	0	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Экзамен
	Итого			52	70	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Вводные понятия и определения

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Понятие линейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка. Понятие квадратичной формы и классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Постановка задач для уравнений в частных производных второго порядка. Корректность постановки задач. Пример Адамара.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Приведение квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных к каноническому виду. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

Тема 2. Метод Фурье

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Метод Фурье (разделения переменных) решения смешанных задач (задач Коши-Адамара) для уравнений гиперболического и параболического типов.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач из задачника В.С.Владимирова для уравнений гиперболического и параболического типов.

Тема 3. Фундаментальные функциональные пространства

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Понятие классического решения и классической постановки задачи. Необходимость расширения этих понятий. Фундаментальные функциональные пространства. Символика Лорана Шварца. Функция - шапочка. Регуляризация. Регуляризующие последовательности. Теорема регуляризации для обычных функций. Лемма типа Урысона. Дуальность и топологии в дуальном пространстве. Отображение, транспонированное к линейному непрерывному отображению. Его алгебраические и топологические свойства. Каноническое вложение дуальных пространств (без доказательства).

практическое занятие (8 часа(ов)):

Построение сглаживающих функций. Использование регуляризации для обычных функций для построения классических решений уравнений в частных производных.

Тема 4. Обобщенные функции

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Обобщенные функции. Определение, свойства. Характеристика обобщенных функций. Обобщенные функции конечного порядка, их характеристика. Меры Радона. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Разложение единицы. Теорема о разложении единицы. Принцип локализации. Следствие. Обобщенные функции с компактным носителем, их характеристика. Вложение в D'. Действия над обобщенными функциями. Мультипликативное произведение. Дифференцирование. Примеры. Смысловое значение символа и его расширение. Образы обобщенных функций при отображениях. Примеры.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Построение обобщенных решений дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического, параболического и эллиптического типов.

Тема 5. Функции, определенные через дуальность

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Функции, определенные через дуальность. Прямое (тензорное) произведение обобщенных функций. Теоремы существования обобщенных функций.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Нахождение прямых произведений обобщенных функций и доказательство их существования.

Тема 6. Свертка обобщенных функций

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Свертка обобщенных функций. Определение. Свойства. Сверточные алгебры и модули. Примеры. Регуляризующие свойства сверток.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Нахождение сверток обобщенных функций. Регуляризация решений с помощью сверток обобщенных функций.

Тема 7. Метод характеристик

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Пространство Лорана Шварца S. Его топология, свойства. Соотношения между пространством S и некоторыми фундаментальными функциональными пространствами.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Изучение связей между пространством Лорана Шварца S и некоторыми фундаментальными функциональными пространствами.

Тема 8. Пространство обобщенных функций медленного роста

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Пространство S' обобщенных функций медленного роста. Определение. Примеры. Мультипликаторы для S и S' Пространство , его свойства. Преобразование Фурье в S. Алгебра сверточных операторов на S' , свертыватель для S и S'.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Изучение свойств пространства S' обобщенных функций медленного роста. Построение мультипликаторов для пространств S и S'.

Тема 9. Обобщенные функции медленного роста и их применение к решению краевых задач

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Повторение преобразования Фурье в, его фундаментальные свойства, их приложения. Преобразование Фурье в S (Rn). Теоремы об автоморфизме, о перестановке, об изометрии. Теорема о продолжении преобразования Фурье в пространство . Преобразование Фурье в S? (Rn), определение и его обоснование. Теорема об автоморфизме. Фундаментальное свойство (теорема о перестановке). Преобразование Фурье в ε?(Rn). Основная теорема, следствие. Образы Фурье для сдвига и производной функции Дирака, следствие. Образы Фурье для сдвига и производной функции Дирака, следствие. Уравнения сверток. Определение, общие свойства решений. Элементарное решение, его не единственность. Случай, когда элементарное решение принадлежит алгебре операторов. Теорема существования и единственности, следствие. Случай, когда алгебра операторов ε ?. Примеры уравнений сверток. Случай линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Уравнения сверток в D'. Приложение к задаче Коши для обыкновенного линейного дифференциального уравнения m- ого порядка с постоянными коэффициентами , когда правая часть есть локально-интегрируемая функция. Примеры построения элементарных решений в алгебре. Элементарное решение волнового оператора. Обобщенная функция простого слоя на поверхности. Образ Фурье простого слоя на сфере. Отыскание элементарного решения волнового оператора методом преобразования Фурье. Свойства элементарного решения. Метод Фурье для уравнения Лапласа. Метод спуска. Элементарные решения для волновых операторов размерности два и один. Задача Коши для волнового оператора. Теорема существования и единственности. Устойчивость решения. Класс корректности в случае обобщенных функций. Упрощение формулы решения. Регулярность (гладкость) и интегральное представление решения. Формула Кирхгофа, Пуассона и Даламбера.

практическое занятие (10 часа(ов)):

Решение задач на преобразования Фурье в пространстве S (Rn). Изучение свойств этого преобразования.

Тема 10. Элементы теории ядер

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Элементы теории ядер. Линейный оператор P(x,D) в частных производных. Транспонированный к нему оператор. Свойства решений уравнения P(x,D)T=W. Основные сведения из теории ядер. Фундаментальные ядра оператора P(x,D). Определение. Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Гипоэллиптичность. Определение. Теорема Шварца о регулярности. Следствие (в случае операторов с постоянными коэффициентами). Приложение теоремы Л. Шварца: a) гипоэллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из класса C, b) гипоэллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля), c) гипоэллиптичность оператора теплопроводности, d) негипоэллиптичность волнового оператора.

практическое занятие (14 часа(ов)):

Построение ядер для линейного оператор P(x,D) в частных производных. Изучение свойств этих ядер. Построение элементарных решений для линейного оператор P(x,D) в частных производных.

Тема 11. Уравнение Лапласа и Пуассона

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Уравнение Лапласа и Пуассона. Свойства среднего сферического. Тождественность между гармоническими функциями и функциями, обладающими свойством среднего сферического. Принцип экстремума. Первая форма, вторая форма. Потенциал обобщенной функции с компактным носителем. Случай оператора Лапласа. Основные свойства потенциалов. Представление решения уравнения Пуассона через потенциалы. Задача Дирихле, ее постановка. Теорема единственности в предположении существования решения. Определение функции Грина. Интегральное представление решения через функцию Грина, в предположении ее существования. Задача Дирихле для шара. Существование функции Грина для шара. Интегральная формула Пуассона, ее приложения. Неравенство Гарнака. Теорема Лиувилля для гармонических функций.

практическое занятие (12 часа(ов)):

Решение задач Дирихле и Шварца для уравнения Лапласа. Построение функции Грина для уравнения Лапласа в случае шара и полупространства.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Вводные понятия и определения	6	1,2	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	6	Устный опрос
2.	Тема 2. Метод Фурье	6	3	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	3	Устный опрос
3.	Тема 3. Фундаментальные функциональные пространства	6	4-7	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	12	Устный опрос
4.	Тема 4. Обобщенные функции	6	8-11	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	12	Устный опрос
5.	Тема 5. Функции, определенные через дуальность	6	12	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	3	Устный опрос
6.	Тема 6. Свертка обобщенных функций	6	13	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	3	Устный опрос
7.	Тема 7. Метод характеристик	6	14	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	3	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Пространство обобщенных функций медленного роста	6	15,16	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	3	Устный опрос
9.	Тема 9. Обобщенные функции медленного роста и их применение к решению краевых задач	7	1-10	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	22	Устный опрос
10.	Тема 10. Элементы теории ядер	7	11-13	Проработка конспекта лекций, изучение литературы, решение задач	9	Устный опрос
11.	Тема 11. Уравнение Лапласа и Пуассона	7	14-18			
	Итого				76	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Рекомендуемые образовательные технологии: лекции, лабораторные занятия, дискуссия и беседа, решение задач, самостоятельная работа студентов.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Вводные понятия и определения

Устный опрос , примерные вопросы:

Понятие квадратичной формы и классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и их классификация (n>2). Привести к каноническому виду уравнения 1) $u_{xx}+2u_{xy}+2u_{yy}+2u_{yz}+2u_{yt}+2u_{zz}+2u_{tt}=0$, 2) $u_{xy}-u_{xt}+u_{zz}-2u_{zt}+2u_{tt}=0$.

Тема 2. Метод Фурье

Устный опрос , примерные вопросы:

Метод Фурье решения смешанных задач для уравнений гиперболического и параболического типов. Найти общее решение уравнений 1) $u_{xy}-xu_{x}+u=0$, $\forall (x,y) \in R^2$ 2) $u_{xy}-yu_{y}+u=0$, $\forall (x,y)\in R^2$

Тема 3. Фундаментальные функциональные пространства

Устный опрос , примерные вопросы:

Понятие классического решения и классической постановки задачи. Фундаментальные функциональные пространства. Функция - шапочка. Теорема регуляризации для обычных функций. Дуальность и топологии в дуальном пространстве. Каноническое вложение дуальных пространств.

Тема 4. Обобщенные функции

Устный опрос , примерные вопросы:

Обобщенные функции конечного порядка, их характеристика. Меры Радона. Обобщенные функции с компактным носителем, их характеристика. Действия над обобщенными функциями. Типовые примеры контрольной работы 1. Привести к каноническому виду уравнение $u_{xx}+u_{xy}+u_{zz}=0$ 2. Определить тип уравнения. $u_{xx}+2\alpha u_{xy}+u_{yy}+u_{zz}=0$ 3. Решить задачу $au_{t}+bu_{x}+cu=f(x,t), \forall x \in R, t>0, a,b,c \in R$, $u(x,0)=\varphi(x), \forall x \in R$. 4. Найти общее решение уравнения $(a\frac{\partial}{\partial t}+b\frac{\partial}{\partial x}+c)(\alpha\frac{\partial}{\partial t}+\beta\frac{\partial}{\partial x}+\gamma)u=0$, где $a,b,c,\alpha,\beta,\gamma \in R$ 5. Решить задачу $(a\frac{\partial}{\partial t}+b\frac{\partial}{\partial x}+c)^{(2)} u=0, \forall x \in R, t>0$ $u(x,0)=\varphi(x)$, $u_{t}(x,0)=\psi(x)$, $\forall x \in R$ 6. Решить задачу $(a\frac{\partial}{\partial t}+b\frac{\partial}{\partial x}+c)^{(2)} u=f(x,t), \forall x \in R, t>0$ $u(x,0)=0$, $u_{t}(x,0)=0$, $\forall x \in R$. 7. Решить задачу $\{(a\frac{\partial}{\partial t}+b\frac{\partial}{\partial x}+c)^{(2)}+d^2 \} u(x,t)=f(x,t), \forall x \in R, t>0$ $u(x,0)=u_{t}(x,0)=0$, $\forall x \in R$.

Тема 5. Функции, определенные через дуальность

Устный опрос , примерные вопросы:

Функции, определенные через дуальность. Прямое (тензорное) произведение обобщенных функций. Теоремы существования обобщенных функций.

Тема 6. Свертка обобщенных функций

Устный опрос , примерные вопросы:

Свертка обобщенных функций. Сверточные алгебры и модули.

Тема 7. Метод характеристик

Устный опрос , примерные вопросы:

Пространство Лорана Шварца S. Его топология, свойства. Соотношения между пространством S и некоторыми фундаментальными функциональными пространствами. Метод характеристик для полуограниченной струны в случае жесткого закрепления конца.

Тема 8. Пространство обобщенных функций медленного роста

Устный опрос , примерные вопросы:

Пространство S' обобщенных функций медленного роста. Мультипликаторы для S и S' Пространство , его свойства. Преобразование Фурье в S. Алгебра сверточных операторов на S' , свертыватель для S и S'. Метод характеристик для ограниченной струны. Типовые примеры контрольной работы 1. Решить задачу $\square_a u=\frac{1}{2}\left[cos(\lambda_{k}(x-at))-cos(\lambda_k (x+at))\right]$, $0<x<l,t>0$, где $\square_{a}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}$, $u(x,0)=0, u_t (x,0)=0, 0<x<l$, $u(0,t)=0, u_x (l,t)=0, t>0$, где $\lambda_k=\frac{\pi (2k+1)}{2l}$. 2. По бесконечной однородной струне бежала волна со скоростью a, приняв ее начальное возмущение в момент t=0, найти колебания струны. 3. Задача Коши-Адамара для вынужденных колебаний полуограниченной струны при жестком креплении конца. 4. Решить задачу $u_{tt}=a^2 u_{xx}+\sin\frac{n\pi x}{l} \cos\frac{n\pi a t}{l}$, $0<x<l,t>0$, $u(x,0)=\sin\frac{n\pi x}{l}$, $0<x<l$, $u_{t}(x,0)=\sin\frac{n\pi x}{l}$, $0<x<l$. 5. Решить задачу $u_{tt}=u_{xx}$, $D:=\{0<t<kx\},0<k<1$ $u(x,0)=x$, $u(x,kx)=0$, $\forallx \in R$ 6. Решить задачу $\delta u =-Axy$, A - const, $r \leq R$ 7. Решить задачу $u_{tt}+\alpha u_{t}=u_{xx}+\beta u_{x}=\gamma u$, $0<x<l$, $t>0$, $u(x,0)=\phi(x)$, $u_{t}(x,0)=\psi(x)$, $0<x<l$, $u(0,t)=u(l,t)=0$, $t>0$.

Тема 9. Обобщенные функции медленного роста и их применение к решению краевых задач

Устный опрос , примерные вопросы:

Метод Фурье для уравнения Лапласа. Метод спуска. Элементарные решения для волновых операторов размерности два и один. Задача Коши для волнового оператора. Формула Кирхгофа, Пуассона и Даламбера

Тема 10. Элементы теории ядер

Устный опрос , примерные вопросы:

Линейный оператор P(x,D) в частных производных. Транспонированный к нему оператор. Свойства решений уравнения P(x,D)T=W. Фундаментальные ядра оператора P(x,D). Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Гипоэллиптичность. Теорема Шварца о регулярности. Примерные вопросы контрольной работы 1. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. 2. Задача о распространении краевого режима на полупрямой. 3. Задача Гурса. 4. Задача Коши для обыкновенного линейного дифференциального уравнения m- ого порядка с постоянными коэффициентами , когда правая часть есть локально-интегрируемая функция. 5. Отыскание элементарного решения волнового оператора методом преобразования Фурье.

Тема 11. Уравнение Лапласа и Пуассона

зачет и экзамен

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен

Примерные вопросы к :

Вопросы к экзамену.

1. Уравнение колебаний. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.

2. Уравнение диффузии. Стационарное уравнение.

3. Классификация квазилинейных дифференциальных уравнений второго порядка в точке.

4. Характеристические поверхности (характеристики).Примеры характеристик (волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Пуассона).

5. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными.

6.Постановка основных краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Классификация краевых задач. Задача Коши. Роль характеристик в постановке задачи Коши.

7. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача. Задача Гурса и Трикоми. Корректность постановок задач математической физики.

8. Уравнение Лапласа. Фундаментальное решение. Основные свойства гармонических функций.

9. Интегральное представление гармонических функций. Формулы о среднем арифметическом. Принцип экстремума и единственность решения задачи Дирихле.

10. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для шара. Формула Пуассона.

11.Решение задачи Дирихле для полупространства. Некоторые следствия, вытекающие из формулы Пуассона. Теоремы Лиувилля и Гарнака.

12. Потенциал объемных масс. Непрерывность потенциала объемных масс и его производных первого порядка.

13. Уравнение Пуассона. Формула Гаусса.

14. Потенциал двойного слоя.

15.Формулы скачка для потенциала двойного слоя и редукция задачи Дирихле к интегральному уравнению.

16. Потенциал простого слоя. Задача Неймана.

17. 1) Общее линейное уравнение эллиптического типа второго порядка.Сопряженные операторы. Формула Грина.

2) Первая краевая задача для уравнения теплопроводности.

18. Существование решений линейного эллиптического уравнения второго порядка. Постановка краевых задач. Принцип экстремума. Единственность решения задачи Дирихле.

19. Волновое уравнение с тремя, двумя и одной пространственными переменными.

20. Понятие области зависимости, области влияния и области определения. Неоднородное волновое уравнение.

21. Единственность решения задачи Коши. Корректность постановки задачи Коши. Общая постановка задачи Коши.

22. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Функция Римана.

23.Задачи Гурса и Коши для общего линейного уравнения второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными.

24.Применения метода Фурье к изучению свободных колебаний струны.

25. Общая схема метода Фурье.

26. 1) Единственность решения смешанной задачи для общего линейного уравнения второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными.

2) Постановка задачи Коши-Дирихле для уравнения теплопроводности и доказательство существования ее решения. Единственность и устойчивость решения задачи Коши-Дирихле.

27. Уравнение теплопроводности. Первая краевая задача. Принцип экстремума.

28. Определение обобщенного решения задачи Дирихле. Два основных неравенства.

29. Единственность и существование обобщенного решения задачи Дирихле.

7.1. Основная литература:

1.. И.А. Бикчантаев, Л.Г. Салехов. Дифференциальные уравнения в обобщенных функциях. Учебное пособие. Казань. Казанский университет. 2017. - 62 с. Выставлена на сайте библиотеки КФУ. (http://dspace.kpfu.rU/xmlui/handle/net/116959)

2. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений.- 2-е изд.,стереотип. - Санкт-Петербург: Лань, 2011 - 304 стр.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1542

3. Салехова И.Г., Аблаева С.Г. Методическое пособие для проведения практических занятий по курсу Уравнения математической физики. - Казань: КФУ, 2010. 149 с. http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-785436.pdf.

7.2. Дополнительная литература:

1. Уравнения математической физики/ В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2000. - 400 с. https://e.lanbook.com/reader/book/2363/#1

2. Лекции по уравнениям математической физики / М. М. Карчевский ; Казан. гос. ун-т . Казань : Казанский государственный университет, 2009.

3.Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. - СПб.: Лань, 2008. - 288 с. URL

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=126

7.3. Интернет-ресурсы:

MathGuide - http://www.mathguide.de/

Wolfram MathWorld - http://mathworld.wolfram.com/

Единое окно доступа к образовательным ресурсам - http://window.edu.ru/

Мир математических уравнений - http://eqworld.ipmnet.ru

Общероссийский математический портал Math-Net.Ru - http://www.mathnet.ru/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Уравнения с частными производными" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB,audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудованием имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекционная аудитория с мультимедиапроектором, ноутбуком и экраном.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):
Бикчантаев И.А. ____________________
Салехов Л.Г. ____________________
салехов Леонард Гарунович ____________________
"__" _________ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Агачев Ю.Р. ____________________
"__" _________ 201 __ г.