

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Геометрия линейных нормированных пространств Б1.В.ДВ.8

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Новиков А.А.

**Рецензент(ы):**

Насыров С.Р.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Новиков А.А. Кафедра математического анализа отделение математики , A.Nobukob@gmail.com

### 1. Цели освоения дисциплины

Программа курса 'Геометрия линейных нормированных пространств' призвана рассказать студентам о продвинутых концепциях и понятиях функционального анализа. Целью курса является освоение студентом оснований теории инвариантов в нормированных пространствах.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.8 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Для освоения курса 'Неограниченные операторы в гильбертовом пространстве' необходимы сведения и навыки из дисциплины Б.10 Алгебра, Б.9 Математический анализ, Б.16 Функциональный анализ.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность передавать результаты проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучаемого явления
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен демонстрировать способность и готовность к проведению научно-исследовательской работы в области теории функций, функционального анализа, теории вероятностей или математической статистики.

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Изометрические изоморфизмы банаховых пространств. Теорема Мазура-Улама.	7		2	2	0	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Теорема Банаха-Штейнгауза и принцип равномерной ограниченности.	7		2	2	0	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Двойственность и слабая топология. Теорема о биполяре. Теорема Банаха-Алаоглу.	7		2	2	0	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Критерий рефлексивности в терминах компактности единичного шара в слабой топологии. Теорема Банаха-Гротендика	7		2	2	0	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Теорема Крейна-Шмульяна и теорема Крейна-Мильмана	7		2	2	0	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов на $C(K)$ .	7		2	2	0	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Банаховы пространства, изоморфные гильбертовым	7		2	2	0	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Универсальные банаховы пространства.	7		2	2	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
9.	Тема 9. Безусловно сходящиеся ряды и теорема Дворецкого-Роджерса.	7		2	2	0	Письменное домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			18	18	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### **Тема 1. Изометрические изоморфизмы банаховых пространств. Теорема Мазура-Улама. лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определение изометрического изоморфизма банаховых пространств. Теорема Мазура-Улама.

##### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Доказательство изоморфизмов различных пространств.

##### **Тема 2. Теорема Банаха-Штейнгауза и принцип равномерной ограниченности.**

##### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема Бэра о категориях. Теорема Банаха об обратном операторе. Теорема Банаха-Штейнгауза.

##### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение упражнений на доказательство.

##### **Тема 3. Двойственность и слабая топология. Теорема о биполяре. Теорема Банаха-Алаоглу.**

##### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Двойственность. Слабая топология, \*-слабая топология. Формулировка теоремы Хана-Банаха. Теорема о биполяре. Теорема Банаха-Алаоглу.

##### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Примеры применения теорем.

##### **Тема 4. Критерий рефлексивности в терминах компактности единичного шара в слабой топологии. Теорема Банаха-Гротендика**

##### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Критерий рефлексивности в терминах компактности единичного шара. Теорема Банаха-Гротендика.

##### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Упражнения на доказательства о топологии Макки.

##### **Тема 5. Теорема Крейна-Шмульяна и теорема Крейна-Мильмана**

##### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема Крейна-Шмульяна. Теорема о замкнутой линейной оболочке компакта. Теорема Крейна-Мильмана.

##### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Применение теоремы Крейна-Мильмана для доказательства неизоморфности различных банаховых пространств друг другу.

##### **Тема 6. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов на $C(K)$ .**

##### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема Рисса о представлении линейных функционалов на  $C(K)$ . Конечно-аддитивные заряды. Лемма Ки Фана.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Выделение нормальной и регулярных частей из линейного функционала.

**Тема 7. Банаховы пространства, изоморфные гильбертовым**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Критерий изоморфности банахова пространства гильбертову пространству.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Доказательство изоморфности гильбертову пространству.

**Тема 8. Универсальные банаховы пространства.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема об изометрическом вложении сепарабельного банахова пространства в  $C[0,1]$  и в  $l_1$ .

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Примеры построения вложений.

**Тема 9. Безусловно сходящиеся ряды и теорема Дворецкого-Роджерса.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определение безусловно сходящегося ряда. Теорема Дворецкого-Роджерса. Следствие.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Доказательство безусловной сходимости рядов.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Изометрические изоморфизмы банаховых пространств. Теорема Мазура-Улама.	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Теорема Банаха-Штейнгауза и принцип равномерной ограниченности.	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Двойственность и слабая топология. Теорема о биполяре. Теорема Банаха-Алаоглу.	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Критерий рефлексивности в терминах компактности единичного шара в слабой топологии. Теорема Банаха-Гротендика	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Теорема Крейна-Шмульяна и теорема Крейна-Мильмана	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов на $C(K)$ .	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Банаховы пространства, изоморфные гильбертовым	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Универсальные банаховы пространства.	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Безусловно сходящиеся ряды и теорема Дворецкого-Роджерса.	7		подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
	Итого				36	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Используется компьютерная визуализация.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Изометрические изоморфизмы банаховых пространств. Теорема Мазура-Улама.

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

Доказать изометрическую изоморфность двух пространств.

#### Тема 2. Теорема Банаха-Штейнгауза и принцип равномерной ограниченности.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Доказать равномерную ограниченность множества операторов.

### **Тема 3. Двойственность и слабая топология. Теорема о биполяре. Теорема Банаха-Алаоглу.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Используя теорему Банаха-Алаоглу доказать достижимость максимального значения  $*$ -слабо непрерывной функции.

### **Тема 4. Критерий рефлексивности в терминах компактности единичного шара в слабой топологии. Теорема Банаха-Гротендика**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка рефлексивности пространства по критерию.

### **Тема 5. Теорема Крейна-Шмульяна и теорема Крейна-Мильмана**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство неизоморфности двух банаховых пространств при помощи теоремы Крейна-Мильмана.

### **Тема 6. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов на $C(K)$ .**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Представить линейный функционал с заданными свойствами функционалом на  $C(K)$ .

### **Тема 7. Банаховы пространства, изоморфные гильбертовым**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство гильбертовости некоторых пространств.

### **Тема 8. Универсальные банаховы пространства.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение представлений некоторых пространств в виде вложения в  $C(K)$  и  $l_1$ .

### **Тема 9. Безусловно сходящиеся ряды и теорема Дворецкого-Роджерса.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка безусловной сходимости ряда.

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 7 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

1. Доказательство теоремы Крейна-Шмульяна.
2. Проверка безусловной сходимости ряда.

#### **7.1. Основная литература:**

Элементы теории функций и функционального анализа, Колмогоров, Андрей Николаевич;Фомин, Сергей Васильевич, 2006г.

Булевы алгебры и квантовые логики, Султанбеков, Фоат Фаритович, 2007г.

Введение в математический анализ в вопросах и задачах, Анчиков, Анатолий Михайлович;Валиуллин, Рафкат Лутфуллович;Даишев, Ринат Абдурашидович, 2006г.

1. От решеток к булевым алгебрам:Уч.пос./Ф.Ф.Султанбеков-Казань: Казанский (Приволжский )федеральный университет,2012-74с.:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2012\\_000032.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2012_000032.pdf)>.
2. Конспект лекций по математическому анализу: Учебное пособие/ А.Н. Шерстнев. -Казань:2009.-374с.:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)>.

#### **7.2. Дополнительная литература:**



Функциональный анализ, Канторович, Леонид Витальевич;Акилов, Глеб Павлович, 2004г.

Функциональный анализ, Ильин, В. А.;Баталина, И. А., 2006г.

Квантовый функциональный анализ в бескоординатном изложении, Хелемский, Александр Яковлевич, 2009г.

Функциональный анализ, Луговая, Галина Дмитриевна;Шерстнев, Анатолий Николаевич, 2008г.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

arxiv.org - <http://arxiv.org>

University of Virginia - <http://people.virginia.edu/~yqd3p/pdf/functional/week3.pdf>

М.И. Кадец - Геометрия нормированных пространств -

<http://www.mathnet.ru/links/4fa00d588e432a6fd51272c9911a4bc1/intm36.pdf>

Независимый Московский университет - <https://www.mccme.ru/ium/>

Сайт ИММ КФУ - <http://kpfu.ru/math/student/library>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Геометрия линейных нормированных пространств" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Необходим проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Новиков А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Насыров С.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.