

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины
Обобщенные краевые задачи Б1.В.ДВ.9

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Киясов С.Н.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Киясов С.Н. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, Sergey.Kijasov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Обобщенные краевые задачи" являются:

- 1) получить углубленные знания в области краевых задач и приводящихся к ним интегральных уравнений типа свертки;
- 2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах исследования и решения краевых задач со сдвигом и интегральных уравнений типа свертки;
- 3) научиться применять полученные теоретические знания к решению конкретных задач.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.9 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Дисциплина "Обобщенные краевые задачи" входит в цикл профессиональных дисциплин по выбору.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, абстрактная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения, комплексный анализ и специального курса краевые задачи для аналитических функций и сингулярные интегральные уравнения..

Освоение дисциплины "Обобщенные краевые задачи" выводит обучающихся на передний край науки, что позволит проводить им самостоятельные исследования при выполнении курсовых и дипломных работ по данному направлению.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Знать основные понятия теории краевых задач, сингулярных интегральных уравнений со сдвигом и уравнений типа свертки, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2. должен уметь:

Уметь решать краевые задачи, сингулярные интегральные уравнения со сдвигом и уравнения типа свертки, допускающие получение решений в замкнутой форме;

3. должен владеть:

Владеть математическим аппаратом, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

1) знать: основные понятия теории краевых задач, сингулярных интегральных уравнений со сдвигом и уравнений типа свертки, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2) уметь: решать краевые задачи, сингулярные интегральные уравнения со сдвигом и уравнения типа свертки, допускающие получение решений в замкнутой форме;

3) владеть: математическим аппаратом, методами решения задач и доказательствами утверждений в этой области.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора. [1], Г.1: ♦						

1-♦ 5, п. 5.3; [3], Г.I, ♦ 5, ♦ 8. [1], Г.I: ♦ 5, п. 5.1, п. 5.2; [2], Г.II: ♦ 14 п. 14.1-14.5; [2], Г.VI: ♦ 43

8

1

4

4

0

Отчет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
2.	Тема 2. Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. [1], Г.II: ♦ 6-8	8	2-3	4	4	0	Отчет
4.2	<p>Содержание дисциплины.</p> <p>Тема 3. Краевая задача Геземана. Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора. [1], Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. [1], Г.I: ♦ 5, п. 5.1, п. 5.2; [2], Г.II: ♦ 14 п. 14.1-14.5; [2], Г.VI: ♦ 43</p> <p>лекционное занятие (4 часа(ов)): Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования сдвига и комплексного сопряжения.</p> <p>практическое занятие (4 часа(ов)): Темы докладов: 1. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши ([2], гл.3, ♦ 21: 21.1-21.5 задачи 1-6 к главе 3). 2. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора ([3], гл.1 ♦ 4, 5)</p>	8	3-4	4	4	0	Отчет
	<p>Тема 4. Краевая задача типа задачи Карлемана. Интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. [1], Г.II: ♦ 6-8</p> <p>Г.III: ♦ 13,14</p> <p>лекционное занятие (4 часа(ов)): Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). . Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. трехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана).</p> <p>практическое занятие (4 часа(ов)): Тема докладов: Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига) ([1], гл.2, ♦ 7) устойчивом случае. [1], Г.V: ♦ 17-19</p> <p>Тема 3. Краевая задача Геземана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 10, 11</p> <p>лекционное занятие (4 часа(ов)):</p>	8	6-8	4	4	0	Отчет
				22	22	0	Экзамен

Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. .

практическое занятие (4 часа(ов)):

Темы докладов: 1. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. 2. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. ([1], гл.2, ♦ 11)

Тема 4. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 13,14

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Темы докладов: Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. ([1], гл.2, ♦ 14)

Тема 5. Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае. [1], Г.V: ♦ 17-19 .

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Темы докладов: Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. ([1], гл.2, ♦ 18)

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	<p>Тема 1. Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора. [1], Г.I: ♦ 1-♦ 5, п. 5.3; [3], Г.I, ♦ 5, ♦ 8. [1], Г.I: ♦ 5, п. 5.1, п. 5.2; [2], Г.II: ♦ 14 п. 14.1-14.5; [2], Г.VI: ♦ 43</p>	8	1	подготовка к отчету	6	отчет

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	<p>Тема 2. Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. [1], Г.И: ♦ 6-8</p>	8	2-3	подготовка к отчету	6	отчет

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	<p>Тема 3. Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана.</p> <p>Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 10, 11</p>	8	3-4	подготовка к отчету	4	отчет
4.	<p>Тема 4. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана.</p> <p>Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 13,14</p>	8	5-6	подготовка к отчету	4	отчет

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае. [1], Г.V: ♦ 17-19 .	8	6-8	подготовка к отчету	4	отчет
				подготовка к отчету	4	отчет
	Итого				28	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора. [1], Г.I: ♦ 1-♦ 5, п. 5.3; [3], Г.I, ♦ 5, ♦ 8. [1], Г.I: ♦ 5, п. 5.1, п. 5.2; [2], Г.II: ♦ 14 п. 14.1-14.5; [2], Г.VI: ♦ 43

отчет , примерные вопросы:

Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора.

Тема 2. Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. [1], Г.II: ♦ 6-8

отчет , примерные вопросы:

Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции.

Тема 3. Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 10, 11

отчет , примерные вопросы:

Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом.

Тема 4. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 13,14

отчет , примерные вопросы:

Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 13,14

Тема 5. Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае. [1], Г.V: ♦ 17-19 .

отчет , примерные вопросы:

Частные случаи четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае

отчет , примерные вопросы:

Частные случаи четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае

Итоговая форма контроля

экзамен (в 8 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Вопросы к экзамену.

1. Сингулярного интегрального уравнения со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
2. Связь между разрешимостью и числом решений соответствующей системы сингулярного интегрального уравнения со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига) и сопутствующего уравнения и союзных с ними уравнений.
3. Связь между сопутствующими сингулярными интегральными операторами со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
4. Теория Негера сингулярного интегрального уравнения со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
5. Сингулярное интегральное уравнения со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
6. Связь между разрешимостью и числом решений соответствующей системы, сопутствующих уравнений и союзных с ними уравнений (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
7. Связь между сопутствующими операторами (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
8. Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции.
9. Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. . Решение краевой задачи Газемана по скачку.

10. Теорема конформного склеивания и сведение краевой задачи Газемана к краевой задаче Римана.
11. Краевая задача Карлемана. Постановка задачи. Условия разрешимости.
12. Решение внутренней задачи Карлемана по скачку.
13. Теорема конформного склеивания и сведение краевой задачи Карлемана к краевой задаче Римана на разомкнутом контуре.
14. Решение внутренней краевой задачи Карлемана.
15. Интегральные представления для функции, аналитической в неограниченной области. Решение внешней краевой задачи Карлемана по скачку.
16. Теорема конформного склеивания для внешней краевой задачи Карлемана.
17. Краевая задача типа задачи Карлемана. Условия разрешимости. Связь с краевой задачей Гильберта.
18. Интегральные представления. Решение внутренней краевой задачи типа задачи Карлемана по скачку в случае нетождественного сдвига.
19. Решение внутренней краевой задачи типа задачи Карлемана в случае четного индекса Коши коэффициента однородной задачи.
20. Решение внутренней краевой задачи типа задачи Карлемана в случае тождественного сдвига и нечетного индекса Коши коэффициента однородной задачи.
21. Интегральные представления для функции, аналитической в неограниченной области. Решение внешней краевой типа задачи Карлемана по скачку.
22. Картина разрешимости внешней краевой типа задачи Карлемана.
23. Обобщенная краевая задача Римана. Сведение обобщенной краевой задачи Римана на окружности к задаче Римана для системы двух пар функций
24. Теория разрешимости обобщенной задачи Римана в устойчивом случае.
25. Теория разрешимости обобщенной задачи Римана в вырожденном случае.
26. Теория разрешимости четырехмерной обобщенной задачи Римана в устойчивом и вырожденном случаях.

Примеры экзаменационного билетов:

Билет 1.

1. Решение внутренней задачи Карлемана по скачку.
2. Сингулярное интегральное уравнения со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).

7.1. Основная литература:

1. Шабунин М.И. Сидоров Ю.В. - Теория функций комплексного переменного. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2013. - 248с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42610
2. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. ?Издание 6-е, стереотипное. ?Москва: Физматлит, 2010. ?336 с.
3. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс] : учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов ; под ред. В.А. Ильина. ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2010. ? 336 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48167>

7.2. Дополнительная литература:

1. Посицельская Л.Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. М.: Физматлит", 2006. -136 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2283
2. И.И. Привалов. Введение в теорию функций комплексного переменного. Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 432 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322

3. Волковиский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г.

Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - 4-е изд., перераб. - М.: Физматлит, 2006. - 312 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2763

7.3. Интернет-ресурсы:

Гахов Ф.Д. Краевые задачи (3-е изд.). М.: Наука, 1977 -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Gahov1977ru.djvu>

Гурвиц А., Курант Р. Теория функций. М.: Наука, 1968 -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/GurvicKurant1968ru.djvu>

Краснов М.Л. Интегральные уравнения: введение в теорию. М.: Наука, 1975 -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Krasnov1975ru.djvu>

Манжиров А.В., Полянин А.Д. Методы решения интегральных уравнений: Справочник. М.: Факториал, 1999 -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/ManzhirovPolyanin1999ru.djvu>

Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые их приложения к математической физике (3-е изд.). М.: Наука, 1968 -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Musxelishvili1968ru.djvu>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Обобщенные краевые задачи" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Киясов С.Н. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. _____

"__" _____ 201__ г.