

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Дополнительные главы обыкновенных дифференциальных уравнений Б1.В.ДВ.7

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Жегалов В.И. , Шурыгин В.В.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. , Гарифьянов Фархат Нургаязович

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Жегалов В.И. Кафедра математического анализа отделение математики , Valentin.Zhegalov@kpfu.ru ; доцент, к.н. Шурыгин В.В. Кафедра геометрии отделение математики , 1Vadim.Shurygin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Дополнительные главы обыкновенных дифференциальных уравнений" являются:

- 1) углубление и расширение базового курса "Обыкновенные дифференциальные уравнения";
- 2) изучение геометрических методов решения и исследования обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных;
- 3) изучение методов группового анализа, использование которых позволяет понижать порядок, а в некоторых случаях получать полное решение, обыкновенных дифференциальных уравнений и находить отдельные классы точных решений линейных и нелинейных уравнений математической физики;
- 4) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях;
- 5) получение обучающимися представления о месте дифференциальных уравнений в общем спектре подходов к исследованию прикладных задач;
- 6) ознакомление с возникающими при этом специфическими моментами.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина "Дополнительные главы обыкновенных дифференциальных уравнений" входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия.

Освоение дисциплины "Дополнительные главы обыкновенных дифференциальных уравнений" необходимо при последующем изучении дисциплин "Уравнения в частных производных" ("Уравнения математической физики"), "Дифференциальная геометрия и топология" и ряда других.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, области применения методов группового анализа, возможные сферы их приложений, закономерности и результаты различных вариантов борьбы за существование

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, для каждого из изучаемых процессов охарактеризовать методику применяемого исследования и получаемый результат, обосновать основные эффекты творческой работы в условиях бесконфликтности при различных способах организации коллектива

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами нахождения решений дифференциальных уравнений с помощью симметрий, методами группового анализа

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Ориентироваться в теории и практике математического моделирования и группового анализа, основанных на результатах общего курса дифференциальных уравнений

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория борьбы биологических видов за существование.	6	1	2	2	0	
2.	Тема 2. Теория творческого процесса	6	2	3	3	0	
3.	Тема 3. Оптимальное управление	6	4	3	3	0	
4.	Тема 4. Разные задачи	6	6	3	3	0	
5.	Тема 5. Векторные поля.	6	7	2	2	0	
6.	Тема 6. Однопараметрические группы преобразований	6	8	2	2	0	Контрольная работа
7.	Тема 7. Инвариантные уравнения	6	9	1	1	0	
8.	Тема 8. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями	6	10	2	2	0	
9.	Тема 9. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу симметрий	6	11	2	2	0	Контрольная работа
10.	Тема 10. Интегрирование в квадратурах с помощью двумерной алгебры симметрий	6	12	2	2	0	
11.	Тема 11. Общая классификация уравнений второго порядка.	6	13	1	1	0	
12.	Тема 12. Признаки линеаризуемости уравнения второго порядка	6	14	2	2	0	
13.	Тема 13. Линеаризация уравнений третьего порядка	6	16	1	1	0	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого			26	26	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Теория борьбы биологических видов за существование.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Борьба за общую пищу. Модель хищник-жертва. Линейная модель враждебных действий.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Дифференциальные модели в экологии. Математическая теория эпидемий.

Тема 2. Теория творческого процесса

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Теория творческого процесса. Необходимые вводные сведения. Построение общей модели и вывод на примере минимального коллектива (2 участника) основных закономерностей.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Получение первоначальных выводов. Первые подходы к построению общей модели. Обобщение на многомерные коллективы со структурами "солнце" и "колесо".

Тема 3. Оптимальное управление

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Постановка задачи, уравнение Беллмана.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Принцип максимума Понтрягина.

Тема 4. Разные задачи

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Законы Кеплера движения планет. Траектория поиска подводной лодки. Эффективность рекламы. Спрос и предложение.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Экологическая задача. Расщепление сложного вещества. Взлет ракеты.

Тема 5. Векторные поля.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Диффеоморфизмы открытых множеств в R^n . Замена координат на открытом множестве. Гладкие многообразия. Касательные векторы и касательное пространство. Скобка Ли векторных полей. Поток векторных полей. Касательное векторное поле к потоку. Примеры.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Векторные поля. Натуральный репер. Производная функции вдоль векторного поля. Примеры.

Тема 6. Однопараметрические группы преобразований

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Уравнение Ли. Теорема Ли об однозначном задании группы преобразований ее касательным векторным полем.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Теорема о приведении закона умножения в произвольной однопараметрической группе к стандартному виду. Примеры.

Тема 7. Инвариантные уравнения

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Инвариантные уравнения. Теорема об инвариантности системы уравнений относительно группы. Теорема о задании инвариантной поверхности с помощью инвариантов группы.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Примеры инвариантного представления поверхностей

Тема 8. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные переменные и дифференциальные функции. Дифференциальные многообразия.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Примеры групп, допускаемых дифференциальными уравнениями.

Тема 9. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу симметрий

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу симметрий. Интегрирующий множитель. Замена переменных с помощью симметрии. Обыкновенные уравнения второго порядка.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Примеры интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу симметрий. Инвариантные решения. Нахождение общего вида уравнения первого порядка, допускающего данную симметрию.

Тема 10. Интегрирование в квадратурах с помощью двумерной алгебры симметрий

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Интегрирование в квадратурах с помощью двумерной алгебры симметрий. Разрешимые алгебры Ли.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Разбор примеров. Пример уравнения, не допускающего группу.

Тема 11. Общая классификация уравнений второго порядка.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Пример реализации алгоритма. Пример уравнения, не допускающего группу, но интегрируемого в квадратурах. Общая классификация уравнений второго порядка

практическое занятие (1 часа(ов)):

Пример уравнения, не допускающего группу, но интегрируемого в квадратурах. Уравнения, допускающие 3-мерную алгебру Ли.

Тема 12. Признаки линеаризуемости уравнения второго порядка

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Признаки линеаризуемости уравнения второго порядка. Обыкновенные дифференциальные уравнения, обладающие фундаментальной системой решений. Теорема Ли о ФСР.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Разбор примеров. Группы на прямой и уравнение Риккати. Теоремы о линеаризации уравнений Риккати. Инвариантные решения. Оптимальная система инвариантных решений. Нахождение оптимальной системы.

Тема 13. Линеаризация уравнений третьего порядка

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Линеаризация уравнений третьего порядка.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Критерии линеаризуемости уравнений третьего порядка.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Се- местр	Неде- ля семе- стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо- емкость (в часах)	Формы контроля самосто- ятельной работы
1.	Тема 1. Теория борьбы биологических видов за существование.	6	1	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы.	3	Устный опрос
2.	Тема 2. Теория творческого процесса	6	2	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы.	5	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Се- местр	Неде- ля семе- стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо- емкость (в часах)	Формы контроля самосто- ятельной работы
3.	Тема 3. Оптимальное управление	6	4	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы.	4	Устный опрос
4.	Тема 4. Разные задачи	6	6	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы.	4	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Се- местр	Неде- ля семе- стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо- емкость (в часах)	Формы контроля самосто- ятельной работы
5.	Тема 5. Векторные поля.	6	7	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы. Решение задач	3	Провер- ка домаш- него задания
6.	Тема 6. Однопараметрические группы преобразований	6	8	подготовка к контрольной работе	1	Контроль- ная работа
				Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы. Решение задач	2	Провер- ка домаш- него задания

N	Раздел Дисциплины	Се-местр	Неде-ля семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Инвариантные уравнения	6	9	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы. Решение задач	2	Проверка домашнего задания
8.	Тема 8. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями	6	10	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы. Решение задач	2	Проверка домашнего задания
9.	Тема 9. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу симметрий	6	11	Подготовка к контрольной работе	1	Контрольная работа
				Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы. Решение задач	2	Проверка домашнего задания
10.	Тема 10. Интегрирование в квадратурах с помощью двумерной алгебры симметрий	6	12	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы. Решение задач	3	Проверка домашнего задания

N	Раздел Дисциплины	Се- местр	Неде- ля семе- стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо- емкость (в часах)	Формы контроля самосто- ятельной работы
11.	Тема 11. Общая классификация уравнений второго порядка.	6	13	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы. Решение задач	2	Проверка домашнего задания
12.	Тема 12. Признаки линеаризуемости уравнения второго порядка	6	14	Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы. Решение задач	2	Проверка домашнего задания
13.	Тема 13. Линеаризация уравнений третьего порядка	6	16	подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
				Самостоятельная проработка материала. Чтение литературы.	1	Проверка домашнего задания
	Итого				38	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Теория борьбы биологических видов за существование.

Устный опрос, примерные вопросы:

Борьба за общую пищу. Система уравнений для численности видов. Ограниченность функций $N_k(t)$ Положительность функций $N_k(t)$ на любом конечном интервале. Предельный случай отсутствия одного вида Обобщение на несколько видов. Модель хищник-жертва. Кривая, отображающая численности популяций Случай внешнего воздействия Линейная модель враждебных действий. Шесть случаев комбинаций решений системы Модель гражданской войны Модель эпидемии

Тема 2. Теория творческого процесса

Устный опрос, примерные вопросы:

Построение общей модели. Вывод на примере минимального коллектива (2 участника) основных закономерностей. Наиболее благоприятный вариант Теорема о наибольшем корне характеристического уравнения Модель "учитель-ученик" Случай саботажа Коллектив со структурой "солнце" Коллектив со структурой "колесо"

Тема 3. Оптимальное управление

Устный опрос, примерные вопросы:

Постановка задачи. Уравнение Беллмана Принцип максимума Понтрягина. Быстрейшая остановка движущегося объекта Быстрейшая остановка математического маятника Два управляющих параметра Центробежный регулятор паровой машины

Тема 4. Разные задачи

Устный опрос, примерные вопросы:

Законы Кеплера движения планет. Траектория поиска подводной лодки. Взлет ракеты Линии погони Задача о брахистохроне Эффективность рекламы. Рост общественного благосостояния Теория фирмы Модель Самуэльсона Модель Солоу Обоснование цены монополиста Модель инвестиций Эйснера-Штротца Модель воспроизводства национального дохода Инфляция и безработица Спрос и предложение.

Тема 5. Векторные поля.

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Найти скобки Ли заданных векторных полей. Показать, что заданные векторные поля коммутируют. Найти поток заданного поля.

Тема 6. Однопараметрические группы преобразований

Контрольная работа, примерные вопросы:

Вариант ♦1 1. Решить задачу об однопродуктовой модели оптимального развития экономики при данных значениях параметров. 2. Решить уравнение расщепления сложного вещества.

Вариант ♦2 1. Вывести и решить уравнение роста целого растения 2. Найти оптимальное управление в задаче $\int_0^1 (x^2+u^2)dt \rightarrow \min$, $\dot{x}=u$, $x(0)=1$.

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Показать, что заданные преобразования образуют группу. Привести заданную группу преобразований к группе переносов Найти инварианты заданной группы преобразований

Тема 7. Инвариантные уравнения

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Вывести инвариантное уравнение заданной поверхности, выбрав различные базисы инвариантов. Проверить, является ли заданная поверхность инвариантной относительно данной группы.

Тема 8. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Проверить, что данное уравнение допускает данную группу Вычислить продолжение заданной группы преобразований Решить определяющее уравнение для заданного дифференциального уравнения

Тема 9. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу симметрий

Контрольная работа, примерные вопросы:

Вариант ♦1 1. Найти инварианты действия проективной группы $x'=e^{(5a)x}$, $y'=e^{(-3a)y}$. 2. Привести группу с инфинитезимальным оператором $X=(2x+y)D_x+(2y-x)D_y$ к переносам. 3. Проинтегрировать нелинейное уравнение $y'=y/x+1/x+y^2/x^3$, используя его симметрию $X=x^2 D_x + xy D_y$. Вариант ♦2 1. Найти инварианты действия проективной группы $x'=e^{(-2a)x}$, $y'=e^{(3a)y}$. 2. Привести группу с инфинитезимальным оператором $X=x^2 D_x - y^2 D_y$ к переносам. 3. Проинтегрировать нелинейное уравнение $y'=y/x+1/x^*e^{(y/x)}$, используя его симметрию $X=x^2 D_x + xy D_y$.

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Посчитать интегрирующий множитель Проинтегрировать уравнение с помощью инвариантной замены переменных Найти общий вид уравнения, допускающего данную группу

Тема 10. Интегрирование в квадратурах с помощью двумерной алгебры симметрий

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Выяснить, разрешима ли данная алгебра Ли Выделить специальный базис, приводящий алгебру Ли к каноническому виду Понизить порядок уравнения, используя идеал в алгебре Ли Полностью проинтегрировать заданное уравнение, допускающее двумерную алгебру Ли

Тема 11. Общая классификация уравнений второго порядка.

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Найти типа алгебры Ли Найти замену переменных, понижающую порядок в уравнении

Тема 12. Признаки линеаризуемости уравнения второго порядка

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Проверить, линеаризуется ли заданное уравнение Найти линеаризующую замену переменных Вычислить 8-мерную алгебру Ли линеаризуемого уравнения

Тема 13. Линеаризация уравнений третьего порядка

контрольная работа, примерные вопросы:

Вариант ♦1 1. Найти все симметрии уравнения $y''+y'/x-e^y=0$. 2. Проинтегрировать уравнение $y''+2(y'-y/x)^3$, используя его двумерную алгебру Ли $X=x^2 D_x + xy D_y$, $Y=xy D_x + y^2 D_y$. 3. Проверить возможность линеаризации уравнения $y''+3yy'+y^3=0$. Вариант ♦2 1. Найти все симметрии уравнения $y''-y'/x+e^y=0$. 2. Проинтегрировать уравнение $y''+ky/(1-x^2)^2=0$ используя две его симметрии $X=(1+x^2)D_x+xy D_y$, $Y=y D_y$. 3. Проверить возможность линеаризации уравнения $y''=2(y'^2/y-xy)/(1+x^2)$.

Проверка домашнего задания, примерные вопросы:

Решение задач по материалам практических занятий Примеры задач: Проверить возможность линеаризации заданного уравнения 3 порядка Привести заданное уравнение к линейному виду

Итоговая форма контроля

экзамен (в 6 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

Список вопросов к экзамену.

1. Борьба за общую пищу.

2. Модель хищник-жертва.
3. Линейная модель враждебных действий.
4. Дифференциальные модели в экологии.
5. Математическая теория эпидемий.
6. Модели боевых действий.
7. Построение общей модели и вывод на примере минимального коллектива основных закономерностей.
8. Обобщение на многомерные коллективы со структурами "солнце" и "колесо".
9. Постановка задачи оптимального управления.
10. Уравнение Беллмана
11. Принцип максимума Понтрягина.
12. Быстрейшая остановка движущегося прямолинейно объекта.
13. Быстрейшая остановка математического маятника ограниченной по модулю силой.
14. Законы Кеплера движения планет.
15. Траектория поиска подводной лодки.
16. Эффективность рекламы.
17. Спрос и предложение.
18. Экологическая задача.
19. Расщепление сложного вещества.
20. Взлет ракеты.
21. Диффеоморфизмы открытых множеств в R^n . Замена координат на открытом множестве.
22. Касательные векторы и касательное пространство. Векторные поля.
23. Дифференцирования алгебр. Дифференцирования алгебры функций на гладком многообразии.
24. Коммутатор дифференцирований. Тождество Якоби.
25. Векторные поля. Натуральный репер. Производная функции вдоль векторного поля. Примеры.
26. Скобка Ли векторных полей. Потоки векторных полей. Касательное векторное поле к потоку. Примеры.
27. Однопараметрические группы преобразований. Уравнение Ли.
28. Теорема Ли об однозначном задании группы преобразований ее касательным векторным полем.
29. Теорема о приведении закона умножения в произвольной однопараметрической группе к стандартному виду. Примеры.
30. Инварианты группы преобразований. Критерий инварианта.
31. Инфинитезимальный оператор группы.
32. Инвариантные уравнения.
33. Теорема об инвариантности системы уравнений относительно группы.
34. Теорема о задании инвариантной поверхности с помощью инвариантов группы. Примеры.
35. Теорема о приведении однопараметрической группы преобразований к переносам.
36. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями.
37. Дифференциальные переменные и дифференциальные функции. Дифференциальные многообразия.
38. Группы точечных преобразований.
39. Формулы продолжения. Определяющие уравнения.
40. Теорема о допускаемой группе.
41. Алгебры Ли и многопараметрические группы преобразований.

42. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу симметрий.
43. Интегрирующий множитель.
44. Замена переменных с помощью симметрии.
45. Обыкновенные уравнения второго порядка. Инвариантные решения.
46. Нахождение общего вида уравнения первого порядка, допускающего данную симметрию.
47. Дифференциальные инварианты высших порядков и их выражение через дифференциальные инварианты нулевого и первого порядков.
48. Теорема Ли о размерности алгебры Ли симметрий.
49. Нахождение общего вида уравнения второго порядка, допускающего данную симметрию.
50. Понижение порядка с помощью симметрии.
51. Интегрирование в квадратурах с помощью двумерной алгебры симметрий.
52. Общая схема интегрирования уравнений второго порядка, допускающих двумерную алгебру симметрий.
53. Классификация двумерных алгебр Ли (4 типа).
54. Пример реализации алгоритма.
55. Пример уравнения, не допускающего группу, но интегрируемого в квадратурах.
56. Общая классификация уравнений второго порядка
57. Уравнения, допускающие 3-мерную алгебру Ли.
58. Признаки линеаризуемости уравнения второго порядка.
59. Обыкновенные дифференциальные уравнения, обладающие фундаментальной системой решений.
60. Теорема Ли о ФСР.
61. Группы на прямой и уравнение Риккати.
62. Теоремы о линеаризации уравнений Риккати.

Примеры билетов к экзамену

Билет ♦1.

1. Траектория поиска подводной лодки.
2. Инвариантные уравнения.
3. Классификация двумерных алгебр Ли (4 типа).
4. Вычислить алгебру симметрий уравнения $y''=2y'^2/y+xy^3/(y')^{1/2}$.

Билет ♦2.

1. Вывести уравнение Беллмана.
2. Теорема о задании инвариантной поверхности с помощью инвариантов группы. Примеры.
3. Однопараметрические группы преобразований. Уравнение Ли.
4. Проинтегрировать уравнение $y'=y/x+u^3/x^4$, используя его инфинитезимальную симметрию $X=x^2 D_x + xy D_y$.

Билет ♦3.

1. Законы Кеплера. Вывод закона площадей.
2. Общая схема интегрирования уравнений второго порядка, допускающих двумерную алгебру симметрий.
3. Группы на прямой и уравнение Риккати.
4. Проверить, сводится ли уравнение $y''-(y'+y'^3)/x=0$ к линейному.

7.1. Основная литература:

1. Ибрагимов Н. Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности: 2-е - Физматлит, 2012 - 332с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59600
2. Шурыгин В. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений: [учебно-методическое пособие] - Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2010 - 55с. - URL: http://libweb.kpfu.ru/z3950/bcover/0000665456_con.pdf
3. Абдрахманов В. Г. и др. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания: 2-е изд., испр. - Лань, 2014 - 112с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675

7.2. Дополнительная литература:

1. Арнольд В. И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений: 4-е - МЦНМО, 2012 - 384с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=56388
2. Жегалов В. И. и др. Приложения обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие - Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2007 - 180с.
3. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: 2-е изд., стереотип. - Лань, 2011 - 304с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=1542

7.3. Интернет-ресурсы:

A Maple package for the Symmetry Analysis of Differential Equations - <http://arxiv.org/abs/1004.3339>
International research centre ALGA: Advances in Lie Group Analysis - <http://www.bth.se/ihn/alga.nsf/>
Overview of the DifferentialGeometry Package - <http://www.maplesoft.com/support/help/Maple/view.aspx?path=DifferentialGeometry>
Paul's Online Math Notes. Differential Equations - <http://tutorial.math.lamar.edu/Classes/DE/DE.aspx>
Wolfram Alpha. Differential Equations - <http://www.wolframalpha.com/examples/DifferentialEquations.html>
Модель - http://www.wolframalpha-ru.com/2012/06/wolframalpha_23.html

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы обыкновенных дифференциальных уравнений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Жегалов В.И. _____

Шурыгин В.В. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. _____

Гарифьянов Фархат Нургаязович _____

"__" _____ 201__ г.