МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.
____
"___"_______________20___ г.

Программа дисциплины

Дифференциальные уравнения Б1.Б.13

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика
Профиль подготовки: Общий профиль
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Автор(ы):
Бикчантаев И.А.
Рецензент(ы):
Авхадиев Ф.Г. , Гарифьянов Фархат Нургаязович

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" ___________ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :
Протокол заседания УМК No ____ от "____" ___________ 201__г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А.
Кафедра теории функций и приближений отделение математики , Ildar.Bikchantaev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Дифференциальные уравнения" являются:

1) фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений;

2) овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений и их систем;

3) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.13 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, абстрактная алгебра.

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" необходимо при последующем изучении дисциплин "Уравнения в частных производных" ("Уравнения математической физики"), "Дифференциальная геометрия и топология" и ряда других.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	Владение методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний математических дисциплин и компьютерных наук.
ПК=2 (профессиональные компетенции)	Владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе проблем техники и естествознания
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности;
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью создавать и исследовать новые математические модели реальных тел и конструкций;
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельному анализу физических аспектов в классических постановках математических задач и задач механики;
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умением публично представить собственные новые научные результаты ;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений;

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.	3	1-6	12	0	10	
2.	Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.	3	7-8	4	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.	3	9-15	10	0	10	
4.	Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.	3	16	4	0	6	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными козффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.	3	17-18	4	0	6	
6.	Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина	4	1-4	8	0	8	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.	4	5-8	6	0	8	
8.	Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.	4	9-11	6	0	6	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.	4	12-13	4	0	6	
10.	Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.	4	14-17	8	0	8	
.	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			66	0	70	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

1. Понятия обыкновенного дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений. Приведение общей системы дифференциальных уравнений из l уравнений с n неизвестными к системе уравнений первого порядка относительно каждой из неизвестных функций. Понятие нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений порядка n. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений и ее решений. Связь между геометрической интерпретацией системы дифференциальных уравнений и интегральными кривыми этой системы. Задача Коши. Дифференциальными уравнениями называются такие уравнения, в которых неизвестными являются функции одного или нескольких переменных, причем в уравнения входят не только сами функции, но и их производные. Если неизвестными функциями являются функции только одного переменного, то уравнения называются обыкновенными, если неизвестные функции зависят от многих переменных, то уравнения называются уравнениями в частных производных. В нашем курсе мы будем изучать лишь обыкновенные дифференциальные уравнения.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Метод изоклин. Применение компьютерного пакета "Математика" для построения поля направлений и интегральных кривых дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Геометрические и физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Доказываются три леммы о вектор-функциях, которые в дальнейшем используются при доказательстве основных теорем теории нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Приводятся вспомогательные сведения о комплексных функциях действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Дифференциальные уравнения и системы имеют, как правило, бесконечное множество решений. Поэтому, когда представляет интерес конкретное решение, ставят дополнительные условия, выделяющие его из множества всех решений. Связь между геометрической интерпретацией уравнения и геометрической интерпретацией его решений заключается в том, что любая интегральная кривая в каждой своей точке имеет касательный вектор, равный значению векторного поля в этой точке.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Уравнения с разделяющимися переменными. Процесс нахождения общего решения (т. е. формулы, дающей все решения) дифференциального уравнения называют обычно интегрированием дифференциального уравнения. Чтобы не было путаницы, операцию взятия неопределенного интеграла от функции называют тогда квадратурой. Таким образом, интеграл --- квадратура функции f. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение линейные относительно неизвестной функции и ее производных называется линейным дифференциальным уравнением первого порядка. Предлагаются задачи на эти типы дифференциальных уравнений.

Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэфференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. фициентами. Выделение действительных решений.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Дифференцируемость решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям. Дифференцируемость решения по параметрам. Изучаются нормальные системы линейных дифференциальных уравнений, правые части которых зависят от конечного числа действительных параметров. Доказывается, что при выполнении условий теоремы существования и единственности задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений решение поставленной задачи коши непрерывно зависят от параметров, входящих в правую часть системы уравнений. При условии дифференцируемости правых частей нормальной системы доказывается, что и решение задачи Коши является дифференцируемым по парамерам.

Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Вводится понятие нормальной системы линейных дифференциальных уравнений с непрерывными коэффициентами и непрерывной правой частью. Доказывается, что множество решений однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений представляет собой векторное пространство. Доказывается, что решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений линейно зависимы тогда и только тогда, когда соответствующий им определитель Вронского равен нулю. Фундаментальная система решений . нормальной системы линейных дифференциальных уравнений характеризуется тем, что ее вронскиан отличен от нуля. Доказывается формула Лиувилля для вычисления определителя Вронского. Общее решение нормальной системы линейных однородных дифференциальных уравнений записывается через фундаментальную матрицу системы линейных дифференциальных уравнений нормального типа. Метод вариации постоянных для нахождения решений нормальной системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений. Линейные уравнения порядка n. Формула Лиувилля для линейных уравнений порядка n.. Метод вариации постоянных. для линейных уравнений порядка n. Линейные уравнения и системы дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Решение нормальных систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Нахождение фундаментальной матрицы нормальных систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Нахождение частных решений неоднородных нормальных систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений методом вариации постоянных.

Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными козффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Излагается метод исключения для решения систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод основан на принятом в операционном исчислении обозначении оператора дифференцирования через p=d/dt. В результате решение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами сводится к решению линейной алгебраической системы уравнений. Частное решение находится методом неопределенных коэффициентов в случае, когда правая часть системы представляет собой квазимногочлен.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Решение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом исключения. Нахождение миноров матрицы систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Сведение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами к решению линейных уравнений, каждое из которых содержит только одну неизвестную функцию.

Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Краевые задачи для линейных нормальных систем дифференциальных уравнений. Метод функции Грина решения краевых задач для линейных нормальных систем дифференциальных уравнений. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом стрельбы. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка прогонки (факторизации). Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом функции Грина в случае, когда однородная краевая задача не имеет нетривиальных решений. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом функции Грина в случае, когда однородная краевая задача имеет нетривиальные решения.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Решение краевых задач методом функции Грина. Вывод формул Лагранжа и Грина. Конструктивное построение функции Грина в случае, когда однородная краевая задача не имеет нетривиальных решений. Конструктивное построение обобщенной функции Грина в случае, когда однородная краевая задача имеет одно нетривиальное решение.

Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Автономные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие фазового пространства и фазовых траекторий автономных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Связь между интегральными кривыми и фазовыми траекториями автономных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Свойства решений автономных систем дифференциальных уравнений. Кинематическая и геометрическая интерпретация решений автономных систем дифференциальных уравнений.. Три вида траекторий автономных систем . Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами. Случай, когда фазовая картина носит название устойчивый или неустойчивый узел. Случай, когда фазовая картина носит название седло. Случай, когда фазовая картина носит название устойчивый или неустойчивый фокус. Различные вырожденные случаи.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Построение траекторий линейных однородных систем второго порядка с постоянными действительными коэффициентами. Рассмотрение случаев, когда матрица имеет два действительных различных собственных значения. Фазовая картина _ узел. Рассмотрение случаев, когда матрица имеет два комплексно сопряженных собственных значения. Фазовая картина _ фокус.

Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Понятие устойчивости решения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Достаточное условие устойчивости нулевого решения нормальной системы Лемма Ляпунова. Исследование решений нормальной системы дифференциальных уравнений на устойчивость путем ее линеаризации. Теорема Ляпунова об устойчивости решений нормальной системы дифференциальных уравнений по первому приближению. Понятие предельного цикла и его применение к исследованию работы простейшего лампового генератора.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Исследование устойчивости по первому приближению. Случай, когда все собственные значения матрицы коэффициентов имеют отрицательные действительные части. Случай, когда собственные значения матрицы коэффициентов имеют положительные действительные части. Исследование устойчивости при помощи функции Ляпунова. Исследование на устойчивость с помощью теоремы Четаева.

Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Общее понятие уравнения с частными производными первого порядка. Понятие характеристической системы для линейного уравнения в частных производных первого порядка. Связь между характеристиками уравнения с частными производными первого порядка и его решениями. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Постановка задачи Коши для линейного уравнения с частными производными первого порядка. Связь между решениями уравнения с частными производными первого порядка и первыми интегралами характеристической системы. Теорема о существовании n-1 независимых первых интегралов характеристической системы. Теорема об общем виде первого интеграла характеристической системы. Теорема об общем решении линейного уравнения с частными производными первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения с частными производными первого порядка. Квазилинейное неоднородное уравнение с частными производными первого порядка. Характеристическая система для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка. Теорема о связи между характеристиками характеристической системы для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка и интегральной поверхностью этого уравнения. Теорема о сведении квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка к линейному однородному уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка. Постановка задачи. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Построение общего решения квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка и решение задачи Коши. Исследование нелинейных систем дифференциальных уравнений с частными производными на разрешимость.

Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Нелинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристическая система для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка. Примеры задач на решение задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка, иллюстрирующих необходимость всех условий в теореме о существовании и единственности решения задачи Коши для нелинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Примеры задач на решение задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка. Составление характеристической системы дифференциальных уравнений для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка. Нахождение первых интегралов характеристической системы дифференциальных уравнений для нелинейных дифференциальных уравнений.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самосто-ятельной работы
1.	Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.	3	1-6	Решение задач 1-220 из задачника А.Ф.Филиппова.	10	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самосто-ятельной работы
2.	Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.	3	7-8	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова.	10	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самосто-ятельной работы
3.	Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.	3	9-15	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова.	10	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самосто-ятельной работы
4.	Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.	3	16	Решение задач из параграфа 12 из задачника А.Ф.Филиппова.	4	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самосто-ятельной работы
5.	Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.	3	17-18	Решение задач из параграфа 11 из задачника А.Ф.Филиппова.	6	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самосто-ятельной работы
6.	Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина	4	1-4	Решение задач из параграфа 13 из задачника А.Ф.Филиппова.	10	Устная беседа
7.	Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.	4	5-8	Решение задач из параграфа 17 из задачника А.Ф.Филиппова.	8	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самосто-ятельной работы
8.	Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.	4	9-11	Решение задач из параграфа 18 из задачника А.Ф.Филиппова	8	Устная беседа
9.	Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.	4	12-13	Решение задач 1141-1188 из задачника А.Ф.Филиппова.	6	Устная беседа
10.	Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.	4	14-17	Решение задач 1189-1223 из задачника А.Ф.Филиппова.	8	Устная беседа
	Итого				80	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Использование компьютерного пакета "Математика" при решении обыкновенных дифференциальных уравнений.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграфы 1-6. 1. Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка. 2. Что понимается под решением обыкновенного дифференциального уравнения. 3. Дать определение системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 4. Дать определение решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.

Устная беседа , примерные вопросы:

Студент должен быть готов осветить следующие вопросы. 1. Понятие линейного (векторного пространства.) 2. что такое линейный оператор в векторном пространстве. 3. Понятие линейной зависимости векторов в линейном пространстве. 4. Что такое комплексная функция действительного переменного и каковы ее свойства. 5. Дать постановку задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.

Устная беседа, примерные вопросы:

1. Понятие продолжения решения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 2. Существование непродолжаемого решения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 3. Доказательство существования непродолжаемого решения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 4. Понятие уравнения, не разрешенного относительно производной. 5. Особые решения уравнения, не разрешенного относительно производной и ихсвязь с понятием огибающей однопараметрического семейства кривых.

Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

Устная беседа , примерные вопросы:

1. Понятие нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 2. Фундаментальная система решений нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 3. Как связана линейная зависимость решений нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с понятием вронскиана. 4. Методы нахождения частных решения неоднородной нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 5. Структура общего решения нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.

Устная беседа , примерные вопросы:

1. В чем смысл отдельного рассмотрения линейных уравнений с постоянными коэффициентами после рассмотрения подобных систем с переменными коэффициентами. 2. Формула смещения. 3. Понятие характеристического многочлена для линейных уравнений с постоянными коэффициентами 4. Нахождение фундаментальной системы решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами через элементарные функции.

Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина

Устная беседа , примерные вопросы:

1. Постановка краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка. 2. Решение краевой задачи метором стрельбы. 3. Решение краевой задачи методом прогонки. 4. Сопоставление метода стрельбы и метода прогонки. 5. Решение краевой задачи методом функции Грина.

Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

Устная беседа , примерные вопросы:

1. Понятие автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 2. Фазовое пространство автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 3. Фазовая траектория автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений 4. Понятие предельного цикла автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 5. Фазовый портрет линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.

Устная беседа , примерные вопросы:

1. Схема работы лампового генератора. 2. Вывод дифференциального уравнения, описывающего работу лампового генератора. 3. Исследование дифференциального уравнения, описывающего работу лампового генератора. 4. Понятие устойчивости решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. 5. Исследование на устойчивость решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений по первому приближению. 6. Исследование на устойчивость решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью функции Ляпунова.

Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.

Устная беседа , примерные вопросы:

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными первого порядка. 2. Характеристическая система дифференциального уравнения с частными производными первого порядка. 3. Связь между решениями дифференциального уравнения с частными производными первого порядка и его характеристиками.

Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

Устная беседа , примерные вопросы:

1. Постановка задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка. 2. Характеристическая полоса для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка. 3. Построение решения нелинейного уравнения с частными производными первого порядка методом характеристик.

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен (в 4 семестре)

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен (в 3 семестре)

Примерные вопросы к :

Контрольные вопросы.

Тема: Основные понятия и определения.

1. Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка.

2. Что понимается под решением обыкновенного дифференциального уравнения.

3. Дать определение системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. Дать определение решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема: Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

1. Вывести уравнение радиоактивного распада и дать основные характеристики процесса.

2. Вывести уравнение математического маятника.

3. Вывести уравнение, описывающее закон размножения бактерий.

Тема: Нормальная система дифференциальных уравнений.

1. Дать определение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Сформулировать задачу Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

3. Дать геометрическую интерпретацию нормальной системы и ее решений. Описать их связь.

Тема: Теорема существования и единственности для решения задачи Коши для нормальной системы.

1. Почему все условия теоремы существования и единственности существенны? Подтвердить это примером.

2. Дать формулировку теоремы существования и единственности для решения задачи Коши для нормальной системы.

Тема: Продолжение решений.

1. Что такое продолжение решения?

2. Какое решение называется непродолжаемым?

3. Критерий непродолжаемости решения.

Тема: Уравнения, не разрешенные относительно производной.

1. Дать определение огибающей однопараметрического семейства кривых.

2. Что такое особое решение?

3. Как связаны особые решения и огибающая семейства интегральных кривых дифференциального уравнения?

Тема: Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

1. Дать формулировку теоремы о непрерывной зависимости решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

2. Сформулировать теорему о дифференцируемости решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

Тема: Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений.

1. Каково пространство решений нормальной системы линейных дифференциальных уравнений?

2. Что такое фундаментальная система решений?

3. Что такое определитель Вронского?

4. В чем состоит метод вариации произвольных постоянных?

5. Какова структура общего решения нормальной неоднородной системы линейных дифференциальных уравнений?

Тема: Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

1. В чем состоит операционный метод решения линейного уравнения с постоянными коэффициентами?

2. Какова суть метода исключения для решения системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами?

3. Какова структура общего решения системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами?

Тема: Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

1. Решить краевую задачу методом стрельбы.

2. Решить краевую задачу методом прогонки.

3. Решить краевую задачу методом функции Грина.

Тема: Автономные системы дифференциальных уравнений.

1. Какая система дифференциальных уравнений называется автономной?

2. Назвать основные свойства траекторий автономных систем.

3. Дать определение предельного цикла.

4. Дать критерий существования предельного цикла.

Тема: Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

1. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется седлом?

2. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется устойчивым (неустойчивым) узлом?

3. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется устойчивым (неустойчивым) фокусом?

4. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется центром?

5. Описать фазовую картину в вырожденных случаях.

Тема: Ламповый генератор.

1. Вывести уравнение, описывающее работу лампового генератора.

2. Исследовать уравнение лампового генератора, найти его предельный цикл.

Тема: Уравнения с частными производными первого порядка.

1. Дать определение уравнения с частными производными первого порядка.
2. Что такое квазилинейное уравнение с частными производными первого порядка?
3. Постановка задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.
4. Метод характеристик решения задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.
5. Задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

7.1. Основная литература:

1. А. Ф. Филиппов . Сборник задач по дифференциальным уравнениям : более 1400 задач с ответами : учебное пособие] /? Издание 5-е .? Москва : URSS : Либроком, [2013] .? 235

2. И.А.Бикчантаев, Л.Г.Салехов. Элементы группового анализа С.Ли в дифференциальных уравнениях. Групповой анализ в обыкновенных дифференциальных уравнениях. Казань. Казанский университет. 2011. 80 с. (имеется на кафедре 50 экз.)

3. И.А. Бикчантаев, Л.Г. Салехов. Дифференциальные уравнения в обобщенных функциях. Учебное пособие. Казань. Казанский университет. 2017. - 62 с. Выставлена на сайте библиотеки КФУ. (http://dspace.kpfu.rU/xmlui/handle/net/116959)

7.2. Дополнительная литература:

1.Сикорский, Юрий Станиславович. Обыкновенные дифференциальные уравнения: с приложением их к некоторым техническим задачам / Ю. С. Сикорский; под редакцией проф. С. Г. Михлина.?Издание 3-е.?Москва: URSS: [КомКнига, 2010].?160 с.:

2.Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник. - М.: Физматлит, 2009. - 312 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341

3.Групповой анализ дифференциальных уравнений: [учебно-методическое пособие] / В. В. Шурыгин; Казан. (Приволж.) федер. ун-т.?Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2010.?55 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов.?Москва; Ижевск: Регуляр. и хаотич. динамика, 2005.-174 с. - http://lib.mexmat.ru/books/48

Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Физматлит, 2003, 432 с. - http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

И. Г. Петровский. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.:Физматлит, 2009. - http://webmath.exponenta.ru/ax/aj/max/ta/10_de.html

Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. Физматлит, 2010, 528 с. - http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения, Физматлит, 2009, 312 с. - http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):
Бикчантаев И.А. ____________________
"__" _________ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Авхадиев Ф.Г. ____________________
Гарифьянов Фархат Нургаязович ____________________
"__" _________ 201 __ г.