

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.


КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
ДЕПАРТАМЕНТ
ОБРАЗОВАНИЯ
(ПО КФУ)

20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Основы построения метода конечных элементов БЗ.ДВ.6

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З.

Рецензент(ы):

Панкратова О.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 963816

Казань
2016

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики ,
Rafail.Dautov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "Основы построения метода конечных элементов" является подготовка квалифицированных специалистов в области применения метода конечных элементов для моделирования полей различной физической природы, описываемых уравнениями математической физики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " БЗ.ДВ.6 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 4 курсе в 6 семестре для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Уравнения математической физики", "Дополнительные главы физики".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические знания о понятиях и задачах, связанных с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.

2. должен уметь:

определять слабые решения краевых задач математической физики для эллиптических уравнений второго порядка.

3. должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

умение строить схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины отсутствует в 6 семестре; зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Математический аппарат теории МКЭ	6		0	0	3	домашнее задание
2.	Тема 2. Метод конечных элементов для линейных ОДУ второго порядка	6		0	0	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка	6		0	0	10	контрольная работа домашнее задание
4.	Тема 4. Обобщенные решения эллиптических краевых задач	7		0	0	3	домашнее задание
5.	Тема 5. Метод конечных элементов для двумерных уравнений	7		0	0	6	домашнее задание
6.	Тема 6. Алгоритм формирования системы МКЭ	7		0	0	5	домашнее задание
7.	Тема 7. Кодировка сеток в MatLab	7		0	0	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Программирование МКЭ на основе линейных элементов	7		0	0	12	контрольная работа домашнее задание
9.	Тема 9. Комплекс программ pdetool	7		0	0	6	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	54	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Математический аппарат теории МКЭ

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Пространства функций. Норма и скалярное произведение. Гильбертовы пространства. Линейные функционалы и операторы. Линейные и билинейные формы. Примеры. Обобщенные производные. Пространства Соболева. Формула интегрирования по частям. Неравенство Фридрихса. Эквивалентная нормировка пространства Соболева H^1 . Уравнения в гильбертовых пространствах. Лемма Лакса-Мильграма.

Тема 2. Метод конечных элементов для линейных ОДУ второго порядка

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Формулировка краевой задачи. Интегральное тождество. Пространство лагранжевых сплайнов. Построение схемы МКЭ произвольного порядка точности. Система алгебраических уравнений МКЭ. Алгоритм формирования системы МКЭ. Алгоритм вычисления матрицы жесткости и вектора сил конечного элемента

Тема 3. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Данные о решаемой задаче и данные МКЭ. Ортогональные полиномы, квадратуры Гаусса и Лобатто и их программирование. Программирование функций, связанных с базисным элементом. Функции сборки и решения системы МКЭ. Построение графиков. Вычисление погрешности решения. Подготовка данных. Решение тестовых задач.

Тема 4. Обобщенные решения эллиптических краевых задач

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Краевые задачи для уравнений эллиптического типа в двумерных и трехмерных областях. Интегральное тождество. Свойства форм. Разрешимость краевых задач.

Тема 5. Метод конечных элементов для двумерных уравнений

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Задача интерполяции алгебраическими полиномами на единичном треугольнике и квадрате. Понятие о лагранжевом конечном элементе. Алгебраическая интерполяция на произвольном прямолинейном треугольнике и четырехугольнике. Триангуляция области. Пространства конечных элементов. Пространства линейных элементов. Лагранжевый базис. Учет главных краевых условий. МКЭ на основе лагранжевых элементов. Система МКЭ.

Тема 6. Алгоритм формирования системы МКЭ

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Алгоритм сборки системы МКЭ. Алгоритм формирования матрицы жесткости и вектора сил конечного элемента. Алгоритм решения краевой задачи. Решение модельной задачи с использованием комплекса программ pde toolbox.

Тема 7. Кодировка сеток в MatLab

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Определение геометрии области, построение P1 сеток. Кодировка P1 сеток. Программирование в MatLab геометрии двумерных областей сложной формы. Триангуляция двумерных областей функцией initmesh. Качество триангуляции.

Тема 8. Программирование МКЭ на основе линейных элементов

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Создание и хранение разреженных матриц в MatLab. Программирование рассылки элементов локальных матриц жесткости и локальных векторов сил. Экспериментальное определение эффективности различных алгоритмов рассылки. Формирование системы МКЭ для P1 элементов. Расчетные формулы для P1 элементов. Способы задания коэффициентов уравнения. Программирование вклада элементов в систему МКЭ. Учет краевых условий. Формирование системы МКЭ. Решение тестовых краевых задач.

Тема 9. Комплекс программ pdetool

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Задание геометрии области и участков ее границы. Задание коэффициентов и правых частей уравнения и краевых условий. Построение триангуляции области. Решение краевой задачи. Графическое представление решения. Решение тестовых задач.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Математический аппарат теории МКЭ	6		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Метод конечных элементов для линейных ОДУ второго порядка	6		подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
3.	Тема 3. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка	6		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	16	контрольная работа
4.	Тема 4. Обобщенные решения эллиптических краевых задач	7		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
5.	Тема 5. Метод конечных элементов для двумерных уравнений	7		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
6.	Тема 6. Алгоритм формирования системы МКЭ	7		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Кодировка сеток в MatLab	7		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Программирование МКЭ на основе линейных элементов	7		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
9.	Тема 9. Комплекс программ pdetool	7		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Математический аппарат теории МКЭ

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

Тема 2. Метод конечных элементов для линейных ОДУ второго порядка

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

Тема 3. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

контрольная работа , примерные вопросы:

Примерные вопросы. Доказать ограниченность заданной линейной и билинейной формы. Доказать коэрцитивность заданной билинейной формы. Доказать обобщенную разрешимость заданной краевой задачи. Сформулировать схему МКЭ в виде системы алгебраических уравнений. Для заданных краевых условий указать алгоритм их учета в системе МКЭ.

Тема 4. Обобщенные решения эллиптических краевых задач

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

Тема 5. Метод конечных элементов для двумерных уравнений

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

Тема 6. Алгоритм формирования системы МКЭ

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

Тема 7. Кодировка сеток в MatLab

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

Тема 8. Программирование МКЭ на основе линейных элементов

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

контрольная работа , примерные вопросы:

Указать представление в ЭВМ триангуляций заданных двумерных областей. Для заданных краевых условий указать алгоритм их учета в системе МКЭ. Определить алгебраический порядок точности данной квадратурной формулы. Указать с пояснениями основные шаги решения краевой задачи методом МКЭ.

Тема 9. Комплекс программ pdetool

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение рекомендованной литературы, решение индивидуальных задач по изучаемой теме

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы на зачет

Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма.

Эквивалентность уравнения с положительно определенным оператором задаче на минимум квадратичного функционала.

Метод Галеркина.

Метод Галеркина с возмущениями.

Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.

Одномерный лагранжевый элемент степени m .

Прямоугольный лагранжевый элемент степени m .

Треугольный лагранжевый элемент степени m .

Аффинно-эквивалентные треугольные элементы.

Аффинно-эквивалентные прямоугольные элементы.

МКЭ для уравнений в многоугольных областях на основе аффинных элементов.

МКЭ с численным интегрированием.

Алгоритм сборки системы МКЭ. Учет главных и естественных краевых условий.

Кодировка сеток в MatLab

Структура комплекса программ pdetool

7.1. Основная литература:

1. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика" / Р. З. Даутов, М. М. Карчевский. ?Изд. 2-е, испр..?Казань: Казанский университет, 2011.?237 с.: ил.; 21.?Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.).?Предм. указ.: с. 234-237.?ISBN 978-5-98180-993-4
2. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО).
http://kpfu.ru/publication?p_id=47325
3. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения. [Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с.http://kpfu.ru/publication?p_id=21045

7.2. Дополнительная литература:

1. Стренг, Гилберт. Теория метода конечных элементов. / Г. Стренг, Дж. Фикс; под ред. Г. И. Марчука; пер. с англ. В. И. Агошкова [и др.].?М.: Мир, 1977.?348 с.: ил.; 22.?Библиогр.: с. 324-335.?Имен. указ.: с. 342-344.?Предм. указ.: с. 345-347.
2. Ильин В. П. Методы и технологии конечных элементов / В.П. Ильин; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т вычисл. математики и мат. геофизики.?Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2007.?370 с.: ил.; 22.?Библиогр.: с. 357-361 (71 назв.).?Предм. указ.: с. 362-367.?ISBN 978-5-901548-30-1, 460.
3. Репченков В. И. Физические основы метода конечных элементов: пособие для студентов механико-математического факультета / В. И. Репченков, Ю. Е. Нагорный.?Минск: БГУ, 2009.?90, [1] с.: ил.; 20.?Библиогр.: с. 89.?ISBN 978-985-518-194-2, 100.
4. Сьярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач: перевод с английского / Ф. Сьярле; Под ред. Н. Н. Яненко; Пер. Б. И. Класов.?Москва: Мир, 1980.?512с.
9. Деклу Ж. Методы конечных элементов / Ж. Деклу.?Москва: Мир, 1976.?95с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Справочник по компьютерной математике - <http://www.users.kaluga.ru/math/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Основы построения метода конечных элементов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером), а также в компьютерных кабинетах.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Панкратова О.В. _____

"__" _____ 201__ г.