

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Современная теория уравнений в частных производных БЗ.ДВ.5

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Бадриев И.Б.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бадриев И.Б. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики ,
ldar.Badriev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

В этой дисциплине рассматриваются важнейшие вопросы современной теории уравнений и систем уравнений эллиптического и гиперболического типа. В основе изложения лежит функционально-аналитический подход, который позволяет весьма отчетливо выделить принципиальные основы теории; в частности, широко применяется теория операторов в гильбертовом пространстве.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 4 курсе в 7 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Уравнения математической физики", "Математический анализ".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|--|--|
| ПК-8 (профессиональные компетенции) | способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций. |
| ПК-2 (профессиональные компетенции) | способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии |
| ПК-5 - (профессиональные компетенции) | способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности |
| ПК-7 (профессиональные компетенции) | способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные со-временных научных исследований, необходимые для формирования выво-дов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Уравнения с частными производными первого порядка; задачу Коши, характеристическую систему; схему построения общего подхода к УЧП с использованием аналитических функций многих переменных.

2. должен уметь:

решать гиперболические уравнения и системы, гиперболические квазилинейные уравнения и системы.

3. должен владеть:

теоретическими и практическими знаниями о методе "стоячих волн", вариационном методе.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять на практике теоретические знания, полученные в результате изучения дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Функциональные пространства. Нормированные пространства. Линейные операторы. | 7 | 1-3 | 0 | 6 | 0 | устный опрос |
| 2. | Тема 2. Функционалы. Гильбертовы пространства. Замкнутые операторы. | 7 | 4 | 0 | 2 | 0 | устный опрос |
| 3. | Тема 3. Дифференциальные операторы. Сопряженные дифференциальные операторы. Сопряженные матричные дифференциальные операторы первого порядка. | 7 | 5-6 | 0 | 4 | 0 | устный опрос |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 4. | Тема 4. Сильные расширения дифференциальных операторов. Слабые расширения дифференциальных операторов. | 7 | 7 | 0 | 3 | 0 | устный опрос |
| 5. | Тема 5. Случай дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. | 7 | 8 | 0 | 2 | 0 | устный опрос |
| 6. | Тема 6. Случай матричных дифференциальных операторов первого порядка. | 7 | 9 | 0 | 2 | 0 | устный опрос |
| 7. | Тема 7. Дифференциальные уравнения в частных производных эллиптического типа. | 7 | 10 | 0 | 2 | 0 | устный опрос |
| 8. | Тема 8. Применение теории Рисса-Шаудера. Сопряженные дифференциальные операторы. | 7 | 11 | 0 | 2 | 0 | устный опрос |
| 9. | Тема 9. Дифференциальные свойства решений. Теорема Соболева и ее применение к исследованию дифференциальных свойств решений. | 7 | 12-13 | 0 | 4 | 0 | устный опрос |
| 10. | Тема 10. Дифференциальные уравнения в частных производных гиперболического типа. Существование обобщенного решения симметричной гиперболической системы дифференциальных уравнений в частных производных. | 7 | 14-16 | 0 | 4 | 0 | устный опрос |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 11. | Тема 11. Задача Коши для симметричных гиперболических систем. Дифференциальные свойства решений задач Коши для симметричных гиперболических систем. | 7 | 17 | 0 | 3 | 0 | устный опрос |
| 12. | Тема 12. Область зависимости решения от начальных данных. | 7 | 18 | 0 | 2 | 0 | устный опрос |
| . | Тема . Итоговая форма контроля | 7 | | 0 | 0 | 0 | зачет |
| | Итого | | | 0 | 36 | 0 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Функциональные пространства. Нормированные пространства. Линейные операторы.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Функциональные пространства. Нормированные пространства. Линейные операторы. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 2. Функционалы. Гильбертовы пространства. Замкнутые операторы.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Функционалы. Гильбертовы пространства. Замкнутые операторы. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 3. Дифференциальные операторы. Сопряженные дифференциальные операторы. Сопряженные матричные дифференциальные операторы первого порядка.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Дифференциальные операторы. Сопряженные дифференциальные операторы. Сопряженные матричные дифференциальные операторы первого порядка. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 4. Сильные расширения дифференциальных операторов. Слабые расширения дифференциальных операторов.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Сильные расширения дифференциальных операторов. Слабые расширения дифференциальных операторов. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 5. Случай дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Случай дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 6. Случай матричных дифференциальных операторов первого порядка.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Случай матричных дифференциальных операторов первого порядка. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 7. Дифференциальные уравнения в частных производных эллиптического типа.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Дифференциальные уравнения в частных производных эллиптического типа. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 8. Применение теории Рисса-Шаудера. Сопряженные дифференциальные операторы.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Применение теории Рисса-Шаудера. Сопряженные дифференциальные операторы. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 9. Дифференциальные свойства решений. Теорема Соболева и ее применение к исследованию дифференциальных свойств решений.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Дифференциальные свойства решений. Теорема Соболева и ее применение к исследованию дифференциальных свойств решений. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 10. Дифференциальные уравнения в частных производных гиперболического типа. Существование обобщенного решения симметричной гиперболической системы дифференциальных уравнений в частных производных.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Дифференциальные уравнения в частных производных гиперболического типа. Существование обобщенного решения симметричной гиперболической системы дифференциальных уравнений в частных производных. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 11. Задача Коши для симметричных гиперболических систем. Дифференциальные свойства решений задач Коши для симметричных гиперболических систем.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Задача Коши для симметричных гиперболических систем. Дифференциальные свойства решений задач Коши для симметричных гиперболических систем. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 12. Область зависимости решения от начальных данных.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Область зависимости решения от начальных данных. Основные определения. Свойства. Примеры.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Функциональные пространства. Нормированные пространства. Линейные операторы. | 7 | 1-3 | подготовка к устному опросу | 6 | устный опрос |
| 2. | Тема 2. Функционалы. Гильбертовы пространства. Замкнутые операторы. | 7 | 4 | подготовка к устному опросу | 2 | устный опрос |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 3. | Тема 3. Дифференциальные операторы. Сопряженные дифференциальные операторы. Сопряженные матричные дифференциальные операторы первого порядка. | 7 | 5-6 | подготовка к устному опросу | 4 | устный опрос |
| 4. | Тема 4. Сильные расширения дифференциальных операторов. Слабые расширения дифференциальных операторов. | 7 | 7 | подготовка к устному опросу | 3 | устный опрос |
| 5. | Тема 5. Случай дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. | 7 | 8 | подготовка к устному опросу | 2 | устный опрос |
| 6. | Тема 6. Случай матричных дифференциальных операторов первого порядка. | 7 | 9 | подготовка к устному опросу | 2 | устный опрос |
| 7. | Тема 7. Дифференциальные уравнения в частных производных эллиптического типа. | 7 | 10 | подготовка к устному опросу | 2 | устный опрос |
| 8. | Тема 8. Применение теории Рисса-Шаудера. Сопряженные дифференциальные операторы. | 7 | 11 | подготовка к устному опросу | 2 | устный опрос |
| 9. | Тема 9. Дифференциальные свойства решений. Теорема Соболева и ее применение к исследованию дифференциальных свойств решений. | 7 | 12-13 | подготовка к устному опросу | 4 | устный опрос |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 10. | Тема 10. Дифференциальные уравнения в частных производных гиперболического типа. Существование обобщенного решения симметричной гиперболической системы дифференциальных уравнений в частных производных. | 7 | 14-16 | подготовка к устному опросу | 4 | устный опрос |
| 11. | Тема 11. Задача Коши для симметричных гиперболических систем. Дифференциальные свойства решений задач Коши для симметричных гиперболических систем. | 7 | 17 | подготовка к устному опросу | 3 | устный опрос |
| 12. | Тема 12. Область зависимости решения от начальных данных. | 7 | 18 | подготовка к устному опросу | 2 | устный опрос |
| | Итого | | | | 36 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Функциональные пространства. Нормированные пространства. Линейные операторы.

устный опрос , примерные вопросы:

Функциональные пространства. Нормированные пространства. Линейные операторы. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 2. Функционалы. Гильбертовы пространства. Замкнутые операторы.

устный опрос , примерные вопросы:

Функционалы. Гильбертовы пространства. Замкнутые операторы. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 3. Дифференциальные операторы. Сопряженные дифференциальные операторы. Сопряженные матричные дифференциальные операторы первого порядка.

устный опрос , примерные вопросы:

Дифференциальные операторы. Сопряженные дифференциальные операторы. Сопряженные матричные дифференциальные операторы первого порядка. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 4. Сильные расширения дифференциальных операторов. Слабые расширения дифференциальных операторов.

устный опрос , примерные вопросы:

Сильные расширения дифференциальных операторов. Слабые расширения дифференциальных операторов. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 5. Случай дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами.

устный опрос , примерные вопросы:

Случай дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 6. Случай матричных дифференциальных операторов первого порядка.

устный опрос , примерные вопросы:

Случай матричных дифференциальных операторов первого порядка. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 7. Дифференциальные уравнения в частных производных эллиптического типа.

устный опрос , примерные вопросы:

Дифференциальные уравнения в частных производных эллиптического типа. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 8. Применение теории Рисса-Шаудера. Сопряженные дифференциальные операторы.

устный опрос , примерные вопросы:

Применение теории Рисса-Шаудера. Сопряженные дифференциальные операторы. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 9. Дифференциальные свойства решений. Теорема Соболева и ее применение к исследованию дифференциальных свойств решений.

устный опрос , примерные вопросы:

Дифференциальные свойства решений. Теорема Соболева и ее применение к исследованию дифференциальных свойств решений. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 10. Дифференциальные уравнения в частных производных гиперболического типа. Существование обобщенного решения симметричной гиперболической системы дифференциальных уравнений в частных производных.

устный опрос , примерные вопросы:

Дифференциальные уравнения в частных производных гиперболического типа. Существование обобщенного решения симметричной гиперболической системы дифференциальных уравнений в частных производных. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 11. Задача Коши для симметричных гиперболических систем. Дифференциальные свойства решений задач Коши для симметричных гиперболических систем.

устный опрос , примерные вопросы:

Задача Коши для симметричных гиперболических систем. Дифференциальные свойства решений задач Коши для симметричных гиперболических систем. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема 12. Область зависимости решения от начальных данных.

устный опрос , примерные вопросы:

Область зависимости решения от начальных данных. Основные определения. Свойства. Примеры.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы на зачет - Приложение1.

1. Функциональные пространства. Нормированные пространства. Линейные операторы.
2. Функционалы. Гильбертовы пространства. Замкнутые операторы.
3. Дифференциальные операторы. Сопряженные дифференциальные операторы. Сопряженные матричные дифференциальные операторы первого порядка.
4. Сильные расширения дифференциальных операторов. Слабые расширения дифференциальных операторов.
5. Случай дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами.
6. Случай матричных дифференциальных операторов первого порядка.
7. Дифференциальные уравнения в частных производных эллиптического типа.
8. Применение теории Рисса-Шаудера. Сопряженные дифференциальные операторы.
9. Дифференциальные свойства решений. Теорема Соболева и ее применение к исследованию дифференциальных свойств решений.
10. Дифференциальные уравнения в частных производных гиперболического типа. Существование обобщенного решения симметричной гиперболической системы дифференциальных уравнений в частных производных.
11. Задача Коши для симметричных гиперболических систем. Дифференциальные свойства решений задач Коши для симметричных гиперболических систем.
12. Область зависимости решения от начальных данных.

7.1. Основная литература:

1. Кочина П.Я. Софья Васильевна Ковалевская. М.: Наука, 1981.
2. Хёрмандер Л. Линейные дифференциальные операторы с частными производными. М.: Мир, 1965.
3. Петровский И.Г. Избранные труды. Дифференциальные уравнения. Теория вероятностей. М.: Наука, 1987. С. 131-164.
4. Егоров Ю.В. Лекции по уравнениям с частными производными. М.: Изд-во МГУ, 1985.

7.2. Дополнительная литература:

1. А. Д. Полянин, Линейные уравнения математической физики, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
2. A. D. Polyanin, Handbook of Linear Partial Differential Equations, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2002.

7.3. Интернет-ресурсы:

Высшая математика для экономистов: сборник задач: Учебное пособие / Г.И. Бобрик, Р.К. Гринцевичюс, В.И. Матвеев, Б.М. Рудык. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (п) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738>

Высшая математика: Учебник / В.С. Шипачев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 479 с.: 60x90 1/16. (переплет) ISBN 978-5-16-010072-2, 1000 экз. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469720>

Математика: Учебное пособие / Ю.М. Данилов, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева; Под ред. Л.Н. Журбенко, Г.А. Никоновой. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 496 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-010118-7, 100 экз. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=471655>

Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727>

Теория функций комплексного переменного/Половинкин Е.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 272 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-004864-2 - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=487040>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Современная теория уравнений в частных производных" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Бадриев И.Б. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М. _____

"__" _____ 201__ г.